UNIVERSITE D'ANTANANARIVO
ECOLE NORMALE SUPERIEURE ANTANANARIVO

DOMAINE : « SCIENCES DE L'EDUCATION »

MENTION : « RECHERCHES EN EDUCATION ET DIDACTIQUES DES DISCIPLINES »
PARCOURS : Didactique des Mathématiques

MEMOIRE de MASTER RECHERCHE

LE RAPPORT DU LYCEE MALAGASY AVEC LE SAVOIR FONCTION ET LE SENS DE CE CONCEPT POUR LES ELEVES :
CAS DU LYCEE FJKM ANTANISOA MIARINARIVO ITASY

Présenté par ANDRIARINIVOMANANA Harison

Membres de Jury :

- Président : RAKOTONIAINA Jean Baptiste
  Maître de Conférences
- Juge : RATOMPOMALALA Harinosy
  Maître de Conférences
- Directeur : Dr RASOLONDRAMANITRA Henri
  Maître de Conférences, PhD

Date de la soutenance : 20 novembre 2018

Centre Interuniversitaire de Recherche en Didactique

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier monsieur le président du jury, RAKOTONIAINA Jean Baptiste, Maître de Conférences à l'École Normale Supérieure de l'Université d'Antananarivo, pour ses conseils qui ont été d'une grande valeur pour l'amélioration de ce mémoire.

Je remercie madame le juge, RATOMPOMALALA Harinosy, Maître de Conférences à l'École Normale Supérieure de l'Université d'Antananarivo, pour ses critiques qui ont été précieux pour l'enrichissement de ce travail.

Je remercie Monsieur RASOLONDRAMANITRA Henri, Maître de Conférences, PhD qui m'a dirigé dans ce travail de recherche. Ses compétences et ses conseils m'ont permis de réaliser ce mémoire. Qu'il trouve ici toutes mes reconnaissances !

J'exprime tous mes remerciements aux enseignants de l'ENS d'Antananarivo qui n'ont pas ménagé leurs efforts pour assurer l'enseignement au sein de notre Etablissement.

Je remercie pour leur disponibilité les enseignants du lycée FJKM d'Antanisoa Miarinarivo Itasy et leurs élèves de la classe terminale scientifique qui m'ont permis de recueillir des informations pertinentes sur l'enseignement-apprentissage de la fonction.

A tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de cette recherche, je voudrais vous adresser un grand merci !

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des sigles et acronymes

CPE	: **C**ommission **P**édagogique de l'**E**tablissement
CNAPMAD	: **C**entre **Na**tional de **P**roduction des **Ma**tériels **D**idactiques
ENS	: **E**cole **N**ormale **S**upérieure
FJKM	: **F**iangonan'i **J**esoa **K**risty eto **M**adagasikara
MEN	: **M**inistère de l'**E**ducation **N**ationale
MINESEB	: **M**inistère de l'**E**nseignement **S**econdaire et de l'**E**ducation de **B**ase
PPO	: **P**édagogie **p**ar **O**bjectifs
UERP	: **U**nité d'**E**tude et de **R**echerche **P**édagogique

Liste des annexes

INTRODUCTION

Le présent mémoire est une réplication de la thèse de Doctorat de Nadia Amra intitulée « **La transposition didactique du concept de fonction. Comparaison entre les systèmes d'enseignement français et palestinien. »** La thèse-mère a été soutenue le 15 janvier 2004 devant la commission d'examen dirigée par Michèle Artigue à l'Université Paris 7- Denis Diderot. Notion théorique ayant des visées pratiques, la transposition didactique analyse l'écart entre le savoir savant et le savoir à enseigner d'une part, et entre le savoir à enseigner et le savoir enseigné d'autre part. L'approfondissement de cette notion sur la base d'une approche plus pratique pousse l'auteure à inscrire sa recherche dans le cadre plus général de l'anthropologie didactique.

La fonction fait partie intégrante des programmes des mathématiques dans les deux systèmes éducatif français et palestinien. Ayant des expériences d'enseignement dans les deux pays, l'auteure de la thèse-mère a remarqué la différence entre l'enseignement français et palestinien sur le concept de fonction. Pour l'introduction du concept de fonction, l'enseignement palestinien commence par une présentation directe de la fonction d'après la définition ensembliste. L'approche française se caractérise par une position centrale du concept de variation d'un point de vue intuitif vers un point de vue plus formel. La fonction est également un objet social et culturel. Elle est l'un des concepts mathématiques les plus utilisés en dehors des mathématiques. Elle est présente en sciences physiques, en géographie et dans les diverses branches de la science sociale. Sa présence dans la vie quotidienne de chaque individu est perceptible. Dans l'expérience de tous les jours, la notion de fonction apparait de façon implicite. On dira plutôt que tel phénomène est lié à tel autre ou dépend de tel autre.

Comme dans les deux pays ci-cités, le concept de fonction prend une place importante dans les programmes des lycées en vigueur actuellement à Madagascar. Il est donc intéressant de mener une étude sur le concept fonction au niveau de lycée malagasy. Ce mémoire a pour objectif de comprendre l'objet d'enseignement de la fonction à Madagascar et le sens de ce concept pour les élèves. Par la théorie anthropologique du didactique, notre recherche sera axée sur le rapport institutionnel de l'objet fonction avec le lycée malagasy. Ce rapport se manifeste par l'étude de la praxéologie mathématique et les grandes intentions didactiques sur l'objet fonction. Il est également nécessaire d'analyser la capacité des élèves malagasy à utiliser ce concept dans diverses situations.

Pour réaliser cette recherche, nous avons mené une enquête au lycée FJKM Antanisoa de Miarinarivo Itasy. La grève générale des enseignants des lycées publics guide notre choix vers un établissement privé en dehors de la capitale Antananarivo. Pour notre mémoire de réplication, la comparaison avec les autres systèmes est laissée pour manque de temps imparti à ce mémoire.

Aussi, notre mémoire se divise-t-il en deux grandes parties complémentaires. La première partie est axée sur la présentation de la thèse-mère. Le rapport institutionnel avec l'objet fonction et le sens de ce concept pour les élèves malagasy constitue la deuxième partie du mémoire. Il s'agit d'une étude de cas réalisée au lycée FJKM Antanisoa de Miarinarivo Itasy.

PREMIERE PARTIE : PRESENTATION DE LA THESE MERE

La thèse –mère se propose d'étudier la transposition didactique du concept fonction dans les systèmes d'enseignement français et palestinien et de mener une étude comparative entre les deux systèmes. Elle s'appuie sur plusieurs théories issues de la didactique des mathématiques. Le domaine de la fonction au lycée est donc un champ d'application privilégié de ces théories didactiques Cette partie présente, donc les points essentiels de cette thèse. Elle est divisée en trois chapitres. Le premier chapitre présente la structure de la thèse, la problématique et les cadres théoriques. Ce chapitre sera suivi de la méthodologie adoptée pour la recherche. La synthèse des résultats de la recherche termine cette partie.

Chapitre 1. STRUCTURE, PROBLEMATIQUE ET CADRES THEORIQUES

Ce chapitre se divise en cinq sections. La première section présente la structure de la thèse. La deuxième traite la problématique et des hypothèses de recherche. La troisième section est axée sur l'évolution historique et épistémologique du concept de fonction. La quatrième résume les caractéristiques du concept de fonction en tant qu'objet mathématique et objet culturel. La présentation des cadres théoriques terminera ce chapitre.

1. Structure de la thèse-mère

La thèse-mère comprend trois parties. La première partie est consacrée aux fondements théoriques de la recherche et à l'analyse historique du concept de fonction. Elle traite également la problématique et la méthode d'analyse des programmes et des manuels scolaires. La deuxième concerne la détermination du rapport institutionnel aux fonctions dans les deux institutions à travers l'analyse des programmes et manuels. Enfin, la partie expérimentale de la recherche qui traite les résultats d'un questionnaire proposé à des élèves français et palestiniens termine la thèse. Les résultats de cette analyse décrivent le rapport personnel de l'élève à l'objet fonction.

2. Problématique, questions de recherche et hypothèses

Ayant déjà enseigné dans les deux systèmes d'enseignement, l'auteure a expérimenté deux façons différentes d'introduction de la notion de fonction et les pratiques pédagogiques y afférentes. Ces différences poussent l'auteure à chercher le rapport personnel des élèves à l'objet fonction à partir de ces différents modes d'appréhension adoptée par chaque institution.

« Etant donné les conditions de présentation du concept de fonction dans chacun des deux systèmes d'enseignement, quel objet est-il amené à vivre dans chaque cas ? Comment et sous quelles formes est amené à vivre ces objets de fonction dans les deux systèmes d'enseignement français et palestinien ? Entre les deux, quelles ressemblances, quelles différences et pourquoi ? » (Amra, 2004, p.33)

Pour éclairer cette problématique, deux types de questionnement se sont articulés. Le premier questionnement porte sur le rapport de chacune des deux institutions avec l'objet de savoir fonction : « Quel est le rapport de chacune des deux institutions, lycée français et lycée palestinien avec l'objet de savoir commun, le savoir fonction ? Comment se caractérise ce savoir dans chacune d'entre elles ? » (Amra, 2004, p.57). Le deuxième questionnement est axé sur le rapport personnel des élèves avec l'objet fonction : « Quels sont le rapport personnel des élèves français et palestiniens avec l'objet fonction ? Quelles sont les connaissances que l'on peut supposer être celles des élèves ? Quel sens lui donnent-ils et quelles sont les tâches en relation avec ce concept qu'ils sont capables de résoudre ? » (Amra, 2004, p.57).

Pour la réalisation de la recherche, Nadia Amra (2004) a fait deux hypothèses. Ces hypothèses sont axées sur le mode d'appréhension du concept de fonction et sur l'organisation générale de l'enseignement dans les deux pays.

-« Le mode d'appréhension du concept de fonction, l'organisation praxéologique de la fonction, les cadres et registres utilisés ainsi que l'implication des différents objets selon leur statut outil ou objet s'articulent en un tout équilibré qui diffère d'une institution à l'autre. » (Amra, 2004, p.57).

- « En France, l'organisation générale de l'enseignement et les grandes intentions didactiques sont axées davantage sur l'aspect intuitif des notions à installer et sur le sens à leur donner. Du côté palestinien, la présentation de l'enseignement aboutit à un enseignement davantage axé sur l'apprentissage de techniques de résolution d'exercices standards. » (Amra, 2004, p.57).

Pour mieux comprendre l'évolution du concept de fonction, il est donc normal de brosser quelques aperçus historiques et épistémologiques de ce savoir. Cela constitue également un petit aperçu du savoir savant sur la fonction.

3. Historique du concept de fonction

Comme toutes notions mathématiques, la notion de fonction s'est évoluée au fil de siècle. Elle n'est pas brusquement apparue un jour dans la forme que nous lui connaissons. Pour faciliter la présentation, l'évolution du concept fonction est présentée par grandes périodes.

3.1. Les fonctions dans l'antiquité

Chez les Babyloniens (2000 ans av. JC), l'étude de fonction est liée à l'astronomie. Les fonctions exprimées sous forme de table ont été créées dans un but pratique. Pour étudier le mouvement de certaines planètes, les Babyloniens ont utilisé des tables sexagésimales des carrés et racines carrées ou des cubes et racines cubiques. (Noguès, N., 1993).

3.2. Les fonctions chez les Grecs

A l'époque de Pythagore (fin du VIe - début du Ve siècle avant J.-C), l'étude des coniques est apparue. Selon René de Cotret, S. (1988), ces courbes de troisième et quatrième degré étaient définies au moyen de construction géométrique. La fonction est utilisée implicitement comme outil pour la résolution de certains problèmes spécifiques. Mais on a remarqué que l'étude du concept fonction est absente pendant plusieurs siècles. C'est vers la fin du 14eme siècle en Europe qu'apparait une notion de fonction avec l'étude des phénomènes naturels comme la vitesse, la lumière et la densité. Représentées d'une façon qualitative, les fonctions sont décrites soit verbalement, soit par un graphe. L'absence de quantitatif dans ces représentations retarde l'évolution du concept.

3.3. Les fonctions selon Descartes (1596–1650)

En 1630, selon René de Cotret, S. (1988), Descartes a apporté une certaine révolution dans ce domaine. S'inspirant de l'algèbre symbolique de Viète (1591). Descartes introduit, grâce aux équations, l'idée de dépendance entre deux variables x et y. Une nouvelle façon de représenter les fonctions est apparue. Il s'agit de définir une fonction par le moyen de formules et d'équations. La définition d'une fonction par une description verbale, par un graphe ou encore une table est complétée par une définition analytique. Mais il faut noter que la notion de fonction reste attachée à l'étude des courbes dans un contexte général de géométrie analytique. Il n'y a toujours pas de terme général pour représenter l'idée de la dépendance entre des variables, ni la définition claire de la notion de fonction.

3.4. Les fonctions selon Bernoulli, Euler et Dirichlet

La première définition mathématique est introduite en 1718 par Bernoulli qui présente la fonction comme une expression analytique **:** «On appelle fonction d'une grandeur variable une quantité composée de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable et de constantes » (Cité par Amra, 2004, p.17) Mais l'évolution fondamentale du concept de fonction est amenée par Euler en1748. La présentation de la fonction est basée comme, avec Bernoulli sur l'expression analytique. Cependant, Euler définit également le concept de constante et de variable. Il a conçu une classification des fonctions en fonction implicite, explicite et paramétrique. Restée essentiellement analytique, l'étude de fonction d'Euler distingue les vraies fonctions (ou fonction continue selon Euler) données par une seule expression analytique sur tout le domaine de la variable des autres fonctions discontinues dont l'expression analytique varie sur le domaine de la variable.

En 1755, Euler a aperçu l'existence de fonction qui ne peut pas être classée ni comme continue ni comme discontinue. Ce type de fonction ne peut pas être exprimé de façon analytique. Une nouvelle définition de la fonction sur la base d'une correspondance arbitraire entre des paires d'éléments est apparue. Selon Euler (1755) « Si certaines quantités dépendent d'autres quantités de telle manière que si les autres changent, ces quantités changent aussi, alors on a l'habitude de nommer ces quantités fonctions de ces dernières. (…) Si par conséquent, x désigne une quantité variable, alors toutes les autres quantités qui dépendent de x de n'importe qu'elle manière ou qui sont déterminés par x, sont appelées fonctions de x. » (Cité par Amra, 2004, p.19)

Cette définition générale de la fonction a été utilisée par Fourrier, Lobatchevski et Dirichlet à partir de 1834. C'est le mathématicien Hankel qui a proposé en 1870 une définition affranchie du concept de continuité. Cette définition est appelée la définition de Dirichlet de la fonction. Selon Hankel (1870), « On dit que y est fonction de x si à chaque valeur de x d'un intervalle correspond une valeur bien définie de y sans que cela exige pour autant que y soit définie sur tout intervalle par une expression analytique de x. » (Cité par Amra, 2004, p.20).

3.5. Définition de Bourbaki

Au 20eme siècle, les mathématiciens donnent une définition de la fonction sur la base de la théorie des ensembles. Bourbaki (1939) a proposé une définition de la fonction en tant qu'ensemble des couples ordonnés. Elle permet de lier logiquement les différentes branches de mathématiques où intervient ce concept, l'analyse classique, la géométrie (avec les projections et les transformations dans le plan) et l'algèbre dans l'étude des structures algébriques (groupe, espace vectoriel).

4. Analyse du savoir fonction : objet mathématique et objet culturel

Pour l'étude de l'enseignement du concept de fonction, la caractérisation du savoir constitutif de cette notion est nécessaire. L'étude est axée sur le contenu mathématique, culturel et social de la notion de fonction, car ce sont ces savoirs qui font l'objet de transposition dans l'enseignement. Pour ce faire, les caractéristiques du savoir fonction sont étudiées sur trois périodes.

4.1. Fonction outil : de l'antiquité à 1600

L'idée formelle de fonction n'est pas élaborée. La fonction est utilisée en tant qu'outil implicite dans la résolution de problèmes en géométrie ou en astronomie. A la fin de cette période, la notion de quantité variable et dépendance commence à s'exprimer sous forme géométrique et mécanique.

4.2. Fonction expression analytique : 1600- 1755

Selon Descartes, la fonction est caractérisée par une relation de dépendance entre deux variables. La relation est exprimée à l'aide de la représentation algébrique ou analytique. Pas de terme général pour exprimer la notion de fonction mais les notions de variable et quantité sont clairement identifiées. A cette époque, la formulation analytique prend le dessus sur la formulation géométrique et mécanique. Les fonctions exprimables de cette façon sont relativement limitées. La fonction est confondue avec son expression analytique.

4.3. Fonction moderne : 1755 à nos jours

Cette période commence timidement en 1755 par la définition d'Euler de la notion de fonction. Mais le véritable changement est enregistré au début du 19ème siècle par la définition de Dirichlet de la fonction. La fonction numérique occupe toujours une place prépondérante mais la classe des fonctions étudiées s'est élargie et concerne essentiellement les fonctions numériques à variables réelles. La dernière phase de cette période a vu la naissance de la conception moderne de la fonction basée sur la théorie des ensembles qui porte le nom de Bourbaki.

Deux définitions de la fonction sont actuellement utilisées, il s'agit de la définition de Dirichlet et celle de Bourbaki. L'utilisation de ces deux définitions dans l'enseignement fait naître des débats. A partir du milieu du 20ème siècle, la majorité des pays adoptent la définition de Bourbaki. Mais, selon Sierpinska (1992) « la définition de Dirichlet est plus adaptée à l'enseignement et permettrait une approche beaucoup plus intuitive et pratique de la notion de fonction » (cité par Amra, 2004, p.35). Pour mieux comprendre cette situation, nous allons présenter ces deux principales définitions de la fonction.

Définition de Dirichlet (1834) : « Si une variable x est reliée à une variable y de telle façon que quelle que soit la valeur numérique assignée à x, il existe une loi selon laquelle une valeur unique de y est déterminée alors y est dite fonction de la variable indépendante x. » (Cité par Amra, 2004, p.23)

Définition de Bourbaki (1939) : « Une fonction f de A dans B est une relation qui à tout élément x de A associe au plus un élément y de B » ou sous la forme « une fonction f de A dans B est un sous-ensemble du produit cartésien AxB tel que pour chaque x appartenant à A, il y a au plus un y appartenant à B tel que (x,y) appartenant à f. » (Cité par Amra, 2004, p.23)

La définition de Dirichlet renferme trois aspects : aspect moderne de correspondance univalente, la variation et la dépendance. Selon Nadia Amra (2004), ce premier mode d'appréhension de la fonction se traduit par sa perception en tant que *loi de variation.* Dans la définition de Bourbaki, seule la notion de correspondance a été retenue. « Cette correspondance traduit l'accent mis sur l'arbitraire, arbitraire qui porte à la fois sur les deux ensembles d'éléments en jeu et sur la relation entre eux ». (Amra, 2004, p.24). Dans ce cas, l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée peuvent être quelconques et pas seulement des ensembles de nombres et la relation n'est plus nécessairement une règle bien définie. Le deuxième mode d'appréhension de la notion de fonction se traduit par sa conception en tant que *loi ensembliste*.

Plusieurs recherches ont été réalisées sur l'impact pédagogique de l'utilisation en classe de ces définitions. A titre d'exemple, l'auteure de la thèse –mère a cité le résultat de la recherche faite par Sierpinska (1992) sur la définition de la fonction par Dirichlet. Pour l'introduction de la notion de fonction Sierpinska « doute que le choix de présenter la fonction selon Bourbaki aux élèves de lycée soit justifié par des raisons didactiques ou épistémologiques et estime qu'une introduction de la fonction selon le premier mode d'appréhension (Dirichlet) serait plus judicieux» (Cité par Amra, 2004, p.35)

5. Cadres théoriques

Plusieurs cadres théoriques interviennent dans la thèse-mère. Ils développent principalement la transposition didactique, la théorie anthropologique du didactique et la représentation sémiotique.

5.1. Transposition didactique et théorie anthropologique du didactique

La transposition didactique (Chevallard, 1991) analyse l'écart entre le savoir savant et le savoir à enseigner, et entre le savoir à enseigner et le savoir enseigné. Cette théorie est ensuite utilisée par plusieurs chercheurs pour des études précises. Plus tard, Chevallard, lui-même (1992) développe la théorie anthropologique du didactique qui englobe et généralise le concept de transposition didactique. La théorie anthropologique « situe l'activité mathématique, et donc toutes autres activités qui lui serait liée dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales » (Chevallard, 1999, p.91). Chevallard s'appuie sur la notion d'objet. Il propose dans son premier postulat que tout est objet. (Chevallard, 1992). Le savoir mathématique en est un. Deux autres types d'objets interviennent dans cette théorie : la personne et les institutions. L'existence d'un objet est observée par l'existence d'une personne ou une institution qui le reconnaît comme existant pour elle. Plus précisément, l'existence d'un objet est marquée par l'existence d'un rapport personnel entre les personnes et cet objet ou un rapport institutionnel entre les institutions et l'objet. Tout rapport personnel à un objet dépendra d'une façon ou d'une autre du rapport qui existe entre cet objet et l'institution à laquelle se réfère la personne.

La thèse s'appuie, donc sur la transposition didactique enrichie par une théorie anthropologique du didactique de Chevallard (1992). Les notions clés se basent sur une praxeologie mathématique déterminant les tâches, les techniques , les technologies et les théories qui la constituent . Selon Nadia Amra (2004), « le concept de transposition didactique du savoir fonction, dans le cadre plus général de l'anthropologie cognitive, permet d'interroger sur le rapport au savoir fonction de l'institution d'une part, et d'interroger sur la signification que revêt connaître le concept de fonction pour les élèves, d'autre part. » (Amra, 2004, p. 27)

5.2. Praxéologie mathématique

Le deuxième postulat de la théorie anthropologique du didactique stipule que « toute activité humaine régulièrement accomplie peut être subsumée sous un modèle unique que résume le mot de praxéologie » (Chevallard, 1999, p. 92). Le savoir mathématique, en tant qu'activité humaine, conçu dans la sphère savante, adapté pour la sphère scolaire (transposition didactique), expliqué par les enseignants, appris par les élèves, peut être analysé sur la base de sa praxéologie. La praxéologie mathématique est appelée quelquefois, selon les auteurs, l'organisation mathématique ou la réalité mathématique (Amra, 2004). Une praxéologie mathématique se définit par les tâches, les techniques, les technologies et les théories qui la constituent (Chevallard, 1999).***Une tâche*** est une activité relativement bien définie comme la détermination du domaine de définition d'une fonction donnée. Pour qu'une tâche puisse exister, il faut qu'existe une manière de l'accomplir, une ***technique.*** Une praxéologie contient donc un bloc pratico-technique (Chevallard, 1999) couramment appelé savoir-faire .Une technique ne réussit que sur une partie d'une tâche. Cette partie se nomme ***la portée*** de la technique. Ainsi, une technique peut être supérieure à une autre si elle réussit sur une partie plus grande de tâches de même type. L'existence d'une technique est justifiée par un discours rationnel appelé ***technologie.***

La technologie est constituée par les définitions et théorèmes. Elle a trois fonctions : assurer (justifier) la fiabilité de la technique, expliquer la technique et produire de techniques.

A un niveau supérieur de la technologie, on parle de la **théorie**. Il s'agit de produire, de justifier, et d'expliquer les théorèmes. La théorie est rarement apparente au niveau élémentaire. Pour cette étude, ce niveau n'est pas à considérer.

Autour d'un type de tâche, on trouve au moins une technique, une technologie et une théorie, le tout constitue une praxéologie. En résumé, Chevallard (1999) a stipulé que : ≪ toute activité humaine consiste à accomplir une tache t d'un certain type T, au moyen d'une technique τ, justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser voire de la produire, et qui est à son tour justifiée par une théorie Θ. En bref, toute activité humaine met en œuvre une organisation qu'on peut noter [T, τ, θ, Θ] et qu'on nomme praxéologie ou organisation mathématique. ≫ (Chevallard, 1999, p.92)

5.3. Perspective écologique

Le questionnement écologique étudie l'existence de certaines tâches et l'absence des autres dans un système déterminé. Trois conditions permettent aux mathématiques d'exister dans le système d'enseignement (Artaud, 1998). La première condition parle de la compatibilité des mathématiques enseignées avec leur environnement social tel que les chercheurs et les parents. La deuxième condition est l'obligation de présenter séquentiellement les notions mathématiques sur l'axe temporel. La troisième condition stipule que « les mathématiques enseignées doivent définir deux rapports institutionnels, l'un en position de professeur, l'autre en position d'élève. » (Amra, 2004, p. 31).

Le transfert d'un savoir d'une institution à une autre (transposition didactique) est profondément lié au point de vue écologique. Dans chacune des institutions où il se trouve, dans la sphère savante, dans le milieu de production de savoir à enseigner et dans la sphère scolaire, le savoir mathématique est soumis à des conditions spécifiques dont les respects lui permettent de se maintenir en vie. La manipulation et la transformation de ce savoir au cours de son transfert d'une institution à une autre sont les garantes de son maintien en vie dans une institution où il est destiné.

Pour étudier un savoir mathématique dans une institution donnée selon cette théorie, l'analyse de l'organisation mathématique est nécessaire. Il s'agit d'étudier le système de tâches, techniques et technologies décrivant cette organisation. Dans un système donné, on constate l'existence de certains types de tâches et l'absence d'autres. Un questionnement d'ordre écologique consiste à poser la question suivante : « pourquoi tel type de tâches existe-t-il et pas tel autre ? » (Amra, 2004, p.31*)* L'emploi répété du terme existence (d'un type de tâche) est lié au questionnement écologique. L'ensemble des tâches d'un système donné établissent entre elles l'équilibre écologique nécessaire à leur maintien en vie.

5.4. Sémiotique et les registres de représentation

Cette recherche utilise les aspects sémiotiques de Duval (1995) dans l'activité mathématique car les registres de Duval sont plus adaptés à l'analyse et aux fonctions. C'est la raison pour laquelle, la représentation sémiotique est axée sur l'étude de Duval.

Duval et la sémiotique

Duval (1995) appelle registre de représentation tout système sémiotique permettant d'accomplir les trois activités cognitives inhérentes, d'après lui, à toute représentation à savoir : la formation, le traitement et la conversion.

-« La formation d'une représentation est la constitution d'une trace ou un assemblage de traces perceptibles qui soient identifiables comme une représentation de quelque chose dans un système déterminé »; (Duval, 1995, p. 41)

-« Le traitement d'une représentation est sa transformation dans le registre même où elle a été formé.» Il consiste à « transformer les représentations par les seules règles propres au système de façon à obtenir d'autres représentations pouvant constituer un apport de connaissance par rapport aux représentations initiales » (Duval, 1995, p. 41) ;

-La conversion est le fait de « transformer les représentations produites dans un système en représentations d'un autre système, de telle façon que ces dernières permettent d'expliciter d'autres significations relatives à ce qui est représenté » (Duval, 1995, p. 42)

5.5. Statut outil/objet (Douady, 1986)

Le statut outil ou objet de savoir mathématique est une notion importante. Ce statut outil ou objet est impliqué dans un enseignement donné pour constituer un indicatif des méthodes pédagogiques adoptées : Un enseignement où les nouvelles notions sont introduites selon leur statut outil est significatif d'un enseignement qui se soucie de la construction du sens des notions mathématiques chez les élèves ; alors qu'un enseignement qui insiste davantage sur le statut objet de ces notions est un enseignement classique qui ne prend pas à sa charge la construction du sens chez les élèves. L'implication de ces deux statuts dans le processus d'enseignement favorise l'apprentissage des élèves. Ainsi, on peut développer des connaissances mathématiques en faisant jouer la dialectique outil-objet. (Douady, 1986)

Ce chapitre a présenté la structure de la thèse-mère. Il a traité la problématique, les questions de recherche et les hypothèses de la thèse-mère. Les cadres théoriques utilisés dans la thèse et un aperçu historique du concept fonction ont été développés. Ce chapitre a présenté également les caractéristiques du savoir fonction au fil de siècle. Pour mener à bien une recherche, une méthodologie robuste est nécessaire.

Chapitre 2. METHODOLOGIE

Pour la conduite des travaux de recherche, une méthodologie précise a été adoptée. Il s'agit de faire une analyse des programmes scolaires en tant que savoir à enseigner, mener une étude des manuels scolaires en qualité de savoir enseigné et administrer un questionnaire aux élèves pour mesurer le rapport de ce dernier au concept de fonction. Des grilles d'analyse ont été élaborées pour étudier les programmes et les manuels scolaires utilisés dans les deux pays, Un questionnaire composé de plusieurs items a été élaboré pour savoir les difficultés des élèves et le sens de l'objet fonction pour eux.

A cet effet, plusieurs lignes d'analyse sont adoptées : l'analyse en terme praxéologique mathématiques permettant de caractériser les activités mathématiques, l'analyse en terme de cadres et registres associés et celle en termes de statut outil ou objet des notions enseignés, permettant de préciser certaines caractéristiques de ces activités et des techniques mises en œuvre. L'étude comparative de deux systèmes d'enseignement vise en définitive à mettre en exergue « le poids respectif des différents choix de transposition didactique sur le rapport personnel des élèves à l'objet fonction et à éclairer en particulier les difficultés liées à l'enseignement de la fonction ». (Amra, 2004, p.58)

1. Grille d'analyse

La grille d'analyse utilisée a pour objectif d'identifier les différents objets d'enseignement et les différents registres relatifs aux fonctions.

L'analyse des programmes est axée sur le mode d'introduction de la notion de fonction et le caractère outil/ objet du concept étudié. Pour ce faire, deux objets d'enseignement qui ont une place emblématique dans l'enseignement du concept de la fonction ont été étudiés : les situations fonctionnelles, la résolution d'équation.

« Les situations fonctionnelles sont des problèmes donnés dans un cadre non fonctionnel, que la fonction permet de modéliser puis de résoudre » (Amra, 2004, p.65). Ces problèmes sont très importants car il est souvent nécessaire pour donner un sens au concept de fonction de baser l'enseignement sur la résolution de ce type de problème. Pour la résolution d'équations ou d'inéquations, deux principaux types d'objets ont été analysés : la résolution graphique et les questions d'existence de solution avec une détermination éventuelle d'une solution approchée. La résolution d'équation présente un intérêt du point de vue didactique par le fait qu'elle constitue une occasion pour utiliser le concept de fonction selon son statut outil

La grille d'études des exercices dans le manuel s'effectue en trois lignes d'analyse :

- en termes de tâches/ techniques/ technologies en jeu ;
- en termes de registres et cadres intervenant dans les exercices et
- en termes de statut objet ou outil des concepts utilisés.

Cette étude permet de préciser le répertoire des tâches et techniques utilisés dans l'analyse de l'organisation praxéologique et de dégager trois modes d'appréhension du concept de fonction (Amra, 2004) :

-le mode d'appréhension comme processus : ce mode d'appréhension respecte l'évolution du concept de fonction. Il part de situation concrète et intuitive avant d'arriver à des concepts plus abstrait ;

- le mode d'appréhension comme loi de variation qui parle surtout de variation et des extremums ;

-le mode d'appréhension comme loi ensembliste qui se base sur la définition moderne de la fonction selon Bourbaki.

2. Cadres et registres

Le cadre est « une branche des mathématiques qui mobilise un ensemble de concepts susceptibles d'être organisés en une progression théorique » (Duval, 1995). Quatre principaux cadres se dégagent de l'étude : cadre numérique, cadre algébrique, cadre fonctionnel et cadre géométrique.

2.1. Cadre numérique

Ce cadre relève essentiellement du domaine du nombre. Il fait appel à des registres où apparaissent des nombres liés deux à deux. Ce cadre est essentiellement utilisé lors de l'introduction de la notion de fonction et de la représentation graphique.

2.2. Cadre algébrique

Le cadre algébrique se voit à travers l'écriture algébrique d'une fonction ($f(x)=x+7$) et sur la résolution d'équations et d'inéquations.

2.3. Cadre fonctionnel

On parle de variable au lieu d'inconnue en algèbre. C'est un cadre d'introduction à la notion générale d'analyse.

2.4. Cadre géométrique

Perçu surtout pour les situations fonctionnelles d'origine géométriques. Ce cadre apparait également dans la représentation graphique de fonctions notamment dans la propriété géométrique d'une fonction (parité, périodicité) et sur les propriétés au tracé d'une courbe représentative

2.5. Registres liés à l'enseignement de la fonction

Selon Duval (1995), le registre est un système sémiotique producteur d'un type de représentations, et dont la production peut répondre à des fonctions cognitives différentes. L'application de cette théorie par Guzman-Retamal, I. (1989) entraine le développement de plusieurs registres liés à l'enseignement de la fonction au lycée dont les plus utilisés sont :

-le registre de langue naturelle,

-le registre algébrique,

-le registre graphique,

-registre de programmation,

-le registre des tableaux,

-le registre numérique, et

-le registre géométrique.

L’étude dans ce cas consiste à analyser les registres impliqués dans chaque activité mathématique. Pour ne pas confondre le cadre algébrique avec le registre algébrique, on écrit quelquefois registre symbolique ou registre symbolique-algébrique.

La méthodologie adoptée consiste à analyser les programmes scolaires et les manuels utilisés. Un questionnaire élève a été administré pour savoir les difficultés et le sens du concept fonction chez les élèves. La comparaison des deux systèmes d’enseignement se fait à partir des résultats de ces analyses. Le chapitre suivant va présenter la synthèse des résultats obtenus.

Chapitre 3. SYNTHESE DES RESULTATS DE LA THESE –MERE

Cette recherche a abouti à divers résultats mais les points suivants nous semblent plus pertinents. L’analyse des programmes scolaires et des manuels dans les deux systèmes éducatifs permet de décrire les caractéristiques de chacun des enseignements de la notion de fonction.

1. Caractéristiques des enseignements du concept fonction

L’analyse institutionnelle du système d’enseignement français démontre nettement « la dialectique qui s’installe entre la formalisation du concept de fonction, les différents modes d’appréhension de la fonction, les différents cadres et registres associés. » (Amra, 2004, p.424) Ces situations permettent de faire fonctionner le concept de fonction et son implication selon son statut outil ou objet. Ces différents aspects de l’organisation de l’enseignement s’associent et évoluent vers la formalisation du concept de fonction.

Du fait de l’influence américaine sur le moyen orient, les programmes jordano-palestiniens sur la fonction sont plus proche des programmes américains. Dans le système américain, l’enseignement des fonctions fait partie intégrante de l’algèbre. Les programmes sur les fonctions mettent en évidence le lien entre les notions de fonction et de relation. Ils proposent les différentes opérations sur les fonctions (opérations algébriques, composition et réciproque). Les programmes palestiniens insistent entre autres sur la nécessité de faire un lien entre les mathématiques et le monde réel pour donner plus de sens à l’activité mathématiques. Mais cette instruction n'est pas mise en œuvre dans l'organisation pratique de l'enseignement. L'auteure a remarqué l'absence des situations fonctionnelles qui est une activité pouvant donner du sens aux notions mathématiques étudiées.

En ce qui concerne le mode d'appréhension de la notion de fonction. Du côté français, le programme donne une instruction très claire en ce qui concerne la façon de définir le concept fonction. Il stipule que la définition formelle de notion de fonction n'est envisageable ni en seconde, ni même en première. Les deux modes d'appréhension de la fonction, comme processus et comme loi de variation sont utilisés dès l'introduction de la fonction. L'approche concrète et intuitive est la base de l'enseignement. Cette situation est obtenue par l'utilisation des situations fonctionnelles et des registres adaptés comme le registre graphique et le tableau. Le plan général de chaque manuel français correspond bien à cette approche. Il traite souvent des notions intuitives et concrètes avant d'arriver à une notion plus formelle.

En Palestine, la fonction est introduite sur la base d'une définition ensembliste en liaison avec la notion de relation. Pour ce faire, les notions d'image, d'antécédent et de domaine sont très présentes dans ce système. La notion de variation est délaissée en classe de 2^{nde} et première. Cette approche ensembliste réduit la possibilité de varier les tâches proposées aux élèves. Comme le manuel est un document officiel annexé au programme scolaire, la structure et le contenu du manuel reflètent cette tendance.

Dans l'enseignement français, deux modes d'appréhension se côtoient toujours alors que l'enseignement palestinien se caractérise par la prise en compte d'un mode d'appréhension principal pouvant entraver la compréhension des élèves.

L'implication des registres de représentations est différente dans les deux enseignements. L'enseignement français ne néglige pas les différents registres possibles même si deux registres (graphique et algébrique) sont principalement utilisés. Du côté palestinien, les tâches relèvent essentiellement des registres numérique et algébrique.

2. Résultats du questionnaire élève

Les résultats du questionnaire révèlent que les élèves français ne diffèrent pas des élèves palestiniens quant à la maitrise des différentes notions visées par ce test.

Il faut noter cependant que les élèves français réussissent mieux que les élèves palestiniens mais ce résultat est dû à un enseignement français plus vaste en termes de notions abordées et des tâches et techniques qui sont associées. Cela ne veut surtout pas dire que les élèves français ont une capacité supérieure par rapport aux élèves palestiniens sur la mobilisation des connaissances à résoudre des tâches inhabituelles. Les résultats mettent en exergue les difficultés des deux institutions à concevoir des enseignements souciant de l'aspect intuitif de notions à institutionnaliser et du sens à leur donner.

3. Réflexion

Cette recherche a pu produire des résultats concrets sur l'étude de la transposition didactique du concept de fonction dans deux lycées différents en France et en Palestine. Mais cela ne nous prive pas à émettre quelques remarques sur la réalisation de la recherche.

L'analyse d'un manuel en tant que savoir enseigné mérite une réflexion sérieuse. En Palestine, le ministère en charge de l'éducation a publié deux documents officiels sur l'enseignement de la fonction : un manuel distribué à tous les élèves et document d'accompagnement pour chaque professeur. Pour avoir une idée sur l'utilisation de ces manuels (en Palestine), l'auteure a effectué quelques visites de classe informelles   L'objectif de ces visites est de voir l'utilisation de ces deux documents Même si les établissements visités ne sont pas représentatifs des lycées Palestinien, le résultat de ces observations montre que les professeurs et les élèves ont utilisé totalement ces documents officiels. D'ailleurs, ils n'ont pas de marge de manœuvre pour choisir d'autres documents. C'est la raison pour laquelle, l'auteur a confirmé que l'analyse des manuels scolaires utilisés en Palestine reflète bel et bien le savoir enseigné dans les lycées palestiniens.

Par contre, en France, l'instruction officielle n'impose pas de manuel spécifique pour une classe donnée. Le professeur est libre de choisir les manuels qu'il veut utiliser. Quelquefois, il a l'embarras de choix du fait de l'existence de nombreux manuels et documents pédagogiques sur les fonctions. La seule restriction est que le professeur doit respecter les programmes et les instructions officiels. Dans le cadre de cette recherche, l'auteure a choisi les manuels français analysés avec des critères. Le choix est donc motivé par l'utilisation de ce manuel par la majorité des élèves dans l'établissement ciblé par l'expérimentation (un lycée). Mais cela n'exclut pas l'utilisation d'autres manuels que ce soit pour les élèves que pour l'enseignant. Les contenus des manuels analysés ne représentent donc qu'une partie des savoirs enseignés. L'auteure ne peut pas analyser tous les manuels utilisés pour les classes enquêtées. Elle se contente de faire une analyse exhaustive des cours et exercices dans les manuels choisis pour savoir le mode d'appréhension adopté, le cadre et registres utilisés et les caractères outil/objet des concepts dispensés. Or, l'auteure a choisi un lycée français pour réaliser la partie expérimentale de la recherche. Dans chaque classe enquêtée ; (2^{nde} et première scientifique), le nombre d'élèves testés tourne autour de 30 élèves. Deux questions se posent

1-Est ce que cette situation est-elle représentative pour représenter les lycées français en ce qui concerne l'analyse des savoir enseignés ?

2-Un manuel utilisé par la majorité des élèves de la classe visitée peut-il refléter l'ensemble des savoirs enseignés sur les fonctions en France tout entière en sachant que plusieurs d'autres manuels existent et utilisés par d'autres élèves. ?

Pour contourner ce genre de question, notre réplication n'est qu'une étude de cas faite au lycée FJKM Antanisoa Miarinarivo Itasy car l'existence de manuel commun utilisé en classe secondaire est très loin de la réalité malagasy. Le rôle de chaque professeur est déterminant dans le choix pédagogique et didactique de son cours. Cette réflexion nous pousse à entrer dans la deuxième partie du mémoire.

DEUXIEME PARTIE : LE RAPPORT DU LYCEE MALAGASY AVEC LE SAVOIR FONCTION ET LE SENS DE CE CONCEPT POUR LES ELEVES

Cette deuxième partie est réservée à la réplication. Il s'agit de mener une étude sur le rapport institutionnel et le rapport personnel de l'élève avec le concept fonction dans le lycée malagasy. Comme dans les deux systèmes éducatifs étudiés dans la thèse-mère, le savoir fonction fait partie intégrante des programmes scolaires à Madagascar. Basés sur l'approche par objectif, les programmes scolaires de 1996 restent en vigueur dans notre système éducatif.

Notre mémoire a donc pour objectif d'étudier les caractères de la fonction en tant qu'objet d'enseignement dans le lycée malagasy et d'analyser les connaissances qui en résultent chez les apprenants. Cette partie se divise, donc en trois chapitres. Le premier chapitre traite la problématique, les hypothèses et la méthodologie de la réplication. Le deuxième est axé sur l'analyse des programmes scolaires et les manuels choisis. L'étude des résultats du questionnaire élève termine cette partie.

Chapitre 4. PROBLEMATIQUE, HYPOTHESES ET METHODOLOGIE DE LA REPLICATION

1. Problématique

Le concept de fonction est enseigné dans le lycée malagasy. Il est un concept mathématique très utilisé dans différentes disciplines scolaires. Dans la vie de tous les jours, la dépendance entre deux phénomènes utilise de façon implicite la notion de fonction.

Orienté par les programmes scolaires et basé sur les manuels disponibles, l'enseignement dans notre lycée varie selon l'objet d'enseignement et la praxéologie mathématique utilisés. Les élèves apprennent le concept fonction selon les cours donnés par les enseignants et les manuels disponibles au niveau de chaque établissement. Les intentions didactiques prônées par les programmes et les choix pédagogiques de l'enseignant orientent la conception des élèves sur chaque chapitre étudié. Cela nous invite à mener une recherche pour savoir dans quelles mesures les intentions didactiques sur la fonction développées par les programmes, les objets d'enseignement dispensés dans notre lycée, et les praxéologies mathématiques y afférentes déterminent la capacité des élèves à utiliser ce concept.

Questions de recherche

Quel objet fonction existe-t-il dans le lycée malagasy ?

Comment l'enseignement de la fonction est-il organisé du point de vue des contenus visés et des principales méthodes pédagogiques adoptées ?

Que représente pour les élèves l'objet fonction ?

Que sont-ils capables de faire avec l'objet fonction ?

2. Hypothèses

Pour répondre à ces questions de recherche, nous avons fait deux hypothèses principales, à savoir :

- A Madagascar, le mode d'appréhension choisi pour installer la notion de fonction, l'organisation praxéologique de la fonction, les cadres et registres utilisés s'articulent pour développer un enseignement théorique axé davantage sur son statut objet.
- L'organisation générale de l'enseignement et les grandes intentions didactiques, focalisées principalement sur l'apprentissage de techniques de résolution d'exercices standards entrainent la difficulté des élèves à travailler dans certains registres et limitent la capacité de ces derniers à utiliser le concept

3. Méthodologie

En suivant la méthodologie de la thèse –mère, notre recherche sera axée sur deux principales activités :

- l'analyse des programmes et des manuels scolaires de la classe de seconde, des classes de première et terminales scientifiques et

-l'exploitation des données obtenues lors de la passation d'un questionnaire-élève.

La méthode utilisée pour l'étude de manuel comporte une analyse du cours et des exercices proposés dans chaque livre. Elle consiste à présenter sous forme d'organigramme le cours et à décrire et commenter l'objet d'enseignement en focalisant particulièrement l'attention sur la définition, l'étude de variation et la représentation graphique d'une fonction. Certains exercices et/ou activités proposés par le manuel sont analysés en spécifiant les tâches et technique de résolution utilisées.

La partie expérimentale consiste, comme dans la thèse –mère, à tester certains élèves avec quelques exercices. Le questionnaire a pour objectif de tester la capacité des élèves à résoudre certains problèmes et d'identifier le sens que prend le concept de fonction pour eux. Il se divise en deux parties : la première partie vise à tester les capacités des élèves à reconnaître une fonction dans des situations variées. La seconde vise à évaluer la capacité des élèves à résoudre certaines tâches. L'analyse des réponses des élèves consiste à remplir une grille avec plusieurs colonnes. Pour chaque réponse donnée par l'élève, on enregistre les points suivants : vrai, faux, non réponse, réponse partielle, erreurs et observations éventuelles. Une classe de terminale scientifique a été choisie pour la partie expérimentale pour s'assurer que la totalité des programmes de deux niveaux (2nde et 1ère) est traitée, y compris l'étude de la fonction sur l'utilisation de la dérivée et du tableau de variation conformément aux programmes scolaires en vigueur.

Le chapitre suivant développe les résultats de l'étude effectuée sur les programmes scolaires et les manuels utilisés. Les programmes scolaires sont les résultats de la transformation du savoir savant en savoir à enseigner. L'analyse des manuels représente l'étude des savoirs enseignés.

Chapitre 5. ANALYSE DES PROGRAMMES ET MANUELS

Ce chapitre est consacré à l'analyse des programmes et manuels scolaires. Cette étude permettra de faire ressortir les spécificités de l'enseignement du concept fonction, les intentions didactiques et les contenus mathématiques enseignés.

L'analyse des programmes scolaires et des manuels portent essentiellement sur le mode d'introduction de la notion de fonction et le caractère outil/ objet du concept étudié. Pour ce faire les objets d'enseignement suivants sont ciblés particulièrement : les situations fonctionnelles, le sens de variation et la représentation graphique. Ces objets d'enseignement retiennent notre attention car, selon Nadia Amra (2004), ils ont une place emblématique dans l'enseignement du concept de la fonction : « Les situations fonctionnelles sont des problèmes donnés dans un cadre non fonctionnel, que la fonction permet de modéliser puis de résoudre » (Amra, 2004, p.68). Ces problèmes sont très importants pour donner du sens au concept de fonction. Leurs utilisations en classe peuvent favoriser la motivation et l'attention des élèves pendant l'enseignement-apprentissage. L'étude du sens de variation permet de comprendre le mode d'appréhension du concept fonction. Les représentations graphiques présentent un intérêt du point de vue didactique car elles donnent un aspect intuitif et concret aux objets mathématiques étudiés.

Ce chapitre est divisé en deux sections : l'analyse des programmes scolaires et celle des manuels utilisés au lycée FJKM de Miarinarivo Itasy.

1. Analyse des programmes scolaires

L'étude des programmes scolaires constitue un élément de l'analyse du rapport institutionnel entre le savoir fonction et le lycée malagasy. Elle comporte deux phases. Après la présentation des programmes de mathématiques et du concept de fonction, nous les analyserons en termes de cadres et registres.

1.1. Présentation des programmes de mathématiques des lycées malagasy

Une réforme des curricula a été entamée pour les lycées malagasy, à partir de l'année scolaire 1996- 1997 pour la classe de seconde générale. Les programmes des classes de 1ère et terminale ont été mis en place progressivement pour les années suivantes. Ces textes officiels restent encore en vigueur jusqu'aujourd'hui. Cette réforme a été initiée pour améliorer la qualité de l'enseignement en s'ouvrant sur les innovations en matière pédagogique. Basés sur la pédagogie par objectifs, ces programmes organisent l'enseignement-apprentissage en termes de savoirs, savoir-être et savoir-faire. Une formulation des objectifs, définis en termes de comportements attendus est élaborée pour pouvoir les évaluer et donc pour contrôler l'enseignement. Ces programmes scolaires préconisent ainsi le respect d'une double cohérence : la cohérence entre les objectifs généraux, les objectifs spécifiques et les objectifs opérationnels (cohérence verticale) et la cohérence entre l'objectif, le processus d'apprentissage et l'évaluation proposée (cohérence horizontale).

L'introduction des nouveaux programmes a été matérialisée par l'arrête N° 1617/96-MEN du 02-04-96. fixant les programmes scolaires des classes de onzième, sixième, seconde. Chaque page du livre –programme est présentée en trois colonnes. La première contient les objectifs spécifiques, La deuxième colonne est réservée aux contenus et la troisième colonne intitulée « observations » donne des précisions ou des remarques pédagogiques ou didactiques pour l'enseignant. La lecture de ce livre-programme doit se faire ligne par ligne.

1.2. Objectifs pédagogiques

La pédagogie par objectifs (Hameline, 1979) propose une organisation scientifique et rationnelle de l'éducation. Elle s'appuie sur le principe de l'efficacité de la formation basée sur l'expression claire de ce que l'on attend exactement de l'apprenant à l'issue de la formation. La formulation de ces objectifs se fait par des termes précis et sous forme de comportement observable.

En écrivant les programmes selon l'approche par objectifs, le ministère de l'éducation veut prôner la recherche d' « une plus grande rigueur pédagogique » (Programme 2^{nde}, 1996, p.4). Les programmes présentent, les finalités et les objectifs généraux de l'éducation, les objectifs de la matière pour chaque classe et la liste des contenus à enseigner. L'objectif est de « faciliter l'acquisition par l'apprenant des compétences minimales correspondant à chaque niveau ». (Programme 2^{nde}, 1996, p.4)

1.3. Instructions officielles

Les programmes comportent également des instructions officielles. A chaque objectif correspond des intitulés résumant la somme de connaissances à transmettre. Des recommandations pédagogiques, des notes de références ou des indications sont développées dans la colonne « Observations ».

Ces programmes donnent une certaine autonomie pédagogique au professeur. Il est stipulé, entre autres que «l'ordre des thèmes n'est ni impératif ni contraignant » (Programme 2nde, 1996, p.4). Le professeur peut, donc le modifier en fonction des réalités de sa classe en tenant compte qu'il est essentiel de réussir à atteindre les objectifs. Pour la mise en œuvre de ces programmes, le ministère a mis en place une Commission Pédagogique de l'Etablissement [CPE]. L'objectif de cette commission est de mener des réflexions entre les professeurs pour définir un ordre chronologique de traitement des chapitres afin d'assurer une meilleure progression dans le processus d'apprentissage. Elle a également une mission de favoriser le partage d'expériences entre les professeurs sur leurs pratiques pédagogiques et didactiques.

Nous avons remarqué l'insuffisance des recommandations techniques sur l'orientation didactique de l'enseignement. Malgré l'utilité des indications à caractère pédagogique ou didactique pour éclaircir certains points, elles nous semblent très insuffisantes. A part ce livre-programme, le ministère ne produit aucun document d'accompagnement ou guide pédagogique pour le professeur. Pour pallier ce manque d'orientation, les enseignants mettent une grande importance à l'analyse des épreuves au baccalauréat. Ce document propose des spécifications techniques et pédagogiques sur les épreuves au baccalauréat (formes, nombre, durée, points…). Il présente également des sujets types dans son annexe. Ces sujets-types ont de grandes influences sur l'orientation pédagogique de l'enseignant des trois niveaux. (Seconde, 1ère, Terminale). D'ailleurs, le professeur du lycée de Miarinarivo affirme que les exercices proposés au baccalauréat de chaque année prennent toujours la même forme et contiennent les mêmes types de questions conformément au sujets-types proposés dans l'analyse des épreuves. Au lycée FJKM de Miarinarivo, le professeur visité assure en même temps l'enseignement des deux niveaux : première et terminale. Il accorde alors une grande attention aux analyses des épreuves du baccalauréat pour son enseignement et le choix d'exercices pour les élèves. Ce choix est vrai aussi bien pour les classes de première que pour les classes de terminales.

1.4. Objectifs des programmes des mathématiques au lycée

Avec des objectifs très ambitieux, les Mathématiques dispensées au lycée doivent amener l'élève au développement des habilités intellectuelles spécifiques à l'enseignement des mathématiques. Trois principaux objectifs ont été présentés : « développer l'intuition, amener les élèves à faire des raisonnements rigoureux et amener l'élève à avoir une attitude scientifique face à un problème ». (Programme 2^{nde}, 1996, p.79) A cet effet, les élèves doivent être initiés à la méthodologie « Conjecturer, s'efforcer de prouver et contrôler des résultats obtenus » (Programme 2^{nde}, 1996, p.79) dans le processus de recherche des solutions. L'enseignement de mathématiques dans les lycées se caractérise donc par une volonté d'offrir aux élèves une éducation mathématique solide.

1.4.1. Objectifs des Mathématiques en classe de 2nde

Le lycée malagasy adopte une série unique en classe de seconde à l'issue de laquelle l'élève doit choisir entre les différentes séries existantes (série littéraire A, série sciences expérimentales D et série science exacte C). Les objectifs suivants sont en relation directe ou indirecte avec le concept de fonction. A la fin de la classe 2nde, l'élève doit être capable de :
« résoudre des problèmes qui font intervenir des équations et inéquations du premier ou du second degré à une inconnue ou des systèmes d'équations linéaires dans R^2 et mettre en œuvre une technique pour étudier certaines fonctions numériques » (Programme 2^{nde}, 1996, p.79)

Pour l'introduction de l'étude de fonction numérique, le programme de la classe de 2nde propose les thèmes suivants : l'introduction à l'analyse et les études d'équations et d'inéquations. Il se propose également d'étudier les fonctions numériques d'une variable réelle. A cet effet, l'élève doit être capable de « résoudre des équations et des inéquations à une inconnue et des systèmes d'équations linéaires par deux méthodes différentes à savoir, la résolution numérique et l'étude graphique » (Programme 2^{nde}, 1996, p.81). Il doit « connaître et savoir utiliser les variations et les représentations graphiques de certaines fonctions numériques et bien maîtriser les fonctions polynômes et les fonctions rationnelles » (Programme 2^{nde}, 1996, p.83)

1.4.2. Objectifs des mathématiques en premières scientifiques

Pour les classes de première scientifique, l'enseignement du concept autour de la fonction est conduit par trois objectifs généraux, à savoir :

- « maîtriser la notion d'application d'un ensemble dans un autre ainsi que la mise en œuvre de ses premières propriétés, » (Programme 1ère, 1997, p.129).

- « résoudre des problèmes plus complexes faisant intervenir des équations ou inéquations du premier ou du second degré» (Programme 1ère, 1997, p. 129) et
- « mettre en œuvre les techniques fondamentales pour l'étude analytique des fonctions numériques d'une variable réelle. » (Programme 1ère, 1997, p. 129).

Pour les niveaux plus opérationnels, l'élève doit être capable de se familiariser avec les applications d'un ensemble vers un autre (définitions, vocabulaire, propriétés, composition). Les propriétés et opérations sur les applications sont au menu : injective, surjective bijective, application réciproque, image directe, image réciproque, application composée, représentations sagittales. Pour l'équation, le programme insiste sur la résolution numérique et graphique d'équations. L'étude de la généralité sur les fonctions numériques d'une variable réelle prépare l'élève à connaître quelques notions de base indispensables en analyse et utiliser des transformations du plan pour tracer des représentations graphiques des fonctions « associées » à partir d'une courbe représentative d'une fonction simple. Il s'agit de la notion d'ensemble de définition, parité, périodicité, opérations sur les fonctions (somme, rapport, produit de deux fonctions, inverse)

L'étude locale d'une fonction numérique d'une variable réelle commence en classe de première. Il s'agit de l'étude des limites, continuité et dérivée. Cette étude est suivie de l'étude du sens de variation et de la représentation graphique. A cet effet, les programmes est très précis. L'étude des variations est réalisée sur quelques exemples classiques de fonction, sans oublier la lecture et l'interprétation d'une représentation graphique d'une fonction donnée.

1.4.3. Objectifs des Mathématiques en Terminales scientifiques

En classes Terminales scientifiques, l'étude de fonction numérique d'une variable réelle est la suite logique des chapitres traités en classes de première. A part l'étude générale sur la fonction, les programmes proposent également des études locales concernant les limites, la continuité et la dérivation. Le but de cette étude est d'utiliser la dérivée dans l'étude de variations d'une fonction et la construction de la courbe représentative. La résolution graphique d'une équation et le calcul d'aire font également partie intégrante des programmes. Le plan classique d'étude d'une fonction est proposé : ensemble de définition, limites, dérivée, tableau de variation, et courbe représentative. L'utilisation du graphique pour la résolution d'équation ou le calcul intégral termine l'étude de fonction.

2. Analyse des objets d'enseignement

L'enseignement est organisé sur deux axes : le cours et les exercices. Le cours propose des définitions, des propriétés et des théorèmes. Il contient également des résultats et des outils de base que les élèves doivent connaître et savoir utiliser pour la résolution de problèmes mathématiques. La résolution d'exercices joue un rôle capital dans les activités proposées aux élèves. C'est une occasion pour appliquer les notions étudiées pendant le cours.

2.1. Classe de seconde

Le concept fonction est introduit par la définition ensembliste. : L'ensemble de départ, d'arrivée et l'ensemble de définition occupent une place prépondérante. A cet effet, « l'élève doit être capable de calculer l'image d'un nombre, les antécédents d'un nombre par une fonction définie par une formule algébrique simple » (Programme 2^nde^, 1996, p.83). La fonction est donc introduite à partir de la notion de relation. Le registre de diagramme sagittal et le registre verbal peuvent être utilisés. Cette façon d'introduire la fonction fait appel à la définition formelle et abstraite.

Après cette notion générale, le programme propose immédiatement l'étude de la fonction numérique d'une variable réelle. L'objectif est de faire l'étude du sens de variation et la représentation graphique des fonctions numériques classiques. Dans ce cas, le sens de variation des fonctions usuelles et la représentation graphique sont étudiés sous le statut objet. Le programme ne mentionne aucune situation fonctionnelle ni de notion intuitive pour la mise en place du concept fonction.
Pour la présentation des fonctions usuelles, il s'agit de l'« Étude de quelques fonctions de R vers R.

- Fonctions : $x \longrightarrow x + b$, $x \longrightarrow I\ x\ I$, $x \longrightarrow E(x)$, $x \longrightarrow x^2$, $x \longrightarrow \sqrt{x}$, $x \longrightarrow \frac{1}{x}$ et
- $x \longrightarrow x^3$ » (Programme 2^nde^, 1996, p.83)

Pour ces fonctions, le programme demande aux enseignants de traiter l'étude de variation et la notion de représentation graphique dans son statut objet.

Cette façon d'écrire met en exergue le registre algébrique. Le registre de langue naturelle est occulté. (Fonction affine, fonction valeur absolue, inverse…). Comme la notion de limite et de dérivée est formellement interdite en classe seconde, les tâches et techniques utilisées pour la représentation graphique font appel au registre de tableau de valeurs. Bien exploitées, les représentations graphiques peuvent jouer un rôle pédagogique très important. Elles permettent de donner un aspect intuitif et concret aux objets mathématiques étudiés. A cet effet, l'utilisation de la représentation graphique pour déterminer graphiquement le sens de variation d'une fonction et l'image d'un nombre, les antécédents d'un nombre lui confère un statut outil.

L'étude de fonctions polynômes et fonctions rationnelles prend une place importante en classe de seconde avec pour objectifs spécifiques : reconnaître une fonction polynôme ou rationnelle, déterminer l'ensemble de définition d'une fonction rationnelle, effectuer des opérations (factorisation, résolution d'équation), dresser un tableau de signe et simplifier une fonction rationnelle. Le registre algébrique domine dans cette partie du programme car toutes les fonctions numériques proposées par ce programme sont définies par des expressions analytiques.

Remarques

L'utilisation de logiciels numériques n'est pas au programme. Ces outils informatiques peuvent aider à atteindre certains objectifs du programme (calculer l'image et l'antécédent, construire la courbe représentative…). Ils offrent une occasion pour diversifier les activités mathématiques proposées aux élèves. En effet, le cadre de programmation, par la possibilité de développer la visualisation de représentation, la simulation, et l'expérimentation ouvre une dialectique entre l'observation et la démonstration. L'utilisation de ce cadre peut changer profondément la nature de l'enseignement.

L'activité de résolution d'exercices est un champ d'application des notions données pendant le cours. Or, elle a la possibilité d'être utilisée comme point de départ des contenus mathématiques nouveaux. Dans ce cas, la présentation des nouvelles leçons revêt un caractère intuitif et concret. La résolution de situations fonctionnelles rattachées à la vie courante et à d'autres disciplines scolaires permet de donner du sens aux notions étudiées. Malheureusement, les programmes scolaires ne fait pas mention de ce type d'activité.

2.2. Classes de premières scientifiques

L'étude de la notion d'application commence le programme des classes de première scientifique. Il s'agit de donner les définitions, le vocabulaire et les propriétés sur l'application. Le programme propose également d'étudier les caractéristiques de l'application injective, surjective et bijective. Pour ce faire, l'instruction officielle est claire. L'enseignant doit s'appuyer sur les diagrammes sagittaux pour donner aux élèves une représentation mentale des différentes définitions et propriétés des applications injectives, surjectives et bijectives. Pour faciliter la compréhension des élèves, l'enseignant doit donner des contre –

exemples (application non injective, non surjective…). C’est une occasion favorable pour donner des exemples exprimés dans le registre numérique.

Pour l’application réciproque, le programme propose la définition et la notation suivante. « Pour une bijection $f : A \longrightarrow B$ ou A et B sont une partie de l’ensemble R, la propriété suivante est proposée. : Pour tout x élément de A et pour tout y élément de B, y =f(x) équivaut à $x = f^{-1}(y)$ et à bien présenter l’application réciproque

$f^{-1} : B \longrightarrow A$

$x \longrightarrow f^{-1}(x)$ » (Programme 1ère, 1998, p.130)

L’étude d’application est effectuée dans le cadre numérique et algébrique. Les registres utilisés sont : le registre de diagramme sagittal et le registre symbolique.

Sur le chapitre généralités sur les fonctions, le programme insiste sur la détermination de l’ensemble de définition, et le sens de variation d’une fonction. Il propose d’effectuer des opérations sur les fonctions (somme, produit, rapport, inverse). L’enseignant est recommandé de faire une étude sur la détermination de l’intersection de deux courbes par une méthode algébrique.

La notion de parité et de périodicité est introduite en classe de première. L’élève doit être capable de démontrer qu’une fonction donnée est paire ou impaire ou périodique, sans oublier les éléments de symétrie liés à la représentation graphique de ce type de fonction. Pour amener l’élève à utiliser des éléments de symétrie dans le cadre plus général, l’enseignant est appelé à faire des rappels sur les courbes représentatives des fonctions usuelles étudiées en classe de seconde et à construire le graphique des fonctions définies par. $f(x) +b$. $–f(x)$, $f(-x)$ et $|f(x)|$ à partir de la courbe de f.

Après la généralité sur la fonction, le programme scolaire propose une étude locale de la fonction. Il s’agit d’étudier la notion de limites et dérivée d’une fonction. L’étude de la limite conduit à la notion de continuité sur un point et sur un intervalle. Les propriétés sur les fonctions continues sont étudiées. La dérivabilité d’une fonction sera étudiée par rapport à un point ou sur un intervalle donné. L’interprétation graphique du nombre dérivé comme tangente en un point de la courbe fait partie intégrante du programme en classe de première.

L’étude de quelques exemples de fonctions numériques terminera la notion de fonction en classe de première scientifique. Le programme est axé sur le mode de calcul de la fonction dérivée et l’étude de son signe afin de déterminer le sens de variation de la fonction en question. L’élevé doit être capable de dresser le tableau de variation et d’étudier la notion d’extremum relatif d’une fonction numérique. Les exemples d’étude proposés par le programme concernent les fonctions polynôme de degré 1 ou 2 ou 3. On doit également étudier les fonctions rationnelles usuelles.

Remarque

En classe de première, le rôle de l’enseignant est très capital pour le choix pédagogique de l’apprentissage du concept fonction. Pour donner du sens aux nouvelles leçons à étudier, l’enseignant peut utiliser des notions déjà apprises en classe de seconde. A titre d’exemple, il peut utiliser la courbe représentative d’une fonction comme outil dans l’étude du sens de variation. D’ailleurs, un objectif du programme affirme que l’élève doit être capable de « retrouver toutes les propriétés d’une fonction par simple lecture de sa représentation graphique » (Programme 1ère, 1998, p.137). Cette instruction invite l’enseignant à utiliser encore une fois le caractère outil de la courbe représentative d’une fonction. Il offre également l’occasion d’amener l’élève à utiliser différents registres (symbolique, graphique, tableau…) dans l’étude du concept fonction.

2.3. Classes terminales scientifiques

Les chapitres à traiter en classes terminales scientifiques sont une suite logique des chapitres étudiés en classes antérieures. Le premier chapitre concerne les calculs de limite. Le programme propose plusieurs techniques de calculs de limites et leur utilisation. La continuité et l’étude des branches infinies sont des applications directes de cette notion.

La fonction dérivée est étudiée dans le cadre de l’étude de sens de variation d’une fonction. L’objectif est d’utiliser cette notion pour dresser le tableau de variations d’une fonction et tracer sa courbe représentative. Les exemples de fonction à étudier comprennent, les fonctions rationnelles, les fonctions irrationnelles, les fonctions trigonométriques, la fonction logarithme népérienne et la fonction exponentielle à base e. L’utilisation de la représentation graphique d’une fonction pour résoudre une équation est recommandée par ce programme. La notion de primitive fait partie des programme de classe de terminale. L’application de cette notion aboutit à la possibilité de faire de calcul d’aire.

Le registre algébrique, le registre graphique et le registre tableau sont impliqués dans le traitement de ce programme. Le mode loi de variation est le mode d’appréhension privilégié.

Conclusion

Les programmes scolaires en vigueur depuis l'année scolaire 1996-1997 à Madagascar sont écrits selon l'approche par objectifs. Ils définissent en termes de comportements observables et mesurables, les comportements attendus aux apprenants. Les Mathématiques doivent amener l'élève à *:* « développer des habilités intellectuelles et psychomotrices et à maîtriser les stratégies et les automatismes de calcul **».** (Programme Terminale, 1998, p.117)

Ces programmes préconisent le processus ensembliste sur l'introduction de la notion de fonction. Le mode d'appréhension de la loi de variation prend également une large place dans l'ensemble des programmes. Ce programme favorise l'acquisition des savoirs et des savoir-faire (statut objet). Le principe d'éveiller l'intérêt des élèves sur l'utilité et l'applicabilité d'étude des fonctions dans divers domaines n'est pas prise en compte (statut outil).

Malgré leur intention de mener un enseignement intuitif, les programmes ne font pas mention des situations fonctionnelles dans leurs approches. Le mode d'appréhension comme loi de processus n'est pas prévu. La démarche classique cours et exercices caractérise ce programme. L'introduction d'un nouvel objet d'enseignement à partir d'une activité de résolution de problème n'est pas recommandée. Or cette façon d'introduire l'enseignement peut donner aux élèves un sens de l'objet fonction et son statut outil.

Nous avons remarqué également que les instructions à caractère pédagogique et didactique sont insuffisantes. Pour pallier ce vide, l'analyse des épreuves au baccalauréat tient une place importante sur l'orientation didactique des enseignants. Ce document officiel propose des exercices types qui orientent le choix pédagogiques de l'enseignant.

3. Analyse des manuels scolaires

L'instruction officielle ne recommande pas de manuel scolaire spécifique pour la mise en œuvre des programmes scolaires. Il appartient donc à l'enseignant de choisir les documents et les manuels qu'il utilise pour sa classe. Ainsi, le savoir enseigné dépend –t-il en partie de chaque enseignant. Il est donc possible qu'il varie sensiblement d'un lycée à un autre selon le professeur et les manuels utilisés. C'est la raison pour laquelle, notre étude s'est contentée du cas du lycée FJKM d'Antanisoa Miarinarivo Itasy.

Au lycée FJKM de Miarinarivo, deux professeurs assurent l'enseignement de mathématiques, l'un tient les classes de seconde et une classe de première L et l'autre assure les classes de premières scientifiques et toutes les classes terminales. Ce lycée dispose d'une bibliothèque où les élèves et les enseignants peuvent consulter des livres. Nous avons pu la visiter et avons remarqué l'existence de quelques livres de mathématiques écrits par des auteurs malagasy et français.

3.1. Choix de manuels

Des critères sont adoptés pour le choix des manuels à analyser. Le livre est disponible à la bibliothèque (même en quelques exemplaires). Il est écrit par des auteurs malagasy et est conforme aux programmes de 1996. Il est recommandé par le professeur comme le principal livre qu'il utilise pour la préparation de ses leçons et les choix d'exercices.

3.1.1. Classe de seconde

Le manuel choisi en classe de seconde s'intitule : « Mathématiques Classe de 2nde édité en 1998. Elaboré par Rakotomamonjy Jean de Dieu, ce livre contient des cours et exercices sur la fonction. L'objectif de ce manuel est de mettre à la disposition des enseignants un manuel conforme au nouveau programme de1996.

3.1.2. Classe de première

Un livre élaboré par Rakotomamonjy Jean de Dieu édité en 1998 a été retenu pour l'étude. Ce livre a pour titre «Mathématiques 1ère scientifiques». Il contient des cours et différents types d'exercices. Chaque cours est suivi d'une « fiche technique » qui résume les points essentiels des notions développées. Des formules, des propriétés ainsi que des théorèmes sont donnés sans aucune démonstration. La série d'exercices commence par les questions d'application directe non corrigées et se termine par des exercices plus longs et plus complexes. Ces exercices sont corrigés.

3.1.3. Classe de terminale

Un livre élaboré par Ratsimandresy Aristide (2010) attire notre attention. Ce manuel a obtenu l'aval du Ministère de l'éducation nationale. Il commence sa partie sur la fonction par l'introduction de l'étude locale de la fonction (limite, dérivée). Des cours et des exercices non corrigés ont été présentés dans ce manuel.

3.2. Plan d'étude

Pour se faire une idée complète de l'organisation praxéologique, la partie cours et la partie exercices sont étudiées. L'analyse du cours doit permettre de mettre en évidence les objets d'enseignement dans le chapitre (définitions, théorèmes, méthodes). Pour cela, la structure globale du cours est présentée sous forme d'organigramme. Il faut noter que cette façon de présenter le cours est inspirée par la méthode utilisée par Alves Dias (1998) dans sa thèse.

L'analyse de manuel comporte, donc un organigramme du cours, la description des notions étudiées et l'analyse des exercices. L'analyse des exercices est axée sur les registres, les tâches et les techniques impliquées.

3.3. Analyse du manuel de la classe de seconde

Notre objectif est d'analyser le chapitre sur l'introduction de la notion de fonction en classe de seconde. Pour ce faire, ce livre propose un chapitre « Généralité sur la fonction numérique ».

3.3.1. Organigramme du cours

Le chapitre « Généralité sur la fonction numérique » est le premier chapitre traité sur le concept de fonction. Chaque section présente la notion principale (définition) suivie d'un exemple ou d'une méthode pratique de résolution d'exercice Les propriétés et les théorèmes sont admis.

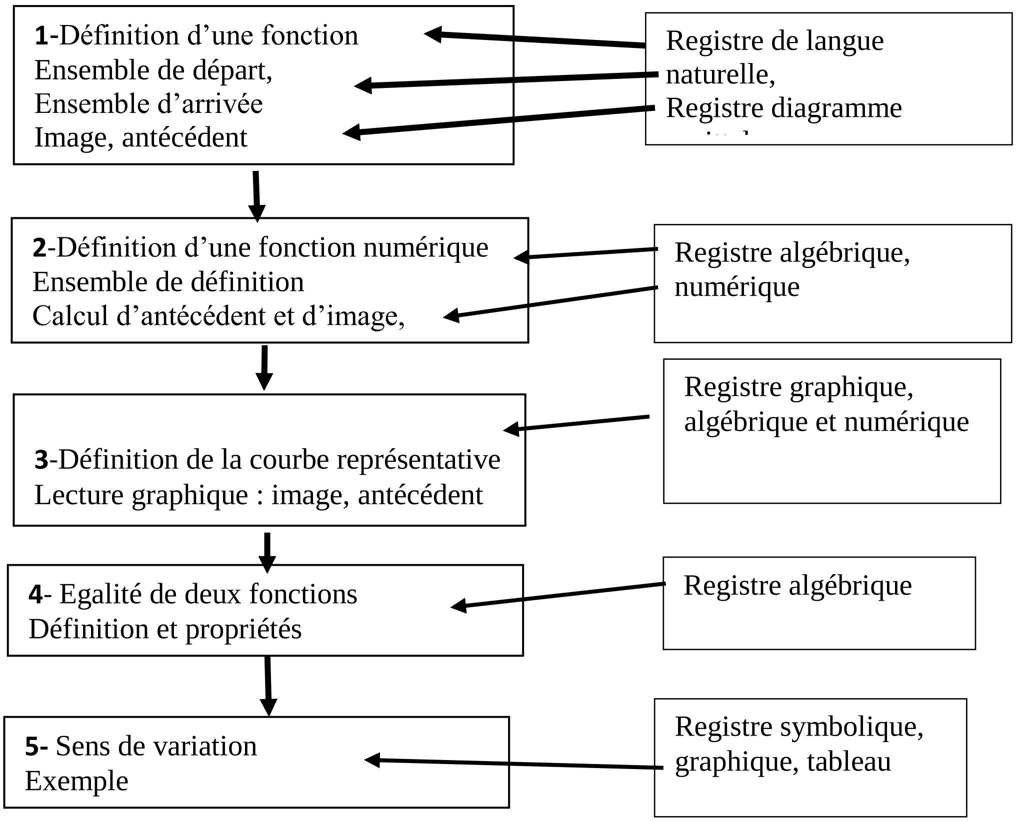


Figure 1 : Organigramme du cours en classe de seconde « Généralité sur la fonction numérique » et les registres correspondants

3.3.2. Description et analyse du cours

L'analyse du cours consiste à présenter les objets d'enseignement développés dans le manuel. Le mode d'appréhension du concept fonction et les registres utilisés seront également présentés.

Introduction du concept fonction

C'est la première fois que l'élève rencontre la notion de fonction même si la fonction affine est déjà traitée en classe de troisième. La définition est générale et abstraite. Aucune notion intuitive n'est donnée. L'objet d'enseignement est théorique et formelle. Il s'agit d'une fonction d'un ensemble E vers un ensemble F. Deux registres sont utilisés : le registre de la langue naturelle et le registre algébrique.

Voici la définition proposée :

« *Une fonction f de E vers F est une* ***correspondance*** *entre les éléments de E et ceux de F, telle que, à tout élément x de E associe au plus un élément de F, noté f(x), s'il existe.*

$$\begin{aligned} f\ :\ & \mathrm{E} \longrightarrow \mathrm{F} \\ & x \longmapsto y = f(x) \end{aligned}$$

En utilisant le terme «correspondance », cette définition est plus proche de celle de Bourbaki. Cette définition renvoie donc au mode d'appréhension « loi ensembliste ». Les exercices sont formulés dans les registres algébrique ou graphique. Les autres registres ne sont pas présentés. Dans ce cas le concept fonction est une notion théorique sans liaison avec la vie de tous les jours. Aucune notion intuitive n'est utilisée. Cela peut avoir des impacts négatifs sur le sens du concept fonction chez les élèves.

Après cette définition, le manuel traite immédiatement la fonction numérique en prenant comme exemple une fonction affine. Dans ce cas, le manuel essaie de calculer dans le cas d'une fonction numérique la notion d'image et d'antécédent. Cela répond à l'objectif spécifique décrit dans le programme qui stipule que *« L'élève doit être capable de calculer l'image d'un nombre, les antécédents d'un nombre par une fonction définie par une formule algébrique simple »*. (Programme 2$^{\text{nde}}$, 1996, p.83) Les registres algébrique et numérique dominent la présentation dans le manuel. Il ne fait pas recours au registre tableau même si ce dernier peut faciliter la présentation des images et antécédents d'une fonction donnée. .

Pour la suite du cours, l'ensemble de définition est traité. La définition de l'ensemble de définition est suivie d'un « point méthode ». Cette sous-section traite les différents cas possibles pour trouver l'ensemble de définition d'une fonction. C'est une façon de créer un certain automatisme dans la détermination de l'ensemble de définition. La fonction polynôme et la fonction rationnelle sont traitées.

L'ensemble de définition d'une fonction numérique *f*, noté D_f, est l'ensemble

$$Df = \{ x \in \mathbb{R} \quad / \quad f(x) \text{ existe} \} = \{ x \in \mathbb{R} \quad / \quad f(x) \text{ est calculable} \}$$

Le « point méthode » propose des solutions toutes faites et des démarches mécaniques à suivre pour le calcul d'un ensemble de définition.

« *Si f est une fonction polynôme alors* $D_f = \mathbb{R}$ »

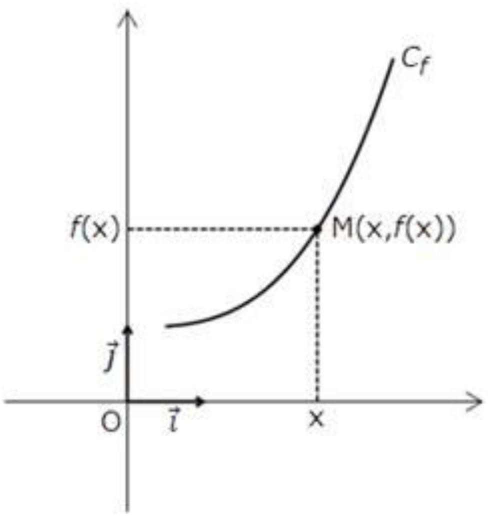
Si $f(x) = \dfrac{A(x)}{B(x)}$, *avec A et B deux fonctions polynôme alors*

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \quad / \quad B(x) \neq 0 \} = \mathbb{R} - \{x \in \mathbb{R} \quad / \quad B(x) = 0 \}$$

Courbe représentative

Une courbe représentative d'une fonction est l'ensemble des points (x, f(x)) où x appartient à l'ensemble de définition. Cette définition est illustrée par un exemple de courbe tracée d'une façon générale. La lecture d'un graphique est présentée comme la lecture d'une image de x et d'un antécédent de y. Les propriétés d'une courbe représentative d'une fonction ne sont pas développées. Les registres graphiques, algébriques et numérique sont utilisés pour illustrer la définition.

$$C_f = \{ M(x, f(x)) \quad / \quad x \in D_f \}$$



Egalité de deux fonctions

La définition de l'égalité de deux fonctions est formulée comme suit. «*Soient f et g deux fonctions d'ensembles de définitions respectifs Df et Dg. Les fonctions f et g sont égales si, et seulement si : Df=Dg et, pour tout x* $\in$ *Df, f (x) = g (x).*»

Une interprétation graphique de cette définition est donnée.

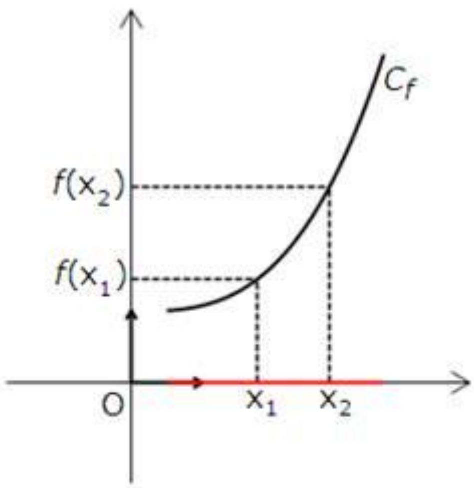
«Deux fonctions sont égales si, et seulement si, leurs représentations graphiques relativement à un repère donné sont confondues. »

Pour plus de clarté, l'auteur donne un exemple de deux fonctions égales. Il s'agit de la fonction définie par f(x) = $\frac{2x+3}{x+2}$ et g(x)=2- $\frac{1}{x+2}$. Cet exemple est traité entièrement dans le registre algébrique.

Sens de variation

Les définitions d'une fonction croissante ou décroissante commencent cette section. La définition d'un tableau de variation complète l'étude. L'auteur a dressé un tableau de variation d'une fonction à partir d'un exemple numérique simple.

A titre d'illustration, la définition d'une fonction croissante est proposée comme suit : « *f est croissante sur l'intervalle I si pour tout* $x_1 \in I$, *pour tout* $x_2 \in I$, $x_1 \leq x_2$ *alors* $f(x_1) \leq f(x_2)$. » Une interprétation graphique de cette définition est développée. Elle est expliquée d'une manière intuitive et visuelle. L'auteur du manuel a précisé que graphiquement, une fonction f croissante« *se traduit par le fait que sa courbe* C_f *monte sur l'intervalle I* ». Le graphique suivant complète la définition.



Trois registres sont utilisés : le registre de langue naturelle, le registre graphique et le registre algébrique.

3.3.3. Analyse des exercices

L'étude est basée sur l'analyse de chaque exercice proposé en termes de tâches et techniques. Pour ce chapitre, 24 exercices sont proposés. Chaque exercice contient plusieurs items ou questions. A titre d'exemple, la question « déterminer l'ensemble de définition de la fonction f » propose plusieurs exemples de fonction à traiter. Les fonctions étudiées sont des fonctions numériques. Le manuel a souvent recours aux registres algébrique et graphique pour l'ensemble des exercices.

Les tâches et techniques utilisées

Les tâches que l'on trouve dans ces exercices sont les tâches de :

- Détermination d'un ensemble de définition (6 exercices)
- Etude du sens de variation d'une fonction (4 exercices)
- Calcul d'image et d'antécédent (2 exercices)
- Signe d'un polynôme (4 exercices)
- Résolution de l'équation f(x)=0 (3 exercices)
- Traçage d'une courbe représentative d'une fonction '(2 exercices)
- Vérification si un point donné appartient à un courbe ou non. (2 exercices)

La résolution de ces tâches nécessite plusieurs techniques. Relevant essentiellement du registre algébrique, les techniques utilisées sont liées à l'application de la définition et aux propriétés des fonctions numériques. La méthode pour la détermination de l'ensemble de définition consiste à appliquer mécaniquement les propriétés de chaque fonction étudiée (Fonction polynôme Df =R, fonction rationnelle, Df = dénominateur différent de zéro).

La technique de traçage d'une courbe consiste à prendre des points particuliers et de relier ces points pour avoir le graphique. Les exercices proposent des fonctions valeurs absolues.

Les tâches utilisées dans la résolution des exercices exprimés suivant un registre algébrique demandent souvent des techniques identiques. Ces techniques ne donnent pas suffisamment de marge de manœuvres aux élèves. Ces techniques se font mécaniquement et favorisent la mémorisation.

Les tâches utilisant le registre graphique offrent une occasion aux élèves de travailler dans deux registres pour répondre à la question. L'exemple suivant essaie de le prouver

Les questions suivantes traitent le même problème : l'appartenance d'un point donné à une courbe donnée. Pour cela, deux exercices sont proposés. La façon de présenter les questions évite la réponse mécanique. On peut utiliser deux registres pour répondre à ces questions : le registre graphique et le registre algébrique.

Question 1 : Dire si les points donnés par leurs coordonnées sont sur la courbe de f :

$f(x) = x^2$

A (1 ; 1) *B (-2 ; 4)* *C (0 ; 1).*

Question 2 : Les points appartiennent à la courbe de f. Calculer les coordonnées manquantes.

$f(x) = |2x\text{-}3|$.

A (1 ;….) *B (3 ; …)* *C (-1,….).*

Travailler dans deux registres différents pour un même exercice est une occasion favorable pour atteindre l'objectif du programme : « *Bien maîtriser les fonctions polynômes et les fonctions rationnelles* » (Programme 2nde, 1996, p.)

Conclusion

Les définitions données dans ce manuel sont toutes théoriques et formelles. Elles sont données dans les registres algébriques et de langue naturelle. Le mode d'appréhension « loi ensembliste » est utilisé pour l'introduction du concept fonction. L'aspect intuitif du concept fonction et les situations concrètes ne sont pas traités. Le registre graphique n'est pas suffisamment exploité en tant que support pédagogique. Les auteurs ne se soucient pas du sens à donner aux élèves sur le concept fonction. Conforme au programme officiel, ce manuel ne traite aucune situation fonctionnelle et le caractère outil du concept fonction n'est pas pris en considération.

Le manuel de la classe de seconde a souvent recours au registre algébrique dans sa présentation. Les registres de langue naturelle et le registre graphique ne sont pas suffisamment utilisés Les autres registres (tableau, sagittal, numérique …) sont très rares.

3.4. Analyse du manuel de la classe de première

Le manuel retenu traite tous les chapitres sur les fonctions numériques en classe de première à savoir les généralités sur les fonctions numériques d'une variable réelle, l'étude locale d'une fonction numérique, l'étude globale d'une fonction numérique et l'étude de quelques exemples de fonction numérique usuelle. Comme dans l'analyse du manuel en seconde, nous ne pouvons pas analyser tous ces chapitres. Notre choix est dicté par l’importance de la loi de variation dans notre étude, le caractère outil/objet et les différents registres utilisés.

3.4.1. Organigramme du cours

Le manuel traite la fonction numérique d’une variable réelle. Ce cours comprend plusieurs titres Il présente les notions de base sur l’étude de fonction numérique.

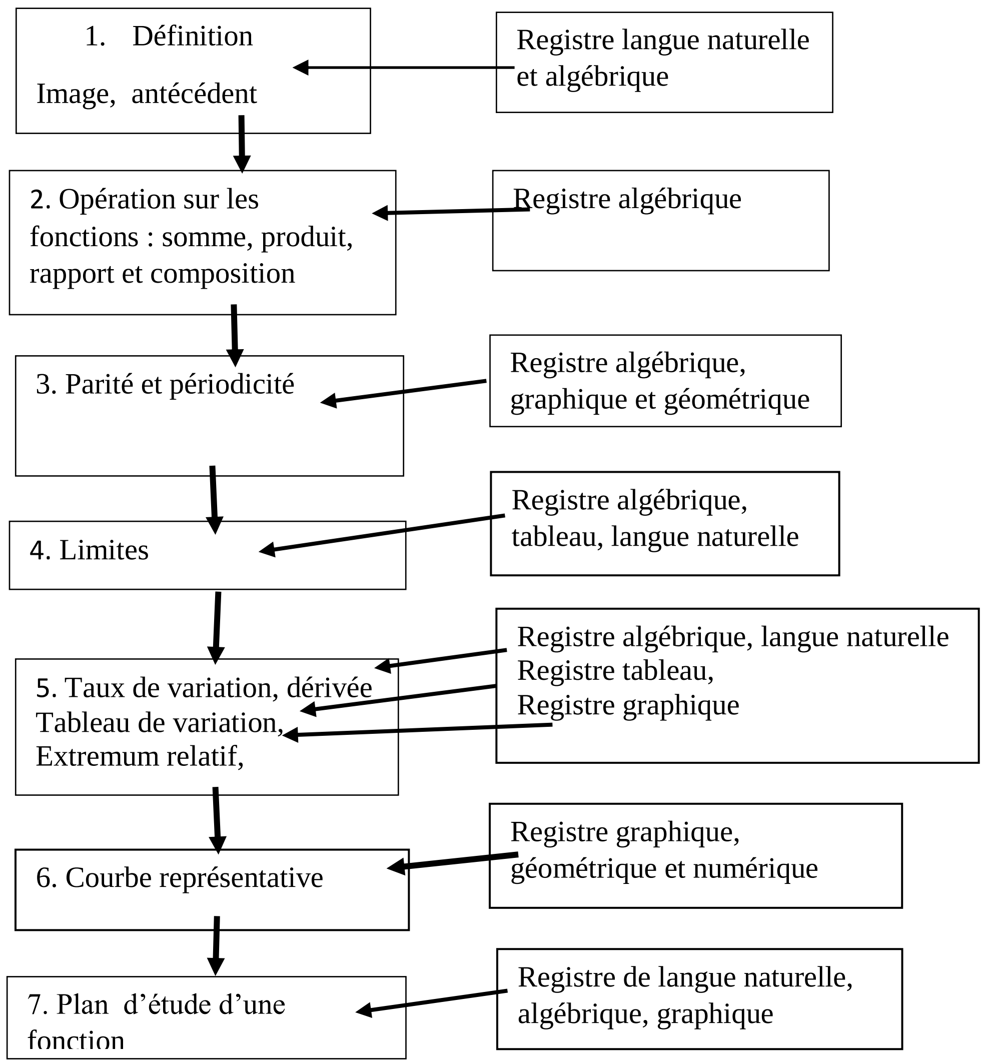


Figure 2 : Organigramme du cours en classe de première : « Fonction numérique d’une variable réelle» et les registres correspondants

3.4.2. Analyse et description du cours.

Le chapitre « Fonction numérique d’une variable réelle » est divisé en plusieurs sections : définition, propriétés, théorèmes. Des exemples sont traités pour faciliter la compréhension. Les objets d’enseignement suivants sont présentés. Ils sont en relation avec l’objectif du mémoire et le test élèves.

Le cours ne présente aucune démonstration. L'objectif principal est de donner aux élèves le savoir et savoir-faire nécessaires à la résolution de différents exercices ou problèmes proposés.

Opérations sur les fonctions

Ce sous –titre est traité pour que l'élève soit « *capable d'effectuer des opérations sur les fonctions* ». Les opérations en questions sont la somme (f+g), et le composé (fog).
Les définitions développées dans le manuel sont :
-On définit la fonction f+g par : (f+g) (x) = f(x) + g (x).
-La fonction composé est définie par (fog) (x) = f [g(x)]

La question de représentation graphique d'une fonction somme n'est pas précise dans le programme. Le cas de fonction définie sur un ensemble fini dans un registre numérique n'est pas traité. Les définitions sont exprimées dans le registre algébrique.

Parité et périodicité

La parité et la périodicité sont introduites pour la première fois en classe de première. Le programme de la classe de seconde n'y fait pas mention. Cette notion a deux statuts. Elle est à la fois objet et outil. La propriété paire ou périodique peut être utilisée pour construire une courbe d'une fonction à partir d'une portion de courbe. Par exemple, la courbe d'une fonction paire admet un axe de symétrie, par rapport à l'axe des ordonnées (droite d'équation x=0). Dans ce cas, ce concept joue le rôle d'outil.

« Une fonction f est dite périodique s'il existe un réel p tel que quel que soit, x élément de Df, x+p appartient à Df et f(x+p)=f(x). Le plus petit réel p strictement positif vérifiant cette propriété est appelé la période de la fonction f. »

La propriété d'une courbe représentative d'une fonction de période p est également développée. Cette propriété est décrit théoriquement par : « *Si on a une courbe représentative de f dans un intervalle de longueur p toute la courbe est obtenue par translation de vecteur pi.*
Malgré la présence de graphique, le registre graphique n'est pas suffisamment exploité dans cette section. La période n'est pas suffisamment traitée en tant que objet. La définition d'une période est facile à appliquer pour les fonctions trigonométriques. Or, les fonctions trigonométriques ne sont pas traitées dans ce manuel.

L'étude de la parité et de la périodicité mobilise le registre algébrique, graphique et géométrique. Mais le registre géométrique n'est pas suffisamment utilisé.

Limite à l'infini.

La notion de limite est introduite en classe de première. Il est donc nécessaire de voir la façon dont le manuel a introduit cette notion. Nous allons présenter la notion limite à l'infini.

Le manuel commence par donner la définition d'une limite.

« On dit que la limite de f en x_0 *est* $+\infty$ *et on écrit* $\lim_{x_0} f(x) = +\infty$ *ou* $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ *si lorsqu'on donne à x des valeurs de plus en plus proches de* x_o*, f(x) prend des valeurs indéfiniment grandes. (f(x) peut être plus grand que n'importe quel nombre M, aussi grand soit-il, pourvu que x soit assez proche de* x_0 *) ».*

Cette définition est théorique et difficile à comprendre pour les élèves. Pour faciliter la compréhension, le manuel propose un exemple, présenté dans le tableau suivant.

<u>*Exemple :*</u> $f(x) = \dfrac{1}{|x|}$

x	10^{-1}	10^{-2}	10^{-10}	10^{-100}
$f(x)$	10	100	10^{10}	10^{100}

Quand x prend des valeurs très proches de 0, f(x) devient indéfiniment grande donc $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$

Le registre algébrique, le registre tableau des valeurs et le registre de langue naturelle sont utilisés. Le manuel a recours au registre tableau pour donner un aspect concret de la notion de limite. L'utilisation du registre algébrique pour la définition d'une limite est très théorique. Pour faciliter la compréhension des élèves, le registre langue naturelle est utilisé. Il s'agit de traduire certain aspect de la définition d'une limite au voisinage de zéro par la phrase « *(f(x) peut être plus grand que n'importe quel nombre M, aussi grand soit-il, pourvu que x soit assez proche de* x_0 *)*

Variation d'une fonction

Les mêmes définitions d'une fonction croissante ou décroissante sont reprises en classe de première. Mais une nouvelle notion est introduite. Il s'agit du taux de variation. L'étude de variation commence par l'introduction de ce taux :

- *Soit f une fonction définie sur un intervalle I, on appelle taux de variation de f entre x et x' de I, le réel* $r_{xx'} = \dfrac{f(x) - f(x')}{x - x'}$

On dit que f est **croissante** *sur I si quels que soient x et x' de I tels que x< x', on a*

f(x) ≤ f(x'). f est croissante sur I, si et seulement si quels que soient x et x' de I

$r_{xx'} \geq 0$

La monotonie est également définie .Elle est utilisée pour l'étude de variation et le tableau de variation. Etudier les variations d'une fonction f, c'est subdiviser son domaine de définition, lorsque c'est possible, en un nombre fini d'intervalles sur chacun desquels f est monotone. Le registre algébrique et de langue naturelle sont utilisés.

Extremum local (ou relatif) :

Soit f une fonction définie sur I et x_0*.élément de I. On dit que :*

f admet un minimum local en x_0 *s'il existe un intervalle ouvert J contenu dans I et contenant* x_0 *tel que quel que soit x élément de J* $f(x) \geq f(x_0)$

$f(x_0)$ *est dans ce cas le minimum de f(ou la valeur minimale de f(x) sur I*

L'application de la notion de fonction dérivée à l'étude de variation d'une fonction est donnée par le théorème suivant.

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I.

Si quel que soit $x \in I$, $f'(x) \geq 0$ *alors f est croissante sur I*

Si quel que soit $x \in I$, $f'(x) \leq 0$ *alors f est décroissante sur I*

Si quel que soit $x \in I$, $f'(x) = 0$ *alors f est constante sur I*

Si l'inégalité est stricte. f est strictement croissante (respectivement décroissante)

Ce théorème est admis. Nous ne pensons pas qu''il faut le démontrer. La compréhension intuitive de ce théorème peut être obtenue à partir du taux de variation.

Le théorème suivant donne la condition nécessaire et suffisante pour l'existence d'un extremum.

« f admet un extremum en x_0 *si et seulement si f ' s'annule et change de signe en* x_0 *»*

Pour cela deux cas peuvent se présenter .Les deux tableaux de variation suivants les montrent clairement.

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗		↘

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘		↗

Il faut noter que $f'(x_0)= 0$ n'est pas une condition suffisante pour dire que f admette un extremum en x_0. L'exemple suivant a été traité dans le manuel comme contre-exemple à cela.

$f(x) = x^3$

$f'(x)=3x^2$

$f'(0) = 0$ mais on a ni maximum ni minimum en 0 .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+
$f'(x)$	↗	0	↗

Le registre algébrique et le registre tableau sont fréquemment utilisés. Le registre graphique est sous utilisé même si un objectif du programme est d'amener l'élève à être capable de « *Déterminer graphiquement le sens de variation d'une fonction.* » *(Programme 1ère ; 1998, p.130)*

Courbe représentative

La même définition utilisée en classe de seconde est reprise ici**.** « *L'ensemble des points* ***M (x ; y)*** *du plan rapporté à un repère* $(O;\vec{i},\vec{j})$*, tels que* $x \in D_f$ *et y = f(x) est appelé courbe représentative de f.* »

On le note en général (C_f) ou (C).

$$C_f = \{M(x;y) / x \in D_f \text{ et } y = f(x)\} = \{M(x, f(x)) / x \in D_f\}$$

La relation y= f (x) est appelée **équation de la courbe *(C)*** dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Les définitions sont exprimées dans le registre algébrique. Le registre graphique n'est utilisé que dans la partie « plan d'étude » d'une fonction où un exemple concret d'étude de fonction est traité.

Plan d'étude d'une fonction

Le plan suivant est donné.

Domaine de définition

Etude de la parité –Périodicité

-Si f est une fonction paire ou impaire, on fait l'étude sur $D_e = D_f \cap [0;+\infty[\ ou \ D_f \cap]-\infty;0]$ et on complète par symétrie

- Si f est périodique de période T, on fait l'étude sur un intervalle de longueur T puis on complète par translation de vecteur $kT\vec{i}, \ avec \ k \in Z$

Limites aux bornes de D_f

Dérivée

Tableau de variation

Courbe représentative

Ce plan est suivi d'un exemple pratique d'étude de fonction .Il s'agit de la fonction f(x)= x^2 dont la courbe représentative est une parabole.

<u>Exemple :</u> $f(x) = x^2$

$D_f = R =]-\infty;+\infty[$

$Parité : f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$

f est paire $D_e = [0;+\infty[$

Limites

$\lim_{x \to 0} f(x) = 0$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

Dérivée

$f'(x) = 2x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$f(x) = x^2$

$f'(0) = 0$, donc on a une tangente horizontale en (0,0)

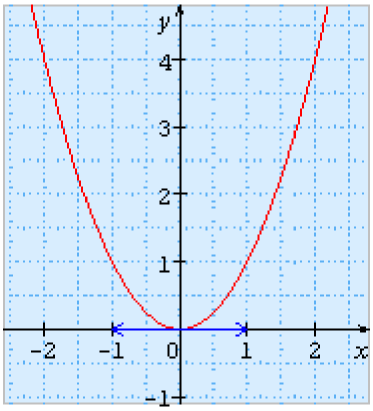
Tableau de variation :

x	0		$+\infty$
f '(x)	0	+	
f(x)	0	$\nearrow$	$+\infty$

Points particuliers :

x	1	2
y	1	4

Courbe représentative



Le registre langue naturelle, le registre algébrique, le registre tableau et le registre graphique sont utilisés pour développer cet objet d'enseignement.

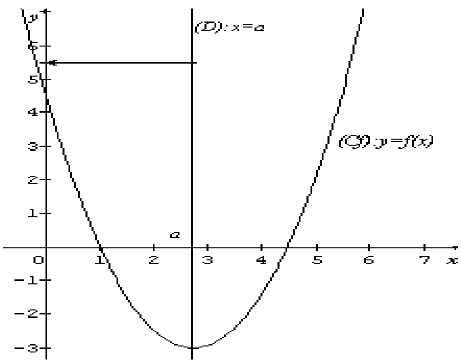
3.4.3. Analyse des exercices

50 exercices sont proposés dans ce chapitre. Les premiers exercices sont des applications directes des notions étudiées. Les exercices de recherche et de synthèse terminent la série.

Registres

La plupart des exercices sont énoncés dans le registre algébrique. 10 exercices sont décrits dans le registre graphique. Ce sont des exercices sur les fonctions paires, périodiques et les fonctions associées. 3 exercices sont présentés dans le registre tableau. Dans ce cas les fonctions sont définies par un tableau de valeurs. Les registres algébrique et graphique sont les plus importants dans ce chapitre. La présentation d'un exercice dans un registre graphique lui confère un caractère plus concret et diminue la mécanisation du traitement. A titre d'exemple, l'exercice n^0 15 est présenté dans le registre graphique

Soient f *une fonction dont la courbe représentative* (Cf) *est symétrique par rapport à la droite* $(D) : x = a$



La fonction g est définie par g (x) = - f (x). Tracer la courbe de g.

Cet exercice n'exige pas un changement de registre pour son traitement. Il est possible de construire la courbe de g sans passer par le registre algébrique.

Analyse par tâches et techniques

Dans le cadre de notre étude, il est pratiquement impossible de traiter toutes les tâches et techniques développées dans ces exercices. Un choix s'impose. Les différentes tâches qui apparaissent dans les exercices types sont exposées.

Les tâches qui apparaissent dans les exercices de ce chapitre sont les suivantes :

- Ensemble de définition
- Représentation graphique
- Calcul d'image et d'antécédent
- Parité et périodicité
- Résolution graphique d'une équation
- Comparaison de deux fonctions (analytique et graphique)
- Etude de signe d'une expression analytique et son interprétation géométrique.

La tâche de domaine de définition

Cette tâche apparait dans presque tous les exercices sur les fonctions. Trois techniques sont souvent utilisées : l'application de la définition comme dans une fonction polynôme, la résolution d'équation (fonction rationnelle) et la détermination du signe d'une expression algébrique (fonction irrationnelle).

Le programme exige que l'ensemble de définition soit exprimé sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles. La détermination de l'ensemble de définition d'une fonction irrationnelle f(x) = $\sqrt{A}(x)$ fait partie des exercices présentés. La technique utilisée consiste à déterminer le signe de l'expression A(x)

Le calcul de l'ensemble de définition est souvent pratiqué mécaniquement par les élèves sans qu'ils connaissent le sens.

Le registre algébrique et le registre tableau sont utilisés.

Tâche parité, périodicité

Deux exercices sont proposés par le manuel sur ce thème. L'un sur la fonction paire et l'autre sur la périodicité. La parité est étudiée à partir d'une fonction exprimée analytiquement. L'exemple traité est la fonction $f(x) = x^2$. On demande aux élèves de vérifier que la fonction en question est paire Cette propriété est ensuite exploitée graphiquement. Par contre, sans utiliser la fonction trigonométrique, l'étude de périodicité est réalisée dans un registre graphique. On demande aux élèves de compléter la courbe représentative d'une fonction périodique.

Deux registres sont donc utilisés pour exprimer la parité et la périodicité. Le registre algébrique et le registre graphique.

La tâche de calcul de limites

Deux types de techniques sont souvent utilisés : l'application de certaines propriétés sur les limites des fonctions et les techniques de calcul de limite par la levée d'une forme indéterminée donnée. Plusieurs formes indéterminées sont aux programmes. A chaque forme, des techniques spécifiques sont développées. Chaque élève est appelé à retenir la technique qui convient à une forme indéterminée donnée. La répétition est ici la clé de réussite. Tous les exercices proposés sont exprimés dans le registre algébrique.

La tâche d'étude du sens de variation

La tâche d'étude de variation est liée à l'étude du signe de la dérivée. La technique utilisée consiste à déterminer le signe de la fonction f' et de dresser le tableau de variation correspondante. Les limites et les valeurs particulières prises par la fonction étudiée complètent les données de ce tableau. Le registre tableau, le registre langue naturelle et le registre algébrique marquent la présentation dans cette partie.

La tâche de représentation graphique

Cette tâche termine l'étude classique d'une fonction. Elle consiste à tracer dans un repère orthogonal le graphique d'une fonction. La technique utilisée consiste à lire le tableau de variation. Les valeurs particulières prises par la fonction orientent le sens de variation décrite par le tableau. Eventuellement, des études sur les branches infinies donnent des informations sur le comportement de la courbe au voisinage de l'infini.

Le recours aux registres algébrique, géométrique et graphique est fréquent pour la tâche représentation graphique.

Les situations fonctionnelles

Les situations fonctionnelles ne sont pas exploitées dans la partie cours du manuel. Aucun exemple de situation fonctionnelle n'est présenté. Par contre, nous avons vu des situations fonctionnelles dans la partie exercices. 8 exercices sont proposés dans le manuel. Trois registres sont fréquemment utilisés : le registre algébrique, le registre géométrique et celui de la langue naturelle. Ces types d'exercices donnent au concept fonction un caractère concret car les situations présentées sont issues de la vie courante. A titre d'exemple, les exercices proposés parlent de terrain rectangulaire, d'une entreprise de fabrication d'objet, d'un stade de foot ball etc.

Au départ les situations sont données dans le registre géométrique ou de langue naturelle mais la résolution du problème nécessite un changement de registre. Dans ce cas, le recours au registre algébrique est plus puissant pour trouver la solution. Les tâches consistent à trouver l'expression analytique d'une fonction régissant la situation et d'étudier cette fonction pour trouver le minimum ou maximum. On fait appel à la résolution (graphique ou analytique) d'une équation pour trouver certaines solutions.

Conclusion

Deux principaux objectifs orientent l'enseignement du concept fonction en classe de première. A la fin de la classe de première, l'élève doit être capable de : *« Maîtriser certaines méthodes et techniques de calcul de limite et de nombre dérivé et utiliser la dérivée à l'étude de variations de fonctions ».* (Programme 1ère, 1998, p 134.) Pour atteindre ces objectifs, deux nouveaux objets d'enseignement sont introduits en classe de première : Il s'agit de l'introduction de notion de limite et de la dérivée. Ces deux notions sont indispensables à l'étude d'une fonction donnée. Notions très théorique et abstraite, le recours au registre de langue naturelle et tableau sont nécessaires pour faciliter la compréhension des élèves. Malheureusement, ces deux registres ne sont pas suffisamment utilisés.

Le plan d'étude standard prend une place importante dans l'étude de fonction. Il donne un aspect mécanique de l'étude. Le registre algébrique est très utilisé dans l'ensemble du programme. Cela rend abstrait l'étude du concept fonction. Le caractère outil de certains concepts n'est pas pris en compte. Heureusement, les situations fonctionnelles sont traitées pour que les élèves puissent voir un champ d'application possible du concept fonction. Les tâches et techniques utilisées font appel au registre algébrique. L'utilisation du registre graphique est faible.

3.5. Analyse du manuel pour la classe de terminale

L'objectif de cette section est de voir la tendance de développement de l'objet d'enseignement à la fin du lycée. Elle sert à confirmer la tendance déjà observée pour la classe de seconde et les classes de premières. Notre étude est orientée seulement vers l'analyse de quelques parties caractéristiques de la classe terminale pour vérifier nos hypothèses. Le manuel observé est divisé en deux parties : le cours et les exercices. La présentation est identique pour tous les chapitres. Ecrit en noir sur blanc, il ne présente aucune illustration. Les leçons sont présentées de la manière la plus succincte possible.

Fonction numérique

Ce chapitre est divisé en deux parties. Limites, continuité et dérivation. Chaque section est composée de plusieurs sous- sections qui apparaissent dans l'ordre suivant pour la section concernant les limites. : « Limites », « continuité », «théorèmes » et « exercices ». Pour la dérivation, les sous-sections suivantes sont traitées dans l'ordre : « définition », « interprétation graphique », « formules de calculs sur les fonctions dérivées », « Application de l'étude de la dérivée à l'étude d'une fonction » ainsi que de plusieurs exercices et problèmes. Les formules (fonction dérivée) et les techniques de calculs (limites) constituent l'ossature de ce chapitre.

3.5.1. Organigramme du cours

Limites

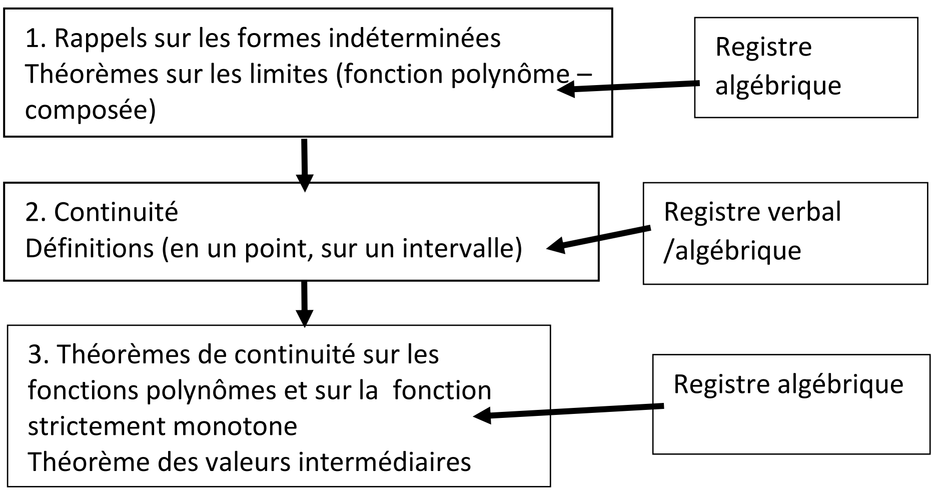


Figure 3 : Organigramme du cours en classe terminale : « Limites » et les registres correspondants.

Dérivation

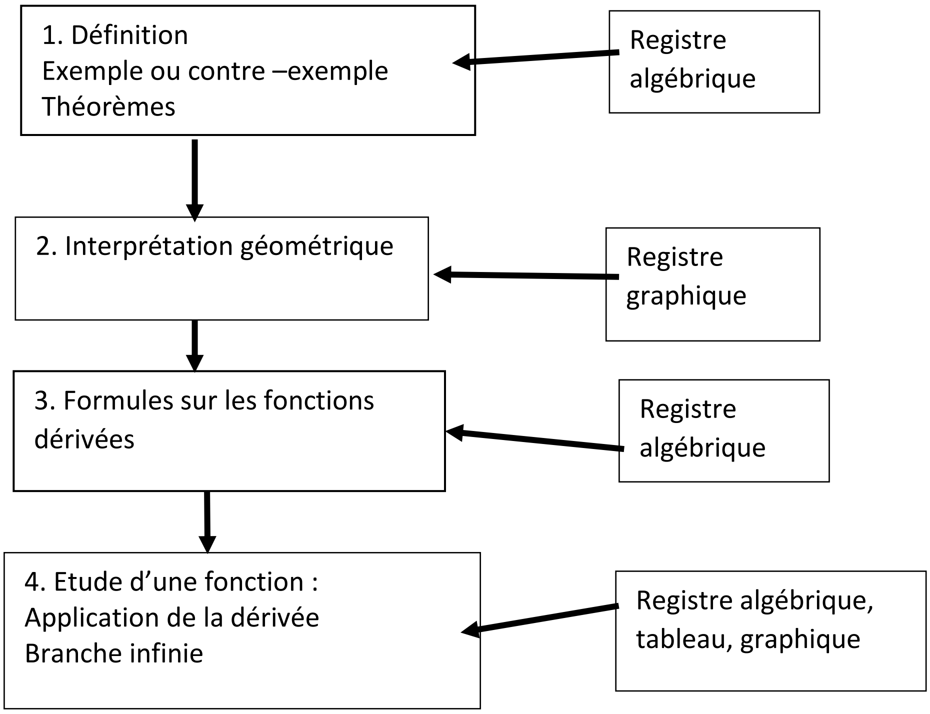


Figure 4 : Organigramme du cours en classe terminale : « Dérivation» et les registres correspondants

3.5.2. Description du cours

Les titres du cours présentés dans le manuel en terminale sont presque identiques à ceux qui sont présentés en première. Nous avons remarqué quand même une grande différence .En classe terminale, un effort de démonstration et de généralisation est visible. Les propriétés souvent admises en première sont démontrées en terminale. Nous avons donc remarqué l'existence de quelque notion théorique sur la fonction développée dans le manuel. Cette partie a pour objectif d'atteindre le profil de sortie de lycée préconisé par le programme. A savoir, « *à la sortie du Lycée, l'élève doit être capable de mener une réflexion poussée* et de *faire des raisonnements rigoureux » (Programme Terminale, 1998, p.130)*

Plan d'étude d'une fonction

Le plan classique introduit en première est approfondie en terminale. L'étude de la branche infinie, des asymptotes et des tangentes en un point est développée. L'objectif du plan est d'amener les élèves à tracer la courbe représentative d'une fonction donnée. Les tâches sur le calcul de surface délimitée par la courbe et des droites terminent les questions d'un exercice standard et classique.

Le registre graphique, le registre algébrique et le registre tableau constituent les principaux registres utilisés pour l'étude classique d'une fonction.

3.5.3. Analyse des exercices

Ce chapitre propose aux apprenants 57 exercices. La présentation des exercices suit un ordre croissant de difficulté et de longueur. Les 8 premiers exercices sont présentés sous forme de QCM. Ils réclament une application directe des définitions sur la fonction continue, dérivable, croissante. On y traite également quelques opérations sur la composition des fonctions. Le registre employé est le registre algébrique. Chaque fonction numérique est définie par son expression analytique. Les 20 exercices suivants traitent l'ensemble de définition, les calculs des limites, la continuité et la dérivabilité. Deux exercices sont axés sur la tangente en un point de la courbe. Il s'agit en fait de calculer le coefficient directeur de la tangente en un point ;

14 exercices traitent la notion de variation et les extremums. 4 exercices sont un peu théoriques. Ils sont axés sur le théorème des accroissements finis et les dérivées successives. Les autres exercices sont des « exercices types » qui prennent la forme d'une suite de questions pour amener les élèves à aller pas à pas dans la résolution de ces exercices. Le plan –type de ces exercices est : ensemble de définition, limites, dérivabilité, tableau de variation, courbe représentative.

Souvent, ces techniques sont imposées ou décrites implicitement par l'énoncé. D'ailleurs, les sujets-type proposés en annexe de l'analyse des épreuves au baccalauréat admettent presque la même structure de ces exercices.

Les tâches nécessitant plus de raisonnement sont présentes dans la série d'exercices proposés. Le registre algébrique et le registre graphique sont les plus utilisés en classe terminale. Le souci de rigueur mathématique amène les auteurs du manuel à recourir à ces registres.

Conclusion

L'analyse institutionnelle du lycée malagasy a été réalisée. Dans cette section, nous allons faire une synthèse des idées développées dans ce chapitre.

Mode d'appréhension de la fonction : place laissée à la définition générale **:**

La fonction est proposée aux élèves sur la base d'une définition ensembliste. Elle est donc introduite d'une manière formelle et abstraite. Les situations fonctionnelles ne figurent pas dans le programme scolaire. Le mode d'appréhension comme processus n'est pas au menu. L'enseignement du concept se poursuit par l'importance donnée aux fonctions numériques écrites dans un registre algébrique. L'évolution de l'enseignement de la fonction se poursuit par la prédominance du mode d'appréhension comme loi de variation. L'étude de variation est largement développée dans le système malagasy. Elle commence dès la classe de seconde et son étude est renforcée dans les deux autres niveaux. L'enseignement développe l'automatisme et le mécanisme de calcul chez les élèves et insiste beaucoup sur le plan type d'étude d'une fonction.

Registres

Plusieurs registres sont utilisés à savoir les registres diagramme sagittal, tableau des valeurs, langue naturelle, numérique, géométrique, algébrique et graphique…. Nous avons remarqué cependant que deux principaux registres dominent la totalité de l'enseignement du concept fonction. Il s'agit du registre graphique et du registre algébrique. Mais pour ces deux registres, le registre algébrique tient une place capitale dans toute la totalité du programme. Réputé pour avoir la qualité intuitive et concrète dans l'introduction de concept, le registre graphique n'est pas suffisamment exploité.

Les caractéristiques de l'objet fonction enseigné au lycée malagasy.

Nous résumons par les points suivants les caractéristiques des notions enseignées :

- la notion intuitive et concrète n'est pas dans le souci du programme. En se basant sur les définitions formelles et rigoureuses, l''enseignement évolue vers une démarche mécanique de la résolution de problème. La vision classique de l'enseignement de mathématiques est pratiquée : objet d'enseignement, application et problème.

-l'étude du sens de variation d'une fonction en tant qu'objet d'enseignement tient une place capitale. Le statut outil du concept étudié est négligé.

-divers registres sont impliqués mais ils sont mal équilibrés. La prédominance est donnée au registre algébrique. Les tâches et techniques utilisées sont axées principalement dans ce registre.

Ces différents points s'arrangent pour donner un enseignement théorique basé sur son statut objet.

Chapitre 6 -QUESTIONNAIRE ELEVE

Il s’agit ici de répondre à la question du sens que prend le concept de fonction pour les élèves du lycée. Notre objectif est de comprendre le poids institutionnel qui pèse sur les conceptions des élèves. Les résultats de ce test reflètent l’écart entre le savoir enseigné et le savoir effectivement appris dans le cadre de la transposition didactique.

1. Population concernée par le test

Le questionnaire a été administré aux 30 élèves de terminale scientifique du lycée FJKM Antanisoa de Miarinarivo Itasy. Ce choix de lycée est dicté par la grève des enseignants dans les lycées publics depuis quelques temps. Dans ce lycée FJKM, la terminale D (27 élèves) et la terminale C (3 élèves) constituent une classe terminale scientifique unique. Ce questionnaire a été proposé aux élèves au début de mois de juin 2018. Le test a duré 2 heures.

2. Analyse à priori du questionnaire

La plupart des items proposés ont été tirés de la thèse-mère. Dans le cadre de cette réplication, ces items ont été adaptés aux contextes malagasy. Par exemple, les prix initialement exprimés en euro ont été formulés en ariary. Nous avons également conçu des exercices pour tester la capacité des élèves à travailler dans le registre graphique et à changer de registres. Pour limiter le nombre d’items proposés aux élèves, certains items proposés dans la thèse-mère ne sont pas choisis pour la réplication.

Le questionnaire comporte deux parties. La première partie est axée sur la reconnaissance d’une fonction. Elle a pour objectif d’évaluer la capacité des élèves à reconnaitre une fonction présentée sous différents registres. Quatre items sont réservés pour la reconnaissance d’une fonction. L’item1 (thèse-mère) est exprimé dans une situation inhabituelle aux élèves. Il s’agit d’une relation tirée de la vie de tous les jours. L’item 2 (nouveau) concerne une situation présentée dans le registre de tableau. L’item 3 (thèse-mère) présente une fonction décrite dans le registre algébrique. La difficulté de cet item réside dans le fait que l’élève doit comprendre la différence entre ensemble de définition et ensemble de départ pour une fonction. L’item 4, l’item 5 et l’item 6 sont formulés dans le registre graphique.

La deuxième partie a pour objectif d’évaluer les connaissances des élèves sur les différents points du programme. Elle apprécie également la capacité des élèves à utiliser le concept de fonction. Pour cela, trois items concernent les opérations sur les fonctions. L'item sur la composition des deux fonctions est tiré de la thèse –mère. Une maîtrise parfaite de cette notion est nécessaire pour pouvoir répondre car la question est posée d'une manière indirecte.

La question sur la somme des deux fonctions (nouveau) est présentée dans le registre graphique. On demande aux élèves de tracer la courbe représentative de la fonction f+g connaissant les courbes de f et de g (droites).

Les deux items suivants sont proposés (thèse-mère) pour tester la capacité des élèves à utiliser la fonction comme outil. Le premier est axé sur l'utilisation de la courbe représentative d'une fonction f dans la résolution de l'équation f(x)= 0. Le deuxième concerne la construction d'une courbe représentative d'une fonction périodique à partir d'une partie d'une courbe donnée. Il s'agit de compléter la courbe par symétrie axiale.

L'exercice suivant (thèse-mère) se rapporte à une situation fonctionnelle exprimée dans un registre géométrique. La capacité des élèves à résoudre cet exercice dépend en partie de la fréquence d'utilisation de ce type d'exercices en classe. Cet exercice peut évaluer le sens du concept fonction chez les élèves. Il peut nous renseigner également sur la capacité des élèves à utiliser le concept fonction pour résoudre un problème d'aire.

Le dernier exercice (nouveau) est conçu pour évaluer les élèves à travailler dans des différents registres. La situation de départ est donnée dans le registre graphique et on demande aux élèves d'écrire cette fonction dans le registre de tableau. Puis on demande aux élèves de faire l'étude de variation de la fonction donnée. Habituellement, le tracé d'une courbe représentative est demandé après le tableau de variation mais pour cet exercice, le tableau de variation est tiré à partie de la courbe représentative de la fonction.

3. Grille d'analyse des réponses

La grille d'analyse des réponses à ce questionnaire est une grille dont les lignes sont les élèves testés et les colonnes correspondent à un item de question. Des colonnes supplémentaires ont été prévues pour enregistrer les commentaires éventuels. Les réponses sont codées, vrai, faux, non réponse et réponse partielle. Les différents types d'erreurs ont été enregistrés dans les colonnes supplémentaires.

La première analyse des réponses des élèves est axée sur l'aspect quantitatif des résultats du test. Selon les résultats du test, les élèves sont répartis en trois groupes relativement à un item donné. (non réponse, réponse vrai et réponse fausse). Les réponses vraies sans justification satisfaisante sont considérées comme fausses. L'objectif est de connaître les nombres d'élèves ayant répondu ou non à un item donné et de caractériser leur réponse.

La deuxième analyse est qualitative. L'analyse des réponses des élèves consiste à relever les critères de justification des réponses par les élèves et de repérer certaines erreurs typiques.

Dans l'esprit de garder l'anonymat, un numéro est attribué à chaque élève dans ce tableau à plusieurs colonnes. Chaque item est analysé séparément. Les informations relevées dans les colonnes contiennent les cas de non réponses, la nature de réponse (vraie, fausse), la justification éventuelle, cas de réussite partielle, les erreurs et difficultés des élèves et les observations. Les capacités individuelles des élèves sont appréciées en tant que résultant des enseignements reçus. L'analyse des réponses permet de préciser les ponts forts et les points faibles de l'enseignement de fonction au lycée FJKM de Miarinarivo.

4. Présentation globale des résultats du test

L'aspect quantitatif des résultats du test est présenté dans deux sections. La première section décrit le résultat du test sur la reconnaissance d'une fonction. La seconde présente quantitativement les résultats sur les différents points du programme.

4.1. Test sur la reconnaissance d'une fonction

Cette partie apprécie la capacité des élèves à reconnaître une fonction. L'objectif est de faire fonctionner la définition dans différentes situations. Il faut noter qu'avec la définition ensembliste, le programme de la classe de seconde introduit la fonction d'une manière générale. Normalement, plusieurs situations devraient être présentées aux élèves pour qu'ils puissent comprendre la définition d'une fonction.

Les élèves ont du mal à traiter les exercices proposés dans cette partie. Dans chaque item, plus de 60% des réponses sont fausses ou non traités comme l'indique le tableau ci-dessous.

Tableau 01 : Résultat du test sur la reconnaissance d'une fonction

Item	I1	I2	I3	I4	I5	I6
Nombre de non réponse	7(23%)	10(33%)	10(33%)	8(27%)	9(30%)	9(30%)
Nombre de réponses fausses	12(40%)	8(27%)	13(44%)	12(40%)	11(37%)	11(37%)
Nombre de réponses correctes	11(37%)	12(40%)	7(23%)	10(33%)	10(33%)	10(33%)
Total	30	30	30	30	30	30

4.2. Test sur les différents points du programme

Ce test évalue les connaissances des élèves sur les différents points du programme. Notre attention est axée principalement sur les situations fonctionnelles, le caractère objet/outil du concept fonction et l'étude du sens de la variation ainsi que la représentation graphique. Les deux tableaux ci-après résument les résultats obtenus.

Tableau02 **:** Résultat du test sur les connaissances des élèves relatives aux différents points du programme (I7-I17)

Item	I7	I8	I9	I10	I11	I12	I13	I14	I15	I16	I17
Nombre de non réponse	4 13%	13 43%	9 30%	2 7%	5 17%	12 40%	12 40%	15 50%	18 60%	18 60%	18 60%
Nombre de réponses correctes	9 30%	2 7%	11 37%	19 63%	19 63%	6 20%	1 3%	2 7%	2 7%	1 3%	2 7%
Nombre de réponses fausses	17 57%	15 50%	10 33%	9 30%	6 20%	12 40%	17 57%	13 43%	10 33%	11 37%	10 33%
Total	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30

Les élèves ont des difficultés pour traiter les exercices sur la composition et la somme de deux fonctions. (I7, I8 et I9). On a enregistré quelques cas de non réponse et plus de la moitié des élèves ont répondu faux pour ces items.

Les élèves semblent à l'aise avec les manipulations des courbes représentatives des fonctions. Plus de 60% des élèves ont trouvé la bonne réponse pour l'exercice sur la fonction périodique et la résolution graphique de l'équation f(x)=O (I10 et I11).

Les réponses à l'exercice sur la situation fonctionnelle (I12, I13, I14, I15, I16, I17) sont catastrophiques. Plus de la moitié des élèves n'ont rien écrit. Ce résultat nous montre beaucoup d'informations sur cette notion.

Tableau 03 **:** Résultat du test sur les connaissances des élèves relatives aux différents points du programme (I18-I22)

Item	I18	I19	I20	I21	I22
Nombre de non réponse	0 (0%)	1(3%)	3(10%)	3(10%)	3(10%)
Nombre de réponses correctes	19(63%)	18(60%)	21(70%)	19(63%)	15(50%)
Nombre de réponses fausses	11(37%)	11(37%)	6(20%)	8(27%)	12(40%)
Total	30	30	30	30	30

L'exercice sur la variation et la lecture d'une courbe représentative d'une fonction est le plus réussi pour les élèves testés (I18-I22). Dans ce cas 50 à 70 % des élèves ont trouvé la bonne réponse. L'item I18 est répondu par tous les élèves avec un taux des bonnes réponses de plus de 63%.

5. Analyse des résultats du test

L'analyse du test est divisée en deux sections. L'étude sur la reconnaissance d'une fonction et celle sur les différents points du programme.

5.1. Analyse des résultats du test sur la reconnaissance d'une fonction

Différentes situations ont été données. Pour la justification, deux tâches sont possibles. La première tâche que nous jugeons naturelle est l'application de la définition. La deuxième tâche consiste à faire un rapprochement avec une fonction particulière. Par exemple, la réponse comme « c'est une fonction inverse » est acceptée. La réponse « oui » ou « non » sans justification (mais vraie) est considérée comme fausse mais elles sont comptabilisées dans les réponses partiellement justes pour l'analyse qualitative. Les cas de non-réponse traduisent une difficulté sérieuse des élèves. Cela signifie que ce type de question est peu familier pour eux. Pendant notre enquête, nous avons remarqué que le temps imparti au traitement de ce test est relativement suffisant. Quelques minutes avant l'arrêt du test, la plupart des élèves n'ont rien à écrire.

L'analyse des réponses des élèves est présentée item par item. Pour faciliter la lecture, l'item en question est écrit en gras en début d'analyse.

Dans chacune des situations proposées ci-dessous, peut-on parler de fonction ?
Si oui, expliquez de quelle fonction il s'agit, pourquoi c'est une fonction.
Si non, expliquez pourquoi on ne peut pas parler de fonction.
Item1. Associer à chaque élève de votre classe chacun de ses frères

La situation proposée n'est pas numérique. Elle est exprimée dans un registre verbal. Pour répondre à cet item, deux cas peuvent se présenter : la situation décrit une fonction si chaque élève a au plus un frère. Si un élève, a au moins deux frères, ce n'est pas une fonction. Dans notre cas, nous acceptons la réponse ou l'élève n'envisage qu'un seul cas. En général, la famille malagasy est composée de plusieurs enfants. Il est donc naturel que l'élève réponde non parce qu'il a plusieurs frères. Le tableau suivant présente le résultat obtenu pour cet item.

Tableau 04 : Résultat de l'item 1

ITEM	I1	Pourcentage
Non réponse	7	23
Réponses correctes	11	37
Réponses fausses	12	40
Total	30	

7 élèves (23%) ne répondent pas. Les 11 réponses correctes répondent « non » parce qu'un élève peut avoir plusieurs frères. Les réponses fausses sont les « oui » ou « non » sans justifications ou avec de justification erronée. A titre d'exemple, l'élève (élève N° 2) a répondu non parce que *« il n'y a pas d'ensemble de départ et d'arrivée »*. L'importance de la définition ensembliste donnée en classe avec la représentation sagittale pourrait être la cause de cette confusion.

Item 2.*Un magasin vend cinq articles.* Associer à chaque article d'un magasin son prix unitaire. Voici le tableau des prix.

Cette situation exprime une fonction présentée par un tableau de valeurs. Le tableau de valeur est un registre utilisé en classe pour la représentation d'une fonction. Pour certains élèves, un tableau ne peut pas définir une fonction. Le tableau suivant décrit le résultat de cette question.

Tableau 05 : Résultat de l'item 2

ITEM	I2	Pourcentage
Non réponse	10	33
Réponses correctes	12	40
Réponses fausses	8	27
Total	30	

33% des élèves ne répondent pas à cette question. On peut avancer l'hypothèse que le registre tableau est peu familier pour eux. On a remarqué également que pour certaines réponses correctes, la justification donnée par certains élèves va très loin. Trois élèves expriment que cette situation présente une fonction bijective car chaque article admet un seul prix. Un élève (N°28) a dressé un diagramme sagittal pour justifier sa réponse. La réponse est acceptée. Elle présente une situation où la justification se fait par un changement de registré.

Item 3. *;* Associer tout nombre réel x appartenant à l'intervalle]-1,1[, le nombre 1/x.

La fonction inverse fait partie des programmes dès la classe de seconde**.** La spécificité de cette situation est la restriction de cette fonction sur l'intervalle]-1,1[.Les résultats de cet item sont présentés dans le tableau suivant.

Tableau 06 : Résultat de l'item 3

ITEM	I3	Pourcentage
Non réponse	10	33
Réponses correctes	7	23
Réponses fausses	13	44
Total	30	

Seulement, 23% des élèves interrogés ont trouvé la bonne réponse. Lors du choix de cet item, nous pensons trouver de réponse comme 'c'est la fonction inverse définie sur l'intervalle]-1,1[mais ce cas ne s'est pas présenté. Un élève a répondu non à cause de l'ensemble de départ (qui est normalement l'ensemble R) 3 élèves confondent l'ensemble de départ et le domaine de définition. Ils ont répondu approximativement comme ceci : cette situation n'est pas une fonction car il existe un élément de l'intervalle]-1,1[qui n'a pas d'image**.** (Ils font allusion au nombre 0).

Les graphiques ci-dessous représentent-ils des fonctions ? Justifier votre réponse.

Trois représentations graphiques sont données. Les deux premières sont des courbes représentatives des fonctions non usuelles. La troisième courbe, qui n'est pas une fonction, vise à évaluer la capacité des élèves à utiliser le registre graphique pour vérifier l'unicité de l'image.

Tableau 07 : Résultat de l'item 4, item 5 et item 6

ITEM	I4	%	I5	%	I6	%
Non réponse	8	27	9	30	9	30
Réponses correctes	10	33	10	33	10	33
Réponses fausses	12	40	11	37	11	37
Total	30		30		30	

30% des élèves ne répondent pas. 33 % ont trouvé la bonne réponse. 5 élèves donnent de réponses correctes mais ils ne donnent pas de justification. Ainsi, ces réponses sont considérées comme fausses. Ils écrivent à peu près ceci, à titre d'exemple, *« c'est une fonction car il y a de courbe représentative* ».Un élève a donné la réponse suivante que nous jugeons acceptable. La réponse concerne l'item I5. Il a répondu que « *cette courbe présente une fonction car elle est une courbe continue et croissante sur le premier l'intervalle et la courbe est décroissante sur l'autre intervalle.*

Conclusion de l'analyse des résultats du test sur la reconnaissance d'une fonction

Les taux de non réponse et de réponses fausses relativement élevés, confirment la difficulté des élèves à reconnaître une situation qui présente une fonction. Les exercices proposés sont peu familiers aux élèves. Même si la fonction est introduite par une définition ensembliste, ce concept n'est pas totalement maîtrisé par les élèves. Ils n'ont pas l'habitude de justifier une réponse. Or, un des objectifs du programme est que l'élève doit être capable de «s'efforcer de prouver et de faire des raisonnements rigoureux ». En classe de seconde, la partie généralité sur la fonction ne prend pas une place suffisante pour que l'élève puisse maîtriser ce concept. Les objectifs généraux de ce chapitre concernent les fonctions numériques. Pour ce faire, l'élève doit être capable de connaître et savoir utiliser les variations et les représentations graphiques de certaines fonctions numériques et de bien maîtriser les fonctions polynômes et les fonctions rationnelles. En respectant le principe de cohérence verticale prôné par le programme, il est normal que le traitement de cette partie généralité soit minimisé par l'enseignant.

5.2. Analyse des résultats du test sur les différents points du programme

Les questions visent à apprécier les connaissances des élèves sur la composition et la somme des fonctions, les représentations graphiques, la situation fonctionnelle ainsi que sur l'étude du sens de variation d'une fonction.

_f , h et g sont des fonctions définies sur R telle que h=fog.

Item 7 ; Avec les informations données dans le tableau suivant, est-il possible de connaitre h(0) ? Si oui, déterminer cette valeur et si non expliquer pourquoi.

Cette question est une tâche de composition des fonctions habituelle dans le cadre numérique. Si l'élève arrive à calculer h(0), cela nous suffit à considérer sa réponse comme correcte. Dans le cas contraire, la réponse est un échec. La simple réponse comme « il est possible de calculer h(0) » est classée parmi les réponses partiellement correctes mais elles sont comptabilisées parmi les réponses fausses.

Le tableau suivant présente le résultat.

Tableau 08 : Résultat de l'item 7

Item	I7	Pourcentage
Non réponse	4	13
Réponses correctes	9	30
Réponses fausses	17	57
Total	30	

13 élèves parmi les 17 qui proposent des réponses fausses ont essayé de calculer h(0) mais ils n'ont pas trouvé la bonne réponse. 3 élèves ont essayé de trouver les expressions algébriques de f et de g. A titre d'exemple, un élève (N°24) a écrit que f(x)=3-x et g(x)= -2+x. A partir de ces expressions, ils ont calculé fog(x) puis fog (0).

Item 8 -Même question pour f(2).

Cet item est plus difficile par rapport à la question I7 car calculer f(2) n'est se fait pas immédiatement. Pour calculer f(2) plusieurs étapes sont nécessaires. Il faut comprendre que 2 est égale à g(π) et que f(2) = f[g(π)] = h(π) =0

Tableau 09 : Résultat de l'item 8.

Item	I8	Pourcentage
Non réponse	13	43
Réponses correctes	2	7
Réponses fausses	15	50
Total	30	

Les cas de non réponse sont nombreux (43%).La plupart des élèves (50%) ont du mal à calculer f(2). Ils ont conclu qu'il est impossible de calculer f(2) à partir des données du tableau. Dans le programme et les manuels, la notion de composition est visée dans son statut objet. Dans ce cas, le registre algébrique est privilégié. Cependant, les fonctions étudiées dans ces items sont données dans le registre numérique et dans un tableau. C'est la raison pour laquelle, certains élèves essaient de trouver l'expression analytique de chaque fonction avant de répondre à chaque question.

Item 9.Les fonctions f et g sont représentées dans le graphe ci-dessous, représentez dans le même repère la fonction f+g.

En classe et dans les manuels consultés, la fonction f+g est définie algébriquement. Construire le graphe de f+g à partir de ceux de f et de g est un exercice peu familier pour les élèves. La résolution de cet exercice nécessite une conversion de registre graphique vers le registre numérique.

Tableau 10 : Résultat de l'item 9

Item	I9	Pourcentage
Non réponse	9	30
Réponses correctes	11	37
Réponses fausses	10	33
Total	30	

Les deux graphes sont des droites. Il en est de même pour le graphe de la somme. Les élèves qui trouvent la bonne réponse connaissent le principe qu'il suffit de connaître deux points différents de la droite de f+g pour pouvoir tracer cette droite

Item 10.La représentation graphique ci-dessous est celle de la fonction f telle que

f(x)= x^3 +3x^2 -4x-12. D'après cette graphique, est-il possible de dire sur les solutions de l'équation x^3 +3x^2 -4x-12 =0. Entourer la bonne réponse et justifier.

1)-On ne connaît pas ses solutions, il faut trouver une méthode algébrique pour résoudre l'équation

2) -12 est solution, car quand x=0, y= -12.

3) -3,-2 et 2 sont des solutions.

Cette fonction est présentée dans deux registres : algébrique et graphique. La résolution graphique d'une équation est une tâche très présente dans les programmes scolaires dès la classe de seconde. La réponse donnée en 2) présente une confusion entre les variables x et y. Voici la synthèse des réponses obtenues.

Tableau 11 : Résultat de l'item 10

Item	I10	Pourcentage
Non réponse	2	7
Réponses correctes	19	63
Réponses fausses	9	30
Total	30	

Nous avons remarqué que 2 élèves seulement n'ont pas répondu à la question. 63% des élèves ont trouvé la bonne réponse. 3 élèves ont choisi la première proposition de solution et 4 élèves pour la deuxième proposition de solution. 2 autres élèves choisissent en même temps la 2 et la 3. Parmi les élèves qui ont trouvé la bonne réponse, 17 ont justifié leur choix par un calcul algébrique. Pour ce faire, ils utilisent l'expression analytique de f pour prouver que -3,-2 et 2 sont des solutions. Dans ce cas, deux tâches ont été utilisées : Certains élèves ont calculé respectivement les valeurs de f(-3), f(-2) et f(2), d'autres font la division euclidienne de x^3 +3x^2 -4x-12 par x-2 et de résoudre l'équation de second degré obtenue. La justification utilisant le registre graphique comme « -3,-2 et 2 sont des solutions de l'équation f(x)=0 car ces trois points sont l'intersection de la courbe avec l'axe de l'abscisse » n'est pas maîtrisée par la plupart des élèves.

Item 11. Compléter la représentation graphique de la fonction f suivante définie sur [0,10] sachant que f admet pour période 5.

Cette question vise à mesurer la capacité de l'élève à utiliser la période selon son statut outil pour compléter le graphique. Les fonctions trigonométriques font partie intégrante des programmes des classes de première. Le traitement de ce chapitre est une occasion favorable pour parler de la notion de périodicité

Tableau 12 : Résultat de l'item 11

Item	I10	Pourcentage
Non réponse	5	17
Réponses correctes	19	63
Réponses fausses	6	20
Total	30	

Le pourcentage des bonnes réponses est acceptable. Les élèves qui ont produit des réponses fausses ont essayé de compléter le graphique mais nous avons remarqué qu'ils n'ont pas maîtrisé la notion de symétrie pour finir la courbe.

Un propriétaire possède une parcelle de terrain. Il achète une parcelle carrée voisine à la première parcelle et obtient un terrain dont la forme nous est montrée par la figure ci-dessous.

Item 12-Quel peut être l'aire maximum du terrain total ?

Soit x la longueur du côté de la parcelle carrée.

Item 13- Exprimer l'aire A du terrain en fonction de x.

Item 14- Quel est l'ensemble de définition de A

Item 15- Tracer son graphe

Item 16- Quelle est l'aire minimum du terrain total ?

Item 17- Pour quelle valeur de x l'aire du terrain est-elle égale à $79m^2$?

Cet exercice présente une situation fonctionnelle présentée dans un cadre géométrique. En faisant le dépouillement des résultats du test, nous avons remarqué que les cas de non réponse et les réponses fausses sont nombreux. Ainsi, nous avons jugé non nécessaire de présenter l'analyse item par item. L'ensemble des résultats de l'exercice est présenté dans le tableau suivant.

Tableau 13 : Résultat de l'item 12-Item 17

Item	I12	%	I13	%	I14	%	I15	%	I16	%	I17	%
Non réponse	12	40	12	40	15	50	18	60	18	60	18	60
Réponses correctes	6	20	1	3	1	3	2	7	1	3	2	7
Réponses fausses	12	40	17	57	14	47	10	33	11	37	10	33
Total	30		30		30		30		30		30	

Les résultats de cet exercice sont catastrophiques. Beaucoup des cas de non réponse et des réponses fausses ont été enregistrés. Cela nous montre que les situations fonctionnelles ne sont pas traitées d'une manière formelle en classe. D'ailleurs, le programme officiel n'y fait pas mention. Plusieurs élèves ont essayé de répondre la question I14 sur l'ensemble de définition de A. En général, ils trouvent que l'aire A est un polynôme (1er degré ou 2^{nd} degré) alors ces élèves ont conclu que l'ensemble de définition est R. En fait, l'ensemble de définition doit être calculé à partir des données de la situation de départ.

L'exercice suivant est axé sur l'étude du sens de variation d'une fonction donnée. La spécificité de l'exercice réside dans le fait que les données sont présentées dans le registre graphique. Habituellement, l'analyse des manuels le prouve, une série d'exercices dits classiques commence par une expression analytique de la fonction suivie de l'étude du sens de la variation par l'étude du signe de la dérivée. Le tableau de variation et le tracé de la courbe représentative terminent l'exercice. Pour cet exercice, la fonction est donnée dans le registre graphique et le tableau de variation est demandé à la dernière question. Notre objectif est de savoir si les élèves ont été troublés par cette présentation. Il nous semble que les élèves sont à l'aise dans la résolution de l'exercice.

Le graphique ci-dessus représente une fonction notée f, définie sur l'intervalle [-2 ; 7].
Item 18- Compléter le tableau suivant

Ce tableau doit être complété à partir des informations inscrites sur la courbe représentative de la fonction f. Cet exercice peut évaluer l'atteinte de l'objectif du programme de la classe de seconde. Il s'agit de déterminer graphiquement l'image d'un nombre et les antécédents d'un nombre. Autrement dit, lire une courbe représentative d'une fonction donnée et collecter des informations utiles sur un graphique sont des capacités que les élèves doivent maîtriser.

Tableau 14 : Résultat de l'item 18

Item	I18	Pourcentage
Non réponse	0	0
Réponses correctes	19	63
Réponses fausses	11	37
Total	30	

Il est significatif de signaler que cet item est le seul où tous les élèves questionnés ont répondu. Le taux de bonne réponse atteint 63 %. Lire une courbe est une activité facile pour ces élèves. Un changement de registre graphique vers un registre de tableau de valeurs est à la portée des élèves. Les items suivants sont présentés pour déterminer graphiquement le sens de variation d'une fonction ;

Item19- Pour quelles valeurs de x la fonction f admet-elle un maximum ?

Tableau 15 : Résultat de l'item 19

Item	I19	Pourcentage
Non réponse	1	3
Réponses correctes	18	60
Réponses fausses	11	37
Total	30	

Seulement 1 élève sur 30 n'a pas répondu à cet item. La notion de maximum est familière aux élèves 60% ont trouvé la bonne réponse.

Item 20-Indiquer les intervalles sur lesquels f est croissante.

Tableau 16 : Résultat de l'item 20

Item	I 20	Pourcentage
Non réponse	3	10
Réponses correctes	21	70
Réponses fausses	6	20
Total	30	

70% des élèves ont trouvé la bonne réponse. La notion de fonction croissante est à la portée des élèves questionnés. Cela est tout à fait normal car les programmes des trois années du lycée parlent toujours de la croissance d'une fonction numérique. Ces tâches utilisent souvent le tableau de variation pour connaître le sens de la variation d'une fonction. Mais il faut comprendre également qu'il est stipulé dans le programme de la classe de seconde que l'élève doit être capable de « déterminer graphiquement le sens de variation d'une fonction »

Item 21-Même question pour f décroissante.

Tableau 17 : Résultat de l'item 21

Item	I21	Pourcentage
Non réponse	3	10
Réponses correctes	19	63
Réponses fausses	8	27
Total	30	

Le commentaire sur le résultat de l'item 20 est valable pour cet item. Nous avons remarqué que la seule différence entre le nombre de réponses correctes pour les deux items est l'oubli de certains élèves à répondre cette question.

Item 22- Dresser le tableau de variation de f.

Tableau 18 : Résultat de l'item 22

Item	I22	Pourcentage
Non réponse	3	10
Réponses correctes	15	50
Réponses fausses	12	40
Total	30	

Dans la plupart de manuels observés, le tableau de variation est traité avant la courbe représentative de la fonction étudiée. Pour cette question, l'élève doit dresser le tableau de variation à partir de la courbe représentative. Avec cette présentation, 50% des élèves ont trouvé la bonne réponse.

Synthèse de la deuxième partie du test

Les élèves ont des difficultés sur les opérations des fonctions. Ils ne sont pas capables de travailler convenablement sur la composition de deux fonctions donnée dans le registre numérique.

Les élèves ont du mal à traiter un exercice sur une situation fonctionnelle. Cela est dû, semble-t-il à la défaillance de nos programmes scolaires sur ce point. Souvent, les élèves posent la question « à quoi bon d'étudier les mathématiques ? » Le « mode d'appréhension processus » n'est pas appliqué. L'insuffisance de l'implication de l'enseignement dans ce mode, pourtant pédagogiquement bénéfique, occulte le sens des notions mathématiques en général et de la notion fonction en particulier chez l'élève.

Le registre algébrique est familier aux élèves. Il y a des cas où le problème peut être résolu graphiquement mais les élèves ont tendance à utiliser le registre algébrique. Mais cela ne signifie pas que les élèves ne sont pas capables de travailler dans le registre graphique. La courbe représentative d'une fonction offre une opportunité pour montrer aux élèves le caractère outil du concept fonction.

L'étude du sens de variation est maîtrisée par les élèves. Cette partie est suffisamment traitée en classe. Tous les manuels analysés traitent également ce sous- titre. Même l'analyse des épreuves au baccalauréat met une place non négligeable pour cette question.

L'utilisation des différents registres ne déstabilisent pas les élèves à moins que le chapitre en question soit suffisamment traité.

Conclusion du test élève

L'introduction de la notion de fonction se fait par la définition ensembliste. L'utilisation de cette définition théorique n'est pas capable de donner aux élèves le sens du concept fonction véhiculé par le programme. Le caractère outil du concept de fonction n'est pas au menu. Or, à la fin de lycée, l'élève doit être capable de « faire preuve de créativité et d'utiliser d'une manière rationnelle les connaissances acquises selon le milieu dans lequel il évolue ».

Les résultats obtenus à ce questionnaire révèlent que les élèves sont capables de travailler dans deux registres, algébrique et graphique. Les questions axées sur le sens de variation, la courbe représentative et la résolution graphique sont maîtrisées par les élèves. Ces questions sont souvent présentées dans les registres algébriques

La résolution d'un exercice sur les autres registres (numérique, tableau, langage naturel) n'est pas évidente. L'enseignement de la fonction est influencé fortement par l'analyse des épreuves au baccalauréat. L'enseignante du lycée de Miarinarivo a rétorqué que depuis des années les sujets proposés au baccalauréat prennent la même forme classique. Par conséquent, elle n'a pas l'intention de varier les exercices ou d'utiliser d'autres registres que le registre algébrique.

CONCLUSION GENERALE

Nous avons répliqué le travail fait par Nadia Amra sur la transposition didactique. Notre travail s'est proposé d'étudier le rapport institutionnel du concept fonction au lycée malagasy et le sens de ce concept pour les élèves.

La fonction est un objet social et culturel. Elle est l'un des concepts mathématiques les plus utilisés en dehors des mathématiques. Elle est présente dans les diverses disciplines scolaires et dans la vie de tous les jours.

La théorie anthropologique situe l'activité mathématique dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales. Cette théorie suppose que le savoir mathématique est un objet. Elle stipule également que toute activité humaine régulièrement accomplie peut être étudiée par sa praxéologie. Ainsi, le savoir mathématique, conçu dans la sphère savante, reconçu pour la sphère scolaire enseigné par les enseignants, appris par les élèves, peut-il- être analysé sur la base de sa praxéologie.

Ce mémoire a donc analysé les objets d'enseignement sur le concept fonction au niveau lycée et le sens de ce concept chez les élèves. Cette analyse a fait ressortir les points suivants :

la fonction est proposée aux élèves sur la base d'une définition ensembliste. Dans un souci de rigueur mathématique, elle est introduite d'une manière formelle et abstraite. Les situations fonctionnelles ne figurent pas dans le programme scolaire. Le mode d'appréhension comme processus n'est pas au menu. L'enseignement du concept fonction est axé sur les études des fonctions numériques écrites dans un registre algébrique. La prédominance du mode d'appréhension comme loi de variation est observée. L'étude de variation est largement développée dans le système malagasy. Elle commence dès la classe de seconde et son étude est renforcée dans les deux autres niveaux. Le registre graphique est mal exploité pendant le traitement de cette notion de variation. Orienté par l'analyse des épreuves au baccalauréat, l''enseignement développe l'automatisme et le mécanisme chez les élèves et insiste beaucoup sur le plan type d'étude d'une fonction.

Deux principaux registres dominent la totalité de l'enseignement du concept fonction. Il s'agit du registre graphique et du registre algébrique. Mais pour ces deux registres, le registre algébrique tient une place capitale dans toute la totalité du programme. Réputé pour avoir la qualité intuitive et concrète dans l'introduction de concept, le registre graphique n'est pas suffisamment exploité. La notion intuitive et concrète n'est pas dans le souci du programme. En se basant sur les définitions formelles et rigoureuses, l''enseignement évolue vers une démarche mécanique de la résolution de problème. Le statut outil du concept étudié est négligé.

A la fin de lycée, l'élève doit être capable de faire preuve de créativité et d'utiliser d'une manière rationnelle les connaissances acquises selon le milieu dans lequel il évolue. Or, l'utilisation de la définition ensembliste du concept fonction ne va pas dans ce sens et peut entraver l'assimilation du sens du concept fonction véhiculé chez les élèves

La connaissance des élèves sur la fonction est limitée sur la fonction numérique. La reconnaissance d'une situation de fonction n'est pas maîtrisée par les élèves. Les résultats obtenus de la 2eme partie du test révèlent que les élèves sont capables de travailler dans deux registres, algébrique et graphique. Les questions axées sur le, sens de variation, la courbe représentative et la résolution graphique sont maîtrisées par les élèves. Ces questions sont souvent présentées dans les registres algébriques. La résolution d'un exercice sur les autres registres (numérique, tableau, langage naturel) n'est pas maîtrisée par les élèves. L'enseignement de la fonction est influencé fortement par l'analyse des épreuves au baccalauréat qui propose souvent de type d'exercices standard.

Les résultats de cette réplication peuvent conduire les discussions sur la mise en place des nouveaux curricula des lycées dans le cadre de la mise en œuvre du plan sectoriel de l'éducation à Madagascar. L'objectif est de proposer un enseignement du concept fonction intuitive, concret et facile à comprendre et qui a du sens aux élèves. Deux questions se posent : Quels sont les modes d'appréhension à privilégier pour l'enseignement du concept fonction ? Comment utiliser les différents registres de représentations pour améliorer l'apprentissage du concept fonction au Lycée ?

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages, thèses et articles

Alves Dias, M. (1998). *Les problèmes d'articulations entre points de vue cartésien et paramétriques dans l'enseignement de l'algèbre linéaire.* Thèse de doctorat, Université Denis Diderot, Paris.

Amra, N. (2004). *La transposition didactique du concept de fonction Comparaison entre le système d'enseignement français et palestinien*. Thèse de doctorat, Université Denis Diderot, Paris.

Artaud, M. (1998). Introduction à l'approche écologique de la didactique : l'écologie des organisations mathématiques et didactiques. *Actes de la IXème Ecole d'Eté de didactique des mathématiques de Houlgate*, 101-139.

Chevallard,Y.(1991). *La transposition didactique - du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Chevallard,Y.(1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherche en didactique des mathématiques*, 12 (1), 73-112.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221 - 266

Douady,R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherche en didactique des mathématiques*, 7 (2), 5-32.

Duval,R.(1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Paris : Peter Lang.

Guzman-Retamal, I. (1989). Registres mis en jeu par la notion de fonction. *Annales des didactiques et des sciences cognitives*, 2, 230-260.

Hameline, D. (1979). *Les objectifs pédagogiques en formation initiale et en formation continue*. Paris : ESF.

Noguès, N. (1993). *Le concept de fonction*. Mémoire de DEA, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier.

René de Cotret, S. (1988). Une étude sur les représentations graphiques du mouvement comme moyen d'accéder au concept de fonction ou de variable indépendante. *Petit x*, 17, 5-27.

Manuels et programmes scolaires

MINESEB. (1996). *Programme scolaires classe de 2^{nde}*. Antananarivo : UERP.

MINESEB. (1998). *Programme scolaires classe Premières A, C, D.* Antananarivo : UERP.

MINESEB. (1998). *Programme scolaires classe Terminales A, C, D.* Antananarivo : UERP.

Rakotomamonjy, J.D. (1998). *Mathématiques classe de seconde*. Antananarivo : Librairie Fivoarana.

Rakotomamonjy, J.D. (1998). *Mathématiques $1^{ère}$ scientifiques*. Antananarivo : Librairie Fivoarana.

Ratsimandresy, A. (2010). *Mathématiques Terminale.* Antananarivo. CANAPMAD.

Texte règlementaire

Note circulaire N° 435/03-MINESEB/MESRES du 23 septembre 2003 portant Analyse des épreuves au Baccalauréat. UERP.

ANNEXES

Annexe 1 : TEST ELEVES

Prénom…………………………….. Nom… ……………………………………

Classe ……………………………….Lycée……………………………………..

1ere partie

Dans chacune des situations proposées ci-dessous, peut-on parler de fonction ?

Si oui, expliquez de quelle fonction il s’agit, pourquoi c’est une fonction.

Si non, expliquez pourquoi on ne peut pas parler de fonction.

Item 1. Associer à chaque élève de votre classe chacun de ses frères

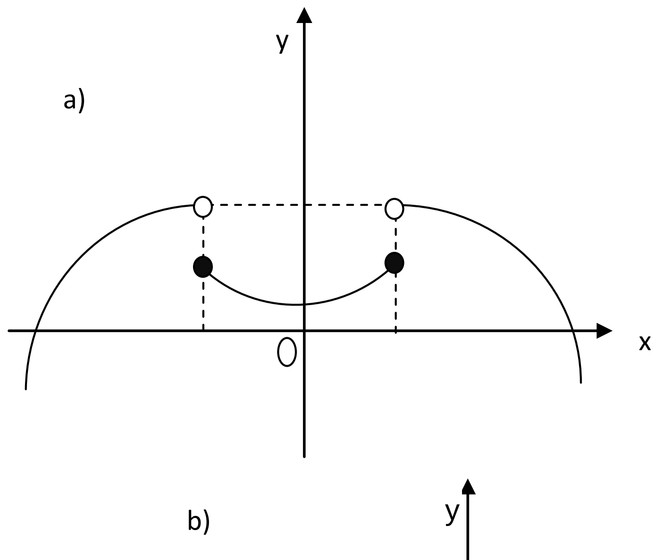
Item 2*.Un magasin vend cinq articles.* Associer à chaque article d’un magasin son prix unitaire. Voici le tableau des prix.

Article	*crayon*	*stylo*	*cahier*	*règle*	*Equerre*
Prix unitaire en ariary	*200*	*400*	*600*	*800*	*1000*

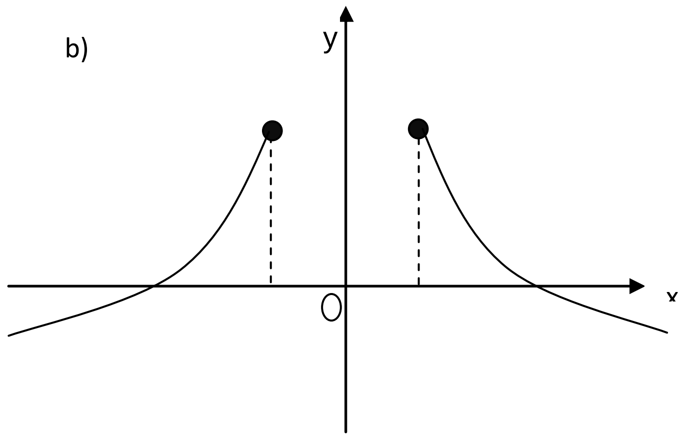
Item 3 Associer tout nombre réel x appartenant à l’intervalle]-1,1[, le nombre 1/x.

E2 : Les graphiques ci-dessous représentent-ils des fonctions ? Justifier votre réponse.

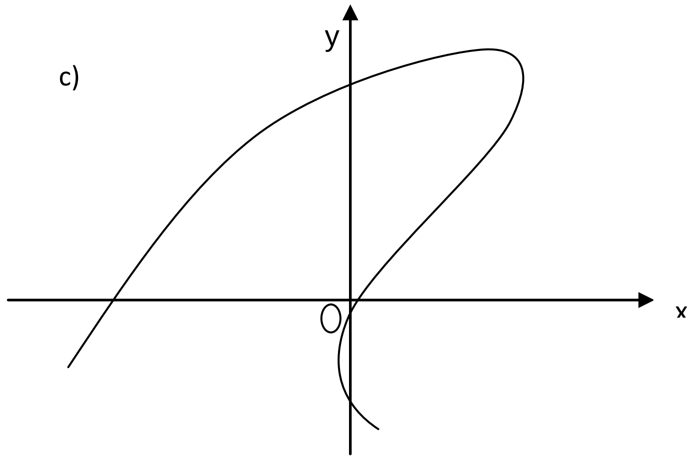
Item 4



Item 5



Item 6



2eme partie

Item 7 : f, h et g sont des fonctions définies sur R telle que h=fog.

.Avec les informations données dans le tableau suivant, est-il possible de connaitre h(0) ? Si oui, déterminer cette valeur et si non expliquer pourquoi.

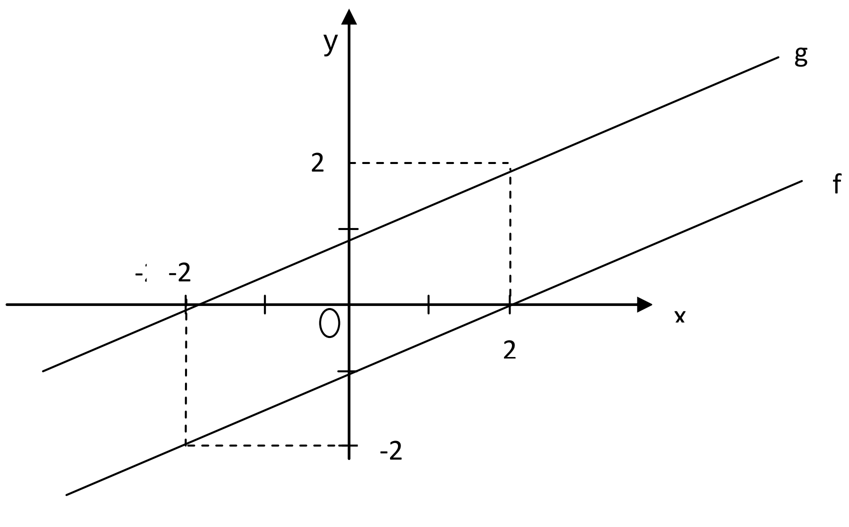
x	f(x)	g(x)
-1	2	-3
0	-3	-1
4	1	2

Item8-Même question pour f(2).

x	h(x)	g(x)
-1	1	-3
4	π	1
π	0	2

Item 9

Les fonctions f et g sont représentées dans le graphe ci-dessous, représentez dans le même repère la fonction f+g.

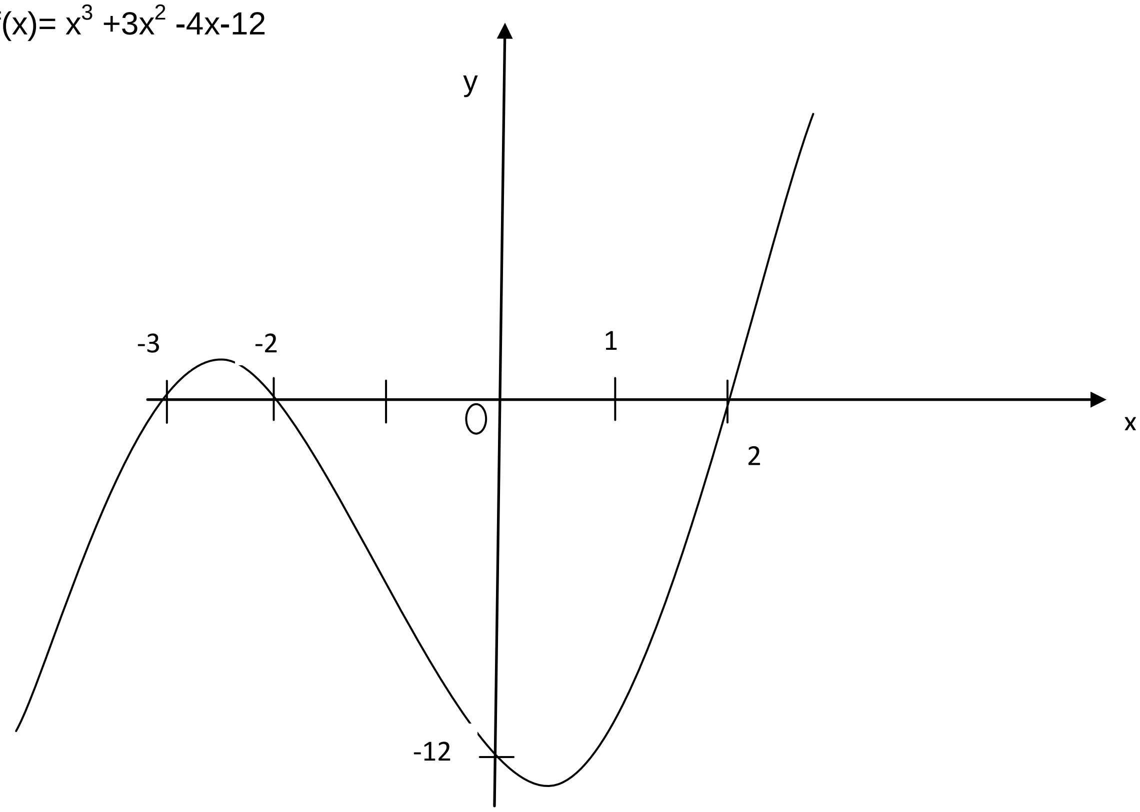


-2

Item 10

La représentation graphique ci-dessous est celle de la fonction f telle que

$f(x)= x^3 +3x^2 -4x-12$



D'après cette graphique, est-il possible de dire sur les solutions de l'équation

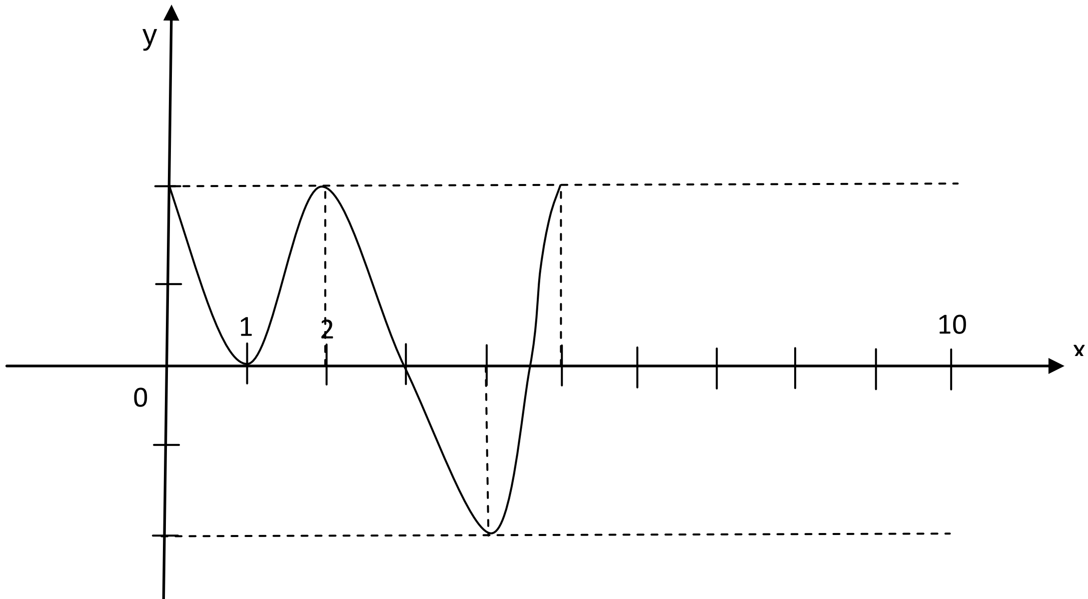
$x^3 +3x^2 -4x-12 =0$ que :

a) On ne connaît pas ses solutions, il faut trouver une méthode algébrique pour résoudre l'équation
b) -12 est solution, car quand x=0, y= -12.
c) -3,-2 et 2 sont des solutions.

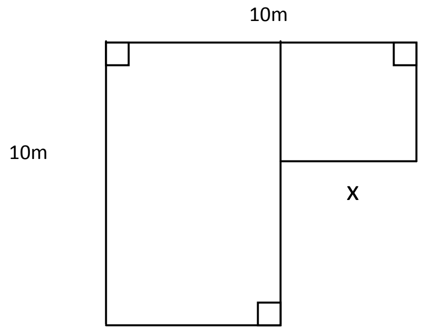
Entourer la bonne réponse et justifier.

Item 11

Compléter la représentation graphique de la fonction f suivante définie sur [0,10] sachant que f admet pour période 5.



Un propriétaire possède une parcelle de terrain. Il achète une parcelle carrée voisine à la première parcelle et obtient un terrain dont la forme nous est montrée par la figure ci-dessous.



Item 12-Quel peut être l'aire maximum du terrain total ?

Soit x la longueur du côté de la parcelle carrée.

Item 13 Exprimer l'aire A du terrain en fonction de x.

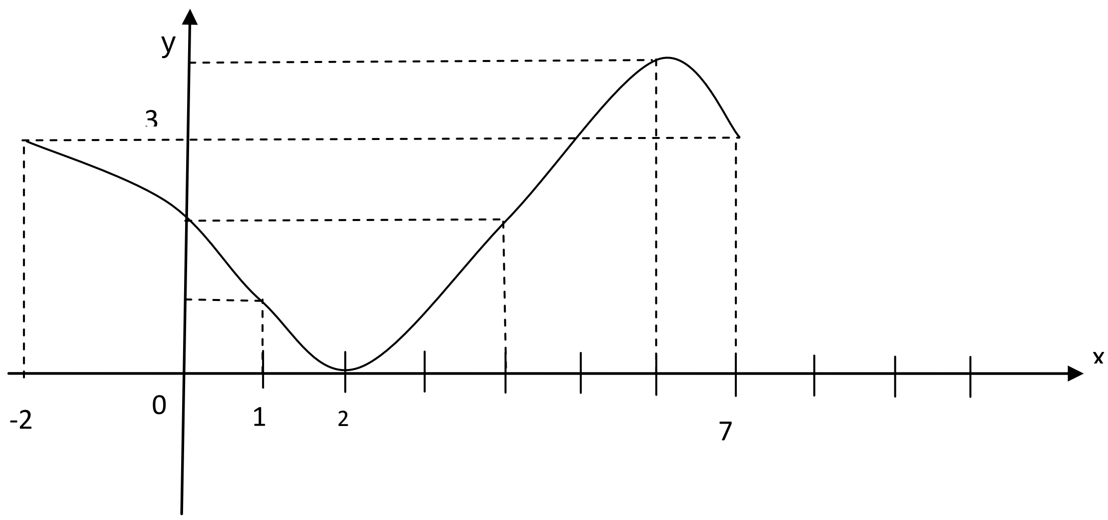
Item 14. Quel est l'ensemble de définition de A

Item15.Tracer son graphe

Item 16.Quelle est l'aire minimum du terrain total ?

Item 17...Pour quelle valeur de x l'aire du terrain est-elle égale à 79m^2 ?

Le graphique ci-dessus représente une fonction notée f, définie sur l'intervalle [-2 ; 7].



Item 18.Compléter le tableau suivant

x	-2	0	1	2	4	7
f(x)						

Item 19. Pour quelles valeurs de x la fonction f admet-elle un maximum ?
Item 20/21.Indiquer les intervalles sur lesquels f est croissante. Même question pour f décroissante.
Item 22.Dresser le tableau de variation de f.

Annexe 2 : GRILLE DE CODAGE DES REPONSES

0 : non réponse

1 : réussite

2 : échec

N° élève	I1	I2	I3				I22	Réponse partielle	remarque
1									
2									
3									
4									
5									
6									

Annexe 3 : GRILLE D'ANALYSE DES EXERCICES
L'analyse des exercices se fait par chapitre

Chapitre :

Place dans le chapitre	Type d'exercice	Tâche	Techniques attendues	Initiative laissée à l'élève	Remarques
	Application directe			Méthode donnée dans le cours	
	entrainement			demandé	
	recherche			Non demandé	
	Sujet type				

LE RAPPORT DU LYCEE MALAGASY AVEC LE SAVOIR FONCTION ET LE SENS DE CE CONCEPT POUR LES ELEVES :
CAS DU LYCEE FJKM ANTANISOA MIARINARIVO ITASY

Résumé : Ce mémoire analyse le poids des objets d'enseignement du concept fonction sur le sens de ce concept chez les élèves. L'enseignement de la fonction à Madagascar est introduit par la définition ensembliste du concept en privilégiant le mode d'appréhension comme loi de variation. L'organisation générale de l'enseignement et les grandes intentions didactiques sont axées davantage sur l'apprentissage de techniques de résolution d'exercices standards entrainant la difficulté des élèves à travailler dans différents registres. Cette situation ne permet pas d'amener l'élève à la créativité et d'utiliser d'une manière rationnelle les connaissances acquises dans ce domaine. En s'appuyant sur la théorie anthropologique de la didactique, cette recherche se propose d'étudier le savoir mathématique, conçu pour la sphère scolaire, enseigné par les enseignants et appris par les élèves sur la base de sa praxéologie. Les programmes scolaires et des manuels utilisés dans les lycées ont été analysés et les connaissances des élèves sur le concept fonction ont été étudiées. Orienté par l'analyse des épreuves au baccalauréat, l'enseignement développe l'automatisme et le mécanisme chez les élèves et insiste beaucoup sur le plan type d'étude d'une fonction dans le registre algébrique. Les résultats de cette recherche permettent d'alimenter le débat sur la mise en place de nouveau curriculum pour le lycée malagasy en donnant aux élèves plus de sens au concept fonction.

Mots clés : fonction, praxéologie, transposition didactique, cadre et registre, mode d'appréhension, outil- objet.

Abstract : This thesis thus analyzes the weight of the teaching objects of the concept function on the meaning of this concept in students. The teaching of the function in Madagascar is introduced by the ensemblist definition of the concept by privileging the mode of apprehension as a law of variation. The general organization of teaching and the great didactical intentions are more focused on learning techniques for solving standard exercises, making it difficult for students to work in different registers. This situation does not allow to bring the student to the creativity and to use in a rational way the knowledge acquired in this field. Based on the anthropological theory of didactics, this research proposes to study mathematical knowledge, conceived for the school sphere, taught by teachers and taught by students on the basis of its praxeology. School curricula and textbooks used in high schools were analyzed and students' knowledge of the function concept was studied. Oriented by the analysis of the tests at the baccalaureate, the teaching develops the automatism and the mechanism at the pupils and insists a lot on the standard plan of study of a function in the algebraic register. The results of this research help fuel the debate on the establishment of a new curriculum for the Malagasy high school by giving students more meaning to the concept function.

Key words: function, praxeology, didactic transposition, framework and register, mode of apprehension, tool-object.

Nombre de tableaux : 18

Nombre de graphiques : 4

Nombre de pages : 78

Coordonnées de l'auteur : ANDRIARINIVOMANANA Harison

Tél : 034 68 875 84 Email : vohimorason@gmail.com

Encadreur : Dr RASOLONDRAMANITRA, Maître de Conférences, PhD

Ecole Normale Supérieure Antananarivo