

République de Madagascar

Tanindrazana – Fahafahana – Fandrosoana

Ministère de l'Education Nationale et de la Recherche Scientifique



Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique
(E.N.S.E.T.)

Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du **C.A.P.E.N**

Département de Génie Electrique

Option : Technique

ETUDE PAR VOIE ANALOGIQUE D'UN REGIME TRANSITOIRE D'UNE MACHINE ELECTRIQUE

Réalisé par :

RAKOTOSALAMA Harimalala

Encadré par :

- *M. RABE Tsirobaka*
- *M. TSIMA Aristol*

Promotion : **MANITRA**

Décembre 2007

Université d'Antsiranana

Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique

Année universitaire 2005/2006

Sujet de mémoire :

Etude par voie analogique des phénomènes transitoires dans les machines électriques.

Introduction :

Le bon fonctionnement d'un système électromécanique dépend beaucoup des caractéristiques des machines électriques qui le composent. Or, les caractéristiques meilleures des machines dérivent de la précision des méthodes utilisées dans leurs calculs et de la qualité des matériaux utilisés dans leur fabrication. Il s'avère donc nécessaire d'avoir une idée comparative des différentes méthodes de calculs des machines électriques et d'apprécier le degré de leur précision.

Travaux demandés :

1. Dresser le système d'équations d'un générateur synchrone triphasé à trois contours sur le rotor.
2. Transformer le système obtenu de façon à avoir une forme commode à une résolution par voie analogique.
3. Effectuer la résolution après avoir dressé le schéma structurel du modèle mathématique.
4. Commenter et analyser les résultats.

Responsables :

➤ *Monsieur RABE Tsirobaka*

➤ *Monsieur TSIMA Aristol*

REMERCIEMENTS

Qu'il me soit permis de remercier le Bon Dieu de m'avoir donné la force, la santé et le courage tout au long de l'accomplissement de ce travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Messieurs RABE Tsirobaka et TSIMA Aristol pour leurs grandes disponibilités et leurs précieux conseils qui m'ont permis de surmonter les problèmes rencontrés durant le déroulement de ce travail.

J'adresse mes plus sincères remerciements au Président et aux membres de jury qui ont accepté d'examiner et de porter leurs remarques constructives sur ce modeste travail.

Un grand merci est attribué à tous les enseignants de l'Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique pour tous les conseils et aides qu'ils nous ont donnés.

J'exprime également mes profonds remerciements à toute ma famille et à tous ceux qui m'ont toujours soutenu spirituellement, moralement et matériellement.

Veuillez retrouver, ici, l'expression de ma reconnaissance et profonde gratitude

RAKOTOSALAMA Harimalala

INTRODUCTION

Lors de l'étude d'une machine électrique quelconque, en particulier une machine à courant alternatif, on ne peut pas considérer séparément la présence du courant électrique et les phénomènes électromagnétiques.

Le bon fonctionnement d'un système électromécanique dépend beaucoup des caractéristiques des machines électriques qui le composent. Or, les meilleures caractéristiques des machines dérivent de la précision des méthodes utilisées dans leurs calculs et de la qualité des matériaux utilisés dans leur fabrication.

Il s'avère donc nécessaire d'avoir une idée comparative des différentes méthodes de calculs des machines électriques et d'apprécier le degré de leur précision. Mais, la résolution de tels problèmes nous mène à des équations différentielles non linéaires difficiles, voire même impossible, à manipuler.

Vu les difficultés précitées, ce travail a pour but de familiariser le candidat à la résolution par voie analogique du système d'équations différentielles régissant le fonctionnement des machines électriques.

Pour atteindre cet objectif, on divise le travail en cinq chapitres. Le premier chapitre touche les généralités sur les machines électriques ; le deuxième se base sur la recherche de leurs modèles mathématiques. Dans le chapitre trois, nous allons prendre comme application la modélisation de machine synchrone et au chapitre quatre on va résoudre par voie analogique les équations différentielles obtenues. Enfin, le chapitre cinq contient un aperçu de ce que l'on peut tirer du présent travail pour enrichir ou illustrer ce qui se fait dans le cadre de la formation technique et professionnelle d'une Ecole Normale.

CHAPITRE -I

Généralités sur les machines électriques

I-1- Définition

Une machine électrique est un appareil capable de réaliser une transformation d'énergie d'une forme en une autre forme dont l'une d'entre elles au moins est de nature électrique. Elle fonctionne comme un générateur si elle fournit de l'énergie électrique à partir d'une autre forme d'énergie (mécanique, chimique, lumineuse, solaire etc.,...), comme un moteur (ou récepteur) qui convertit une partie de l'énergie électrique qu'il reçoit en une autre forme d'énergie (mécanique, chimique...). Une machine électrique peut également convertir une énergie électrique en énergie électriques (transformateur).

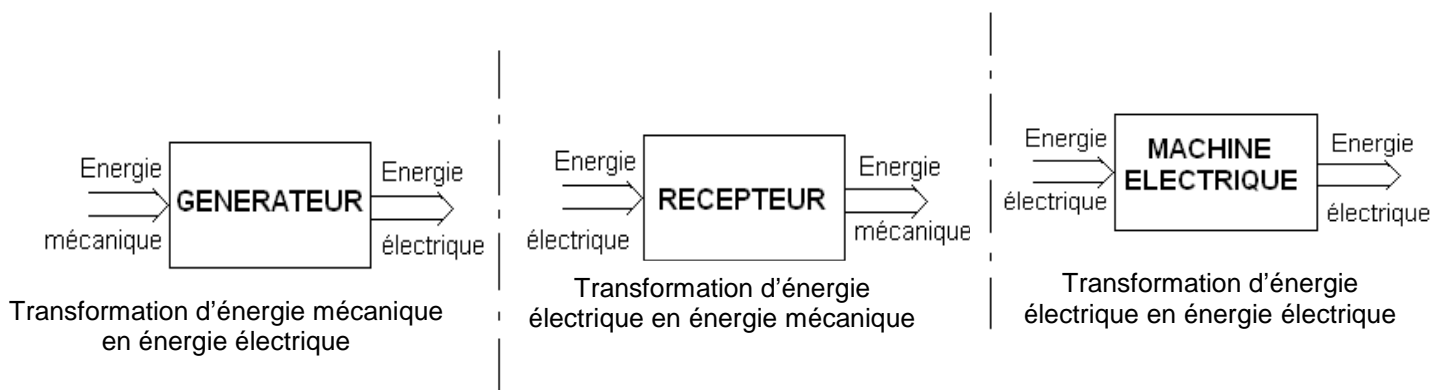


Figure 1-1 : Schémas des machines électriques

Les machines électriques sont utilisées dans tous les domaines, surtout dans les secteurs d'industrie énergétique moderne ; on peut également les rencontrer dans l'usage domestique.

I-2- Classification des machines électriques

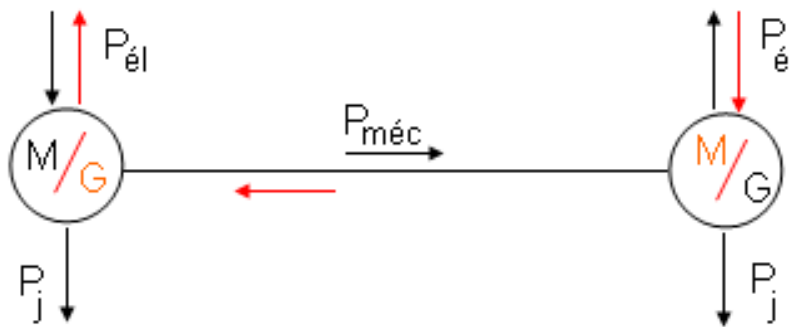
En général, on peut classer en deux catégories les machines électriques : machines statiques et machines tournantes.

a) Une machine statique transforme une énergie en une énergie de même nature, c'est-à-dire une énergie électrique en énergie électrique comme les convertisseurs, les transformateurs qui sont destinés à modifier une énergie électrique en une énergie électrique avec d'autres caractéristiques, tout en conservant pratiquement le même bilan des puissances actives et apparentes.



Figure 1-3 : Schéma d'un transformateur

b) Les machines tournantes servent à transformer une énergie électrique en énergie mécanique ou vice versa. Suivant le genre de transformation opérée, les machines électriques tournantes sont classées en génératrices (dynamo, alternateur) et réceptrices (moteur électrique à courant continu ou alternatif tournant ou linéaire).



M : Moteur

G : Générateur

Figure 1-3 Réversibilité d'une machine électrique

On a deux types principaux de machines à courant alternatif : les machines synchrones et les machines asynchrones.

I-3- Construction et principe de fonctionnement

I-3-1- Construction d'une machine électrique

En général, toutes les machines électriques sont constituées par un empilage de tôles magnétiques isolées les unes des autres. Pour le cas d'une machine statique, si on veut réduire les pertes engendrées par les courants de Foucault, le noyau d'une machine sont assemblées en tôles magnétiques de 0,35 ou 0,5 mm d'épaisseur. Cet acier possède une teneur en silicium relativement élevée atteignant 4%. En plus, ce noyau comportant respectivement N_1 et N_2 spires, l'un des deux enroulements étant

l'enroulement primaire, aux bornes duquel est amenée l'énergie électrique, et l'autre s'appelle enroulement secondaire auquel est accordé un consommateur d'énergie électrique.

Mais pour les machines tournantes, elles sont caractérisées par la présence d'un élément fixe coaxial, le stator, d'un élément mobile : le rotor tournant généralement à l'intérieur d'un élément fixe coaxial, stator, et séparé de ce dernier par un espace d'air appelé entrefer.

Comme cas particuliers de machines synchrones, du point de vue construction on distingue deux types principaux : machines à pôles saillants, et machines à pôles lisses. .Presque toutes les machines électriques à pôles saillants sont bipolaires car avec l'accroissement de la vitesse de rotation dans les turbines à vapeur cette construction est beaucoup plus économique et leur fabrication devient meilleur marché. Les machines à pôles saillants sont normalement à arbre horizontal.

En général, du point de vue de leur construction les machines synchrones à pôles saillants diffèrent beaucoup de celles à pôles lisses.

I-3-2 - Principe de fonctionnement

Le fonctionnement d'une machine électrique s'effectue en deux étapes : régime permanent et régime transitoire.

La machine électrique fonctionne en régime permanent si les phénomènes dans les circuits électriques se trouvent à l'état établi. Les états établis sont caractérisés par le fait que les courants dans les branches et les tensions sur portions des circuits sont soit invariables, soit varient selon une seule et même loi durant un temps infiniment prolongé. Ces états des circuits sont aussi appelés « états stationnaires ».

Mais, au contraire, les phénomènes transitoires apparaissent lors du passage d'un régime établi à un autre régime établi ; par exemple , passer de l'état débranché à l'état branché ou vice-versa ; ou à l'enclenchement des moteurs asynchrones, au démarrage asynchrone des moteurs synchrones et lors de l'auto synchronisation des alternateurs synchrones. Ainsi, on peut prendre comme exemple aussi l'apparition suite à des pannes des courts-circuits brusques symétriques ou asymétriques, dans les machines synchrones et asynchrones.

Les courants qui traversent les enroulements des machines dans les régimes transitoires atteignent des valeurs plusieurs fois supérieures aux valeurs nominales. Le couple électromagnétique et les forces électromagnétiques peuvent devenir eux aussi

plusieurs fois plus grands qu'en régime nominal. Il y a des surtensions inadmissibles qui s'appliquent aux organes de la machine dans certains cas.

On distingue deux groupes de phénomènes transitoires : électromagnétiques et électromécaniques.

Le phénomène transitoire est dit électromagnétique si la vitesse de rotation de la machine peut être considérée comme constante. Mais, si les phénomènes transitoires sont liés à une variation substantielle de la vitesse de rotation et de l'énergie cinétique des parties tournantes de la machine, on dit qu'ils sont électromécaniques.

Le but de l'étude des phénomènes transitoires est de chercher à expliquer la signification physique de ces phénomènes eux –mêmes si la méthode classique de la résolution des équations différentielles décrivant ces phénomènes est une de voies pour aboutir à cette fin, la méthode analogique en est une autre non moins importante.

CHAPITRE - II

A la Recherche de modèles mathématiques des machines électriques

II -1- Situations générales

II-1-1- Principales hypothèses utilisées dans la recherche mathématique des machines électriques

Lors des régimes transitoires, les phénomènes qui se produisent dans les machines électriques sont tellement complexes que leur description mathématique et leur recherche sont pratiquement impossibles sans une série de simplifications. La complexité de recherche est due aux faits suivants :

- la courbe d'aimantation n'est pas linéaire ;
- les paramètres des machines dépendent des valeurs des courants dans les enroulements ;
- les forces magnétomotrices (F.M.M) des enroulements sont réparties de façon non sinusoïdale dans l'espace et varient en fonction du régime de fonctionnement de la machine.

Tenir compte de ces liaisons mutuelles complexes mène à des systèmes d'équations différentielles non linéaires, ce qui fait que le problème de recherche analytique des processus dans la machine électrique est pratiquement irrésoluble. On est donc obligé, dans les recherches, de résoudre les problèmes avec des approximations, tout en faisant apparaître les facteurs fondamentaux et négligeant les autres considérés comme secondaires. A l'heure actuelle, lors des recherches des phénomènes transitoires, sont adoptées des simplifications qui permettent de considérer une certaine machine idéalisée à la place de la machine électrique réelle.

Une machine électrique généralisée est caractérisée par :

- l'absence de saturation du circuit magnétique, de l'hystérésis, des pertes dans le fer ;
- l'absence de « skin effect » dans le cuivre des enroulements ;
- Une répartition sinusoïdale dans l'espace des courbes de force magnétomotrice et des inductions magnétiques ;
- le fait que les réactances de fuite des enroulements des machines électriques sont indépendantes de la position du rotor.
- la symétrie totale des enroulements des stators des machines à courant alternatif et des induits des machines à courant continu.

Il est à noter que, souvent, les simplifications indiquées plus haut ne peuvent pas toujours être adoptées. Par exemple, la saturation doit être prise en compte dans la recherche du phénomène d'autoexcitation des machines électriques.

Notons au passage qu'une machine idéalisée diffère d'une machine réelle par le fait suivant : chaque enroulement de la machine réelle, ou de son élément qui forme un circuit isolé indépendant, est représenté dans la machine idéalisée par une seule bobine.

Dans la machine réelle, à ces bobines peut correspondre un grand nombre de spires réparties sous plusieurs pôles. Citons comme exemples :

- un enroulement triphasé du stator des machines à courant alternatif est remplacé par trois bobines disposées dans l'espace d'un angle de $\frac{2\pi}{3}$ l'une de l'autre ;
- l'enroulement amortisseur des machines synchrones, composé d'une grande quantité de barres dans lesquelles circulent des courants à valeurs différentes, est remplacé par deux bobines décalées l'une par rapport à l'autre d'un angle égal à $\frac{\pi}{2}$.

II-1-2- Systèmes d'axes de coordonnées

On établit, lors de la description mathématique des phénomènes qui se passent dans les machines électriques :

- des équations d'équilibre des tensions des enroulements et
- d'une équation d'équilibre des couples sur l'arbre.

Le nombre d'équations d'équilibre de tensions est défini par le nombre d'enroulements. La forme d'écriture de ces équations doit assurer le maximum de simplicité et la précision de la recherche des différents régimes de fonctionnement de la machine électrique. Ceci est clairement défini par le choix de système d'axes de coordonnées.

Le sens positif du courant dans les enroulements d'une machine généralisée, le sens positif de l'axe d'un enroulement et celui des axes des phases d'un enroulement triphasé sont clairs sur la Figure 2-1.

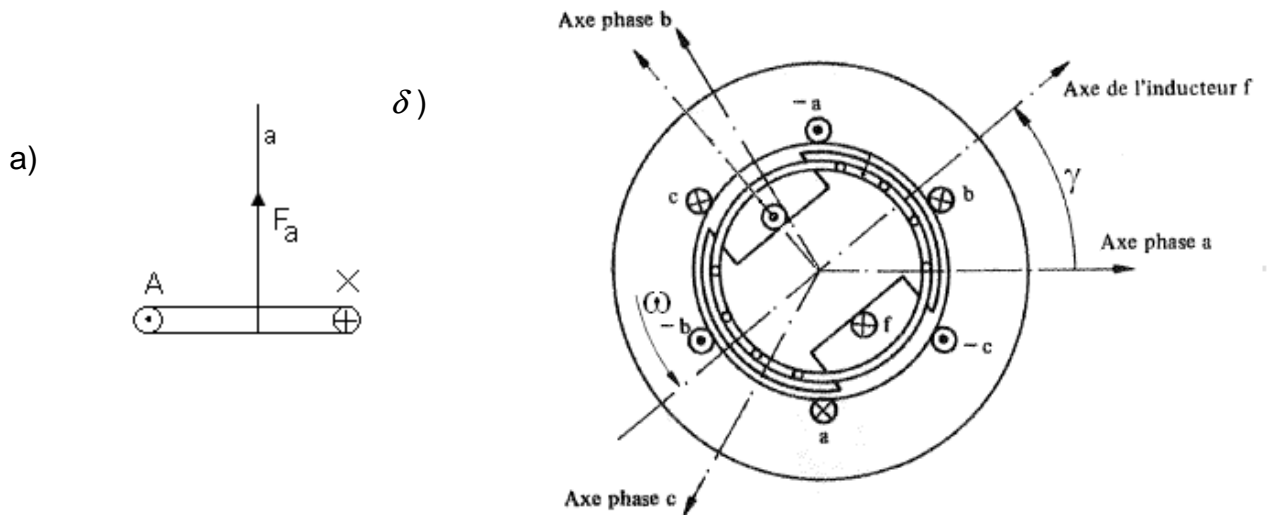


Figure 2-1 : Axes de coordonnées d'une bobine isolée (a) et d'une machine électrique (δ)

On utilise dans le cas de rotor à pôles saillants d'une machine synchrone un système d'axes orthogonaux. On distingue alors l'axe longitudinal d qui est confondu avec le sens positif des vecteurs f.m.m de l'enroulement d'excitation, et l'axe transversal q. Le sens positif de l'axe q est pris en avance de l'axe d d'un angle égal à $\frac{\pi}{2}$.

Si le rotor possède un enroulement amortisseur, on le représente alors par deux contours ; quand le courant de l'amortisseur est positif, le vecteur fmm et l'axe du contour y_d sont confondus avec l'axe d du rotor et le vecteur fmm et l'axe du contour y_q avec l'axe q rotor.

Le choix des axes de coordonnées a, b, c pour l'enroulement du stator d'une machine à courant alternatif n'est pas l'unique possible. Il est recommandé, pour obtenir des équations différentielles d'équilibre de tensions avec des coefficients constants aux inconnues, d'adopter un tel système orthogonal d'axes de coordonnées dans lequel les contours transformés des enroulements du stator et du rotor sont mutuellement immobiles. Par exemple, on utilise pour les machines synchrones le système transformé de coordonnées immobile par rapport aux axes d et q solidaires liés au rotor. Pour les machines électriques à entrefer constant (ex : moteur électrique asynchrone), selon la vitesse de rotation des axes de coordonnées, à part les axes d, q solidaires au rotor, sont possibles les systèmes d'axes orthogonaux suivants :

- les axes α, β immobiles dans l'espace, où l'axe α est confondu avec l'axe de la phase a du stator ;
- les axes u', v qui tournent à vitesse de synchronisme.

Dans les machines à courant continu, l'axe d est pris suivant l'axe pôles principaux de la machine, et l'axe q –suivant la ligne des balais situés sur le neutre géométrique

II-1-3- Systèmes d'unités relatives

On utilise les unités relatives (p.u.) dans l'analyse des différents régimes de fonctionnement des machines électriques, en particulier lors des recherches théoriques des phénomènes transitoires. Si dans le système des unités physiques (S I par exemple) les grandeurs s'expriment en unités absolues, dans le système p.u elles sont adimensionnelles et s'expriment en portions des grandeurs de base.

L'utilisation des unités relatives présente une série d'avantages :

- le système d'équations d'une machine électrique est de forme plus simple ;
 - les calculs se font avec des nombres proches de l'unité ;
 - le contrôle de l'exactitude de calcul se simplifie ;
 - la comparaison du comportement des machines électriques dans différents régimes et celle des machines de différentes puissances et types se simplifient ;
 - Plusieurs grandeurs de natures différentes s'expriment par un même nombre.
- Par exemple, dans le système p.u., la dérivée par rapport au temps n'est autre que la dérivée par rapport à l'angle de rotation rotor ; les réactances, les coefficients d'auto-inductions et d'induction mutuelle s'expriment par les mêmes nombres.

Il existe plusieurs systèmes des grandeurs de base possibles. Le plus répandu est le système de grandeurs de base suivant :

1. Les grandeurs de base de tension et de courant sont les amplitudes des grandeurs de phase nominales respectivement en volt et ampère :

$$U_p = E_b = U_{mn} \quad , \quad I_b = I_{mn} .$$

2. L'unité de base de puissance est la puissance totale nominale de toutes les phases du stator en watt :

$$P_b = m U_n . I_n = U_{mn} . I_{mn} = U_b . I_b$$

3. L'unité de base de fréquence est la fréquence nominale en Hertz :

$$f_b = f_n$$

4. Unité de base de vitesse de rotation :

$$\omega_b = 2\pi f_b = \omega_1,$$

Où ω_1 - vitesse angulaire de synchronisme exprimée en radian électrique. Dans ces conditions, la vitesse de base de rotation du rotor (radian/seconde) est :

$$\Omega_b = \frac{\omega_b}{p},$$

Où p : nombre de paires de pôles.

5. On prend comme unité de base de temps le temps au cours duquel le rotor tournant à la vitesse de synchronisme tourne d'un radian électrique :

$$t_b = \frac{1}{\omega_b}$$

L'unité de base du temps s'exprime en radians électriques appelés souvent « secondes électriques » : $1s = 2\pi f_b$ secondes électriques. Le choix d'une telle unité de temps est commode car dans ce cas, le temps et les angles de rotation du rotor d'une machine bipolaire ou vecteurs résultants des fem, des flux totalisés, etc sont confondus.

6. On adopte comme couple de base le couple qui crée la puissance de base en vitesse de rotation de base. Il s'exprime en watt –seconde ou watt radians.

$$M_b = \frac{P_b}{\Omega_b} = \frac{P_b}{\omega_b} \cdot p$$

Dans ces mêmes unités s'exprime l'énergie dont l'unité de base est l'énergie élaborée en puissance de base et vitesse angulaire de base au cours d'un temps de rotation du rotor d'un radian. Ce temps vaut, pour une machine multipolaire $p.t_b$, et alors :

$$W_b = P_b \cdot p t_b = \frac{P_b}{\omega_b} \cdot p.$$

7. Unité de base de résistance et de réactance :

$$z_b = \frac{U_b}{I_b} = \frac{U_n}{I_n}.$$

8. Unité de base d'inductance :

$$L_b = \frac{z_b}{\omega_b}.$$

9. On prend pour base de flux totalisé le flux totalisé qui induit dans l'enroulement du rotor la tension de base en vitesse angulaire de base.

$$\psi_b = \frac{U_b}{\omega_b} = L_b \cdot I_b .$$

Le flux totalisé de base s'exprime en volt-secondes ou en weber.

Le système d'unités relatives ci-dessus est destiné pour les opérations avec les paramètres des l'enroulements du stator d'une machine électrique, ou bien de l'enroulement primaire d'un transformateur. Pour pouvoir utiliser le même système de base pour le rotor ou l'enroulement secondaire, il est nécessaire de ramener les enroulements du rotor aux enroulements du stator, et l'enroulement secondaire - à l'enroulement primaire.

II-1-4- Substitution des enroulements des machines électriques

La nécessité substitution des enroulements des machines électriques et des transformateurs est dictée avant tout par :

- ❖ la commodité de calcul (on utilise le même système d'unités relatives pour les enroulements du stator et du rotor) ;
- ❖ la possibilité d'établissement des schémas équivalents des machines électriques et transformateurs ;
- ❖ la possibilité de construction des diagrammes de cercle, etc.

En principe, les enroulements du stator et du rotor ont différents nombre de phases, nombre de spires dans une phase, répartition de l'enroulement dans l'espace il est plus commode, dans la pratique de calculs, de ramener les enroulements du rotor à l'enroulement du stator. Pour cela, les rapports énergétiques dans la machine (pertes, puissance,...) resteront conservés. Pour ramener l'enroulement du rotor à l'enroulement du stator, il est nécessaire de déterminer les coefficients de substitution des courants m_i , des tensions m_u et de résistances m_z .

Les coefficients de substitution se déterminent en partant des conditions

$$\text{suivantes : } I'_2 = m_i \cdot I_2, U'_2 = m_u \cdot U_2, m_2 = \frac{U'_2}{U_2}, m_z = \frac{m_u}{m_i} .$$

Dans ces relations : I'_2, U'_2, z'_2 et I_2, U_2, z_2 - courant, tension et résistance de l'enroulement du rotor respectivement ramenés et non ramenés .

II-2- Machine électrique généralisée (m. e. g)

II-2-1- Schémas d'une machine électrique généralisée

On convient de subdiviser les machines électriques en cinq types :

- ❖ machines à courant continu ;
- ❖ transformateurs ;
- ❖ machines asynchrones ;
- ❖ machines asynchrones et
- ❖ machines à courant alternatif à collecteur.

Dans toutes les machines électriques, sauf dans les transformateurs, il s'effectue une transformation de l'énergie électrique et énergie mécanique, ou vice – versa. La division des machines. Selon la nature de la tension d'alimentation ou la vitesse relative de rotation du rotor et du champ est formelle. Par exemple, dans des conditions bien déterminées, une machine synchrone peut fonctionner en asynchrone.

Comme modèles d'une machine électrique généralisée, on utilise différents objets physiques :

- ❖ Une machine à courant continu avec deux systèmes de balais mutuellement perpendiculaires placés suivant les axes d et q et, respectivement avec deux paires d'enroulements sur la culasse ;
- ❖ Un transformateur à plusieurs enroulements où, dans les schémas équivalents l'enroulement primaire représente l'enroulement du stator ;
- ❖ Une machine biphasée bipolaire ayant et sur le stator et sur le rotor, une paire d'enroulements.

Dans notre étude, nous adopterons comme machine électrique généralisée une machine électrique idéalisée symétrique bipolaire biphasée ayant chacun deux enroulements mutuellement perpendiculaires sur le stator et sur le rotor (Figure 2-2).

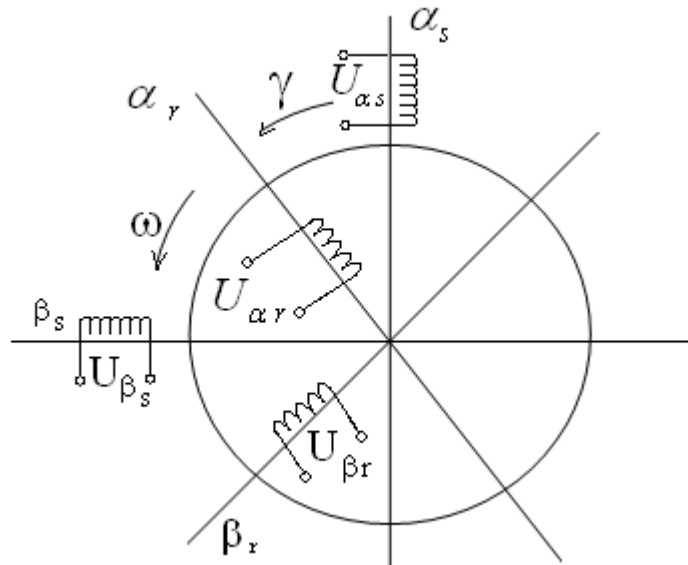


Figure 2-2 Schéma d'une machine électrique généralisé.

Une machine bipolaire a été choisie car tous les phénomènes dans les machines multipolaires et bipolaires sont analogues, mais dans une machine bipolaire les radians électriques sont confondus avec les radians géométriques. Ceci facilite la confrontation de la position du rotor relativement aux phases du stator pour différents moments à partir du début du phénomène transitoire. Dans une machine biphasée, on crée un champ circulaire en décalant les enroulements de $\frac{\pi}{2}$ dans l'espace, et les courants dans ces enroulements sont décalés de $\frac{\pi}{2}$ dans le temps. Le décalage des enroulements d'un angle de $\frac{\pi}{2}$ dans l'espace permet, quand l'entrefer de la machine est uniforme, d'éliminer la liaison magnétique mutuelle entre ces enroulements.

Une machine électrique généralisée possède un entrefer lisse : le stator et le rotor sont dépourvus d'encoches. Dans une machine électrique généralisée, les enroulements sont représentés sous forme de couches de courants ayant une répartition sinusoïdale de force magnétomotrice (f.m.m). Une machine est un modèle mathématique qui permet de passer à l'analyse des phénomènes de service et transitoires dans ces machines.

Voyons comment à partir du schéma théorique d'une machine électrique généralisé, on obtient les schémas théoriques des principaux types des machines électriques.

a) Schéma théorique d'une machine synchrone.

On peut obtenir le schéma d'une machine synchrone à partir du modèle d'une machine électrique généralisée quand on alimente les enroulements du stator par une tension $U_{\alpha s}, U_{\beta s}$ avec une fréquence f_1 , et les enroulements du rotor par une tension $U_{\alpha r}, U_{\beta r}$ à fréquence $f_2 = 0$ (tension continue). La f.m.m résultante des enroulements du rotor sera égale à la somme géométrique des f.m.m de chaque enroulement. La plupart des machines synchrones ont sur le rotor l'unique enroulement d'excitation. Alors, on peut laisser ouvert le deuxième enroulement rotorique de la machine généralisée, et l'on ne tient pas en compte dans les calculs. Quand, sur le rotor, il y a un enroulement amortisseur complet sur les axes α_r, β_r on ajoute un contour court-circuité. On peut ajouter sur le stator et sur le rotor suivant les axes α et β un nombre quelconque d'enroulements. Dans les machines synchrones, les vitesses de rotation du rotor et de champ du stator sont égales, les champs du stator et du rotor sont immobiles mutuellement, d'où la possibilité de transformation électromécanique d'énergie.

b) Schéma théorique d'une machine asynchrone :

Si l'on applique aux enroulements du stator de la machine généralisée une tension alternative comme dans le premier cas, et l'on court-circuite les enroulements du rotor, nous obtenons alors le schéma théorique d'une machine asynchrone à rotor en court-circuit.

Dans une machine asynchrone, la fréquence des courants du rotor $f_2 = f_1 \cdot s$, où s : glissement du rotor. La vitesse de rotation du rotor est $\Omega \neq \frac{\omega_1}{p}$. Si l'on ne court-circuite pas les enroulements du stator et on leur applique les tensions $U_{\alpha 2}$ et $U_{\beta 2}$ de fréquence f_2 , nous obtenons le schéma d'une machine asynchrone à double alimentation. Partout, les vitesses angulaires de rotation des champs du stator et du rotor de la machine asynchrone sont égales entre elles dans l'espace, les champs du stator et du rotor sont donc mutuellement immobiles.

c) Schéma théorique d'un transformateur :

On peut obtenir le schéma d'un transformateur si l'on freine le rotor de la machine généralisée quand les axes α_s et α_r sont confondus. Dans ces conditions, il suffit de prendre en considération la paire d'enroulements suivant l'axe α ou bien β .

d) Schéma théorique d'une machine à courant continu

En régime moteur, la tension continue appliquée aux balais de la machine par le collecteur qui joue le rôle de convertisseur de fréquence mécanique se transforme en tension alternative de la section de l'induit, et, au contraire en régime générateur la tension alternative de l'enroulement de l'induit se transforme en tension continue tirée des balais. Par conséquent, dans le schéma de la machine à courant continu les enroulements du rotor sont branchés à un convertisseur de fréquence (Figure 2-3)

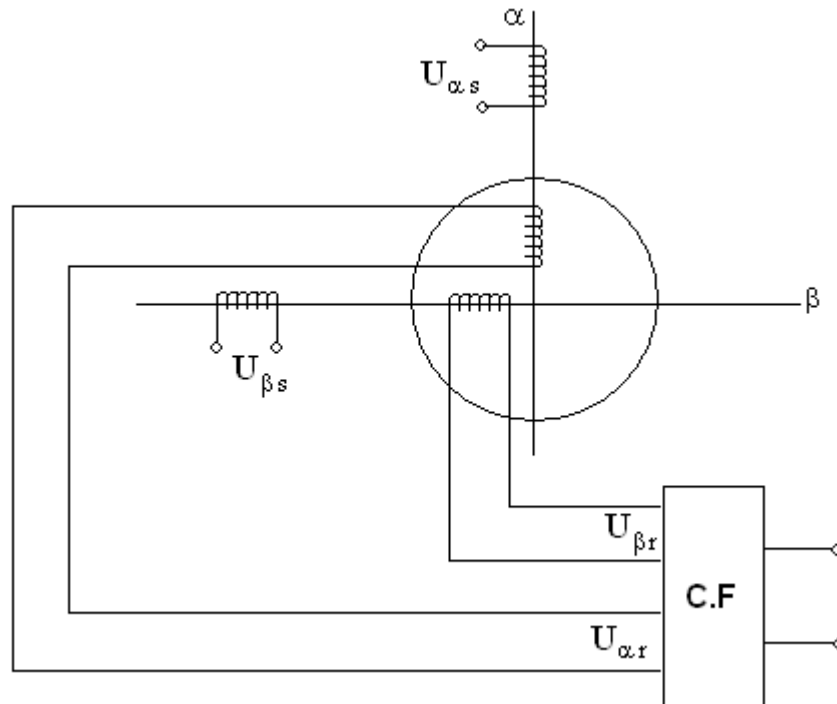


Figure 2-3 Schéma d'une machine à courant continu et d'une machine à courant alternatif à collecteur.

Sur l'enroulement du stator suivant l'axe α , qui représente l'enroulement d'excitation de la machine à courant continu, on applique une tension continue $U_{\alpha s}$. L'enroulement du stator suivant l'axe β est les enroulements des pôles auxiliaires. Le champ magnétique de l'induit de la machine à courant continu tourne contre le sens de sa rotation et reste immobile relativement au champ du stator.

En résumé, dans toutes les machines électriques, les champs du stator et du rotor sont mutuellement immobiles. Ceci représente, en effet, la condition fondamentale sans laquelle aucune transformation électromécanique d'énergie ne peut se réaliser.

Notons au passage que, dans la théorie des machines synchrones, et, en particulier dans une machine synchrone à pôle saillants, la transformation linéaire des variables des phases à certaines autres nouvelles variables joue un rôle fondamental. Cette transformation ne se limite pas aux seuls courants donnés comme des fonctions sinusoïdales du temps, mais elle est également utilisable aux trois courants quelconques dans les phases donnés de façon arbitraire en fonction du temps. Elle permet le passage d'un système triphasé à un système biphasé, et vice-versa.

II-2-3- Equations d'une machine électrique généralisée

Introduction

Les équations d'une machine électrique généralisée représentent un système d'équations différentielles composé de :

- équations d'équilibre des tensions des enroulements de la machine et
- équation de mouvement (équation d'équilibre des couples sur l'arbre de la machine). La forme d'écriture de ces équations est fonction des systèmes d'axes de coordonnées. On peut utiliser pour le stator et le rotor un seul système d'axes de coordonnées, ou bien un système pour le stator, et un autre pour le rotor. On peut mentionner les possibilités suivantes :
 - équations d'une machine synchrone dans le système de coordonnées a, b, c du stator et d, q du rotor ;
 - équations d'une machine synchrone dans le système de coordonnées d, q solidement lié au rotor,

Axes de coordonnées indépendants :

Nous supposons que les enroulements du rotor sont ramenés aux enroulements du stator (on omet le signe le signe de substitution). Dans ces conditions, les équations de la machine généralisée dans les axes α_s, β_s et α_r, β_r (Fig.1) auront la forme ;

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{\alpha s} = r_1 \cdot i_{\alpha s} + \frac{d\psi_{\alpha s}}{dt}; \\ U_{\alpha s} = r_1 \cdot i_{\alpha s} + \frac{d\psi_{\alpha s}}{dt}; \\ U_{\alpha s} = r_1 \cdot i_{\alpha s} + \frac{d\psi_{\alpha s}}{dt}; \\ U_{\alpha s} = r_1 \cdot i_{\alpha s} + \frac{d\psi_{\alpha s}}{dt}. \end{array} \right. \quad (2-1)$$

Dans ces équations, les flux totalisés des enroulements s'expriment ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{\alpha s} = L_{\alpha s} \cdot i_{\alpha s} + l_{\alpha s \alpha r} \cdot i_{\alpha r} + l_{\alpha s \beta r} \cdot i_{\beta r}; \\ \psi_{\beta s} = L_{\beta s} \cdot i_{\beta s} + l_{\beta s \alpha r} \cdot i_{\alpha r} + l_{\beta s \beta r} \cdot i_{\beta r}; \\ \psi_{\alpha r} = L_{\alpha r} \cdot i_{\alpha r} + l_{\alpha r \alpha s} \cdot i_{\alpha s} + l_{\alpha r \beta s} \cdot i_{\beta s}; \\ \psi_{\beta r} = L_{\beta r} \cdot i_{\beta r} + l_{\beta r \alpha s} \cdot i_{\alpha s} + l_{\beta r \beta s} \cdot i_{\beta s}; \end{array} \right. \quad (2-2)$$

$U_{\alpha s}, U_{\beta s}, U_{\alpha r}, U_{\beta r}$ - tensions appliquées aux enroulements de la machine, $i_{\alpha s}, i_{\beta s}, i_{\alpha r}, i_{\beta r}$ - courants qui circulent dans les enroulements ; $r_1, r_2, L_{\alpha s}, L_{\beta s}, L_{\alpha r}, L_{\beta r}$ - résistances et inductances d'auto-induction des enroulements du stator et du rotor ; $l_{\alpha s \alpha r}, l_{\alpha s \beta r}, l_{\beta s \alpha r}, l_{\beta s \beta r}$ - inductances mutuelles des enroulements du stator et du rotor.

Etant donné que l'entrefer de machine est uniforme sur toute la surface du stator et que le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé, alors les coefficients d'auto-induction des enroulements de la machine sont des grandeurs constantes. La symétrie de la machine suivant les axes α, β et la répartition sinusoïdale des forces magnétomotrices des enroulements permettent d'écrire les égalités suivantes.

$$\left\{ \begin{array}{l} l_{\alpha s \alpha r} = l_{\alpha r \alpha s} = l_{\beta s \beta r} = l_{\beta r \beta s} = L_m \cdot \cos \gamma; \\ l_{\alpha s \beta r} = l_{\beta r \alpha s} = -L_m \cdot \sin \gamma; \\ l_{\beta s \alpha r} = l_{\alpha r \beta s} = L_m \cdot \sin \gamma; \end{array} \right. \quad (2-3)$$

Où L_m : coefficient d'induction mutuelle quand les axes des enroulements sont confondus.

L'équation du mouvement du rotor s'écrit :

$$M = M_r + J \frac{d\Omega}{dt}, \quad (2-4)$$

Où M : couple électromagnétique développé par la machine; M_r : Couple résistant.

J : Moment d'inertie de la commande ramenée à l'arbre du rotor ; Ω : vitesse de rotation, $\Omega = \omega$ quand $2p = 2$.

Le couple électromagnétique de rotation exprimé en fonction des flux totalisés et des courants s'écrit :

$$M = \psi_{\alpha s} \cdot i_{\beta s} - \psi_{\beta s} \cdot i_{\alpha s} \quad (2-5)$$

Les équations (2-1) et (2-5) déterminent complètement les phénomènes statiques et dynamiques dans une machine électrique généralisée, leur résolution consiste à trouver les :

- courants dans les enroulements et
- la vitesse de rotation du rotor pour des tensions données.

Soulignons que le système d'équations différentielles (2-1) – (2-5) n'a pas de solution sous une forme générale car les coefficients des courants dans les expressions des flux totalisés sont des fonctions périodiques [3]. Il s'avère alors nécessaire de trouver des méthodes pour essayer d'avoir tout de même des solutions qui seraient satisfaisantes.

Méthodes d'analyse des phénomènes transitoires dans les machines électriques

Nous avons vu qu'on rencontre des difficultés dans la résolution directe du système d'équations régissant les divers régimes d'une machine électrique à cause de sa non linéarité. Pour pouvoir ouvrir une voie menant à l'analyse, bien que pas forcément très précise, des méthodes peuvent être proposées et sont pratiquées selon les cas :

- résolution des équations sous forme différentielle ou d'écriture par la méthode classique ;
- méthode opérationnelle de résolution basée sur la transformation de Laplace-Heviside ;
- méthode graphoanalytique ;
- méthodes numériques ;
- méthode analogique.

CHAPITRE - III

Modélisation d'une machine synchrone

Ici on va étudier la machine synchrone en régimes transitoires, c'est-à-dire étudier les phénomènes qui apparaissent lors du passage d'un régime établi à un autre régime établi. Ceci a lieu lors des variations des tensions des réseaux électriques, des impédances des enroulements ou de la charge de la machine. Les courants qui traversent les enroulements des machines dans les régimes transitoires atteignent des valeurs plusieurs fois supérieures aux valeurs nominales.

On distingue deux groupes de phénomènes transitoires : électromagnétiques et électromécaniques. Les phénomènes transitoires au cours desquels la vitesse de rotation de la machine peut être considérée comme constante sont dits électromagnétiques, et les phénomènes transitoires liés à une variation substantielle de la vitesse de rotation et de l'énergie cinétique des parties tournantes de la machine sont dits électromécaniques. Mais, dans ce chapitre nous allons restreindre notre analyse à des phénomènes transitoires électromagnétiques qui se déroulent dans les machines synchrones à vitesse de rotation constante.

Dans notre étude, considérons l'établissement de modèle sur l'exemple d'une générateur synchrone monophasé puis triphasé, symétrique avec enroulement amortisseur.

III -1- Système d'équations différentielles :

Le système d'équations de tensions de la machine synchrone est obtenu par

l'application de la loi d'Ohm $u = Ri + \frac{d\psi}{dt}$ aux différents circuits :

$$\left. \begin{aligned} u_a &= r_s i_a + \frac{d\psi_a}{dt}; \\ u_b &= r_s i_b + \frac{d\psi_b}{dt}; \\ u_c &= r_s i_c + \frac{d\psi_c}{dt}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{stator}, \quad (3-1)$$

$$u_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \Rightarrow \text{excitation}, \quad (3-2)$$

$$0 = r_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt} \Rightarrow \text{Amortisseur } D, \quad (3-3)$$

$$0 = r_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt} \Rightarrow \text{Amortisseur } Q, \quad (3-4)$$

Où u_a, u_b, u_c : tensions aux bornes des enroulements du stator,

$\psi_a, \psi_b, \psi_c, i_a, i_b, i_c$: respectivement flux totalisés totaux et courants des enroulements des phases du stator,

r_1 - résistance de l'enroulement d'une phase,

u_f : tension aux bornes de l'enroulement d'excitation,

ψ_f, i_f : flux totalisé et courant de l'enroulement d'excitation ;

r_f : résistance de l'enroulement d'excitation,

ψ_D, i_D, ψ_Q, i_Q : flux totalisés et courants des enroulements amortisseurs équivalents suivant les axes longitudinal d et transversal q,

r_D, r_Q : résistances des amortisseurs équivalents.

III-1-1- Pour une machine synchrone monophasée :

Considérons l'établissement de modèle mathématique sur l'exemple d'une génératrice synchrone à trois contours sur le rotor. Voici le schéma de cette machine :

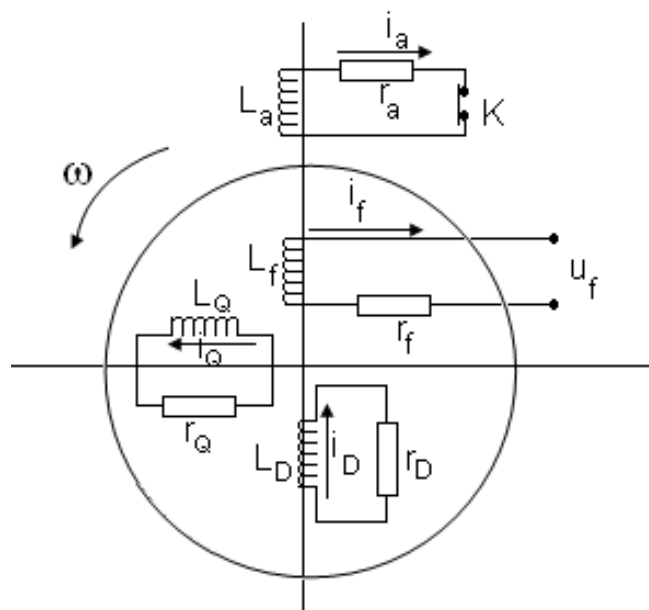


Figure 3 -1 : Schéma de calcul d'un générateur synchrone monophasé

Le système d'équations différentielles devient :

$$\left\{ u_a = r_s i_a + \frac{d\psi_a}{dt} ; \right. \quad (3-5)$$

$$\left\{ u_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} ; \right. \quad (3-6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = r_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt} ; \\ 0 = r_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt} . \end{array} \right. \quad (3-7)$$

Le régime de court-circuit brusque d'un générateur synchrone monophasé (quand $u_a = 0$) s'écrit sous forme de Cauchy :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi_a}{dt} = -r_1 i_a ; \\ \frac{d\psi_f}{dt} = u_f - r_f i_f ; \\ \frac{d\psi_D}{dt} = -r_D i_D ; \\ \frac{d\psi_Q}{dt} = -r_Q i_Q . \end{array} \right. \quad (3-8)$$

Pour un générateur à entrefer court, en utilisant les unités relatives (p.u) et en tenant compte que les paramètres des contours du rotor sont ramenés à l'enroulement du stator.

$$l_{af} = l_{aD} = L_{ad} \cos \gamma ;$$

$$l_{aq} = -L_Q \sin \gamma ;$$

$$l_{fD} = L_{aD} = L_{aQ} .$$

Les flux totalisés des enroulements :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_a = l_a i_a + l_{af} i_f + l_{aD} i_D + l_{aQ} i_Q , \\ \psi_f = l_{fa} i_a + l_f i_f + l_{fD} i_D + l_{fQ} i_Q , \\ \psi_D = l_{Df} i_f + l_D i_D + l_{DQ} i_Q , \\ \psi_Q = l_{Qf} i_f + l_Q i_Q + l_{QD} i_D + l_{aQ} i_a . \end{array} \right. \quad (3-9)$$

sont égaux à :

$$\begin{cases} \psi_a = L_a i_a + L_{ad} \cos \gamma (i_f + i_D) - L_{ad} \sin \gamma i_Q; \\ \psi_f = L_f i_f + L_{ad} \cos \gamma i_a + L_{ad} i_D; \\ \psi_D = L_D i_D + L_{ad} \cos \gamma i_a + L_{ad} i_f; \\ \psi_Q = L_Q i_Q - L_{ad} \sin \gamma i_a. \end{cases} \quad (3-10)$$

Compte tenu de : $L_a = L_{a\sigma} + L_{ad}$, $L_f = L_{f\sigma} + L_{ad}$, $L_D = L_{D\sigma} + L_{ad}$, $L_Q = L_{Q\sigma} + L_{ad}$;

où $L_{Q\sigma}$: inductances de fuite des enroulements correspondants D , ainsi que de

$L_{ad} i_a = L_{ad} (\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma) i_a$, nous transformons l'équation (3-10) en faisant apparaître les flux totalisés d'induction mutuelle :

$$\begin{cases} \psi_{\delta d} = L_{ad} (i_f + i_D + i_a \cos \gamma); \\ \psi_{\delta q} = L_{ad} (i_Q - i_a \sin \gamma). \end{cases} \quad (3-11)$$

Nous obtenons :

$$\begin{cases} \psi_a = L_{a\sigma} i_a + L_{ad} (i_f + i_D + i_a \cos \gamma) - L_{ad} (i_Q - i_a \sin \gamma) \sin \gamma; \\ \quad = L_{a\sigma} i_a + \psi_{\delta d} \cos \gamma - \psi_{\delta q} \sin \gamma; \\ \psi_f = L_{f\sigma} i_f + L_{ad} (i_f + i_D + i_a \cos \gamma); \\ \quad = L_{f\sigma} i_f + \psi_{\delta d}; \\ \psi_D = L_{D\sigma} i_D + L_{ad} (i_f + i_D + i_a \cos \gamma); \\ \quad = L_{D\sigma} i_D + \psi_{\delta d}; \\ \psi_Q = L_{Q\sigma} i_Q + L_{ad} (i_Q - i_a \sin \gamma); \\ \quad = L_{Q\sigma} i_Q + \psi_{\delta q}. \end{cases} \quad (3-12)$$

Ces équations permettent d'avoir un modèle mathématique stable d'une générateur synchrone. Nous tirons i_a et i_D à partir des expressions (3.12), les courants i_f et i_q de (3.11) :

$$\begin{cases} i_a = \frac{1}{L_{a\sigma}} (\psi_a - \psi_{\delta d} \cos \gamma + \psi_{\delta q} \sin \gamma); \\ i_D = \frac{1}{L_{D\sigma}} (\psi_D - \psi_{\delta d}); \\ i_f = \frac{\psi_{\delta d}}{L_{ad}} + i_D - i_a \cos \gamma; \\ i_Q = \frac{\psi_{\delta q}}{L_{ad}} + i_a \sin \gamma. \end{cases} \quad (3-13)$$

III-1-2- Pour une machine synchrone triphasée

La machine synchrone que nous allons étudier correspond à la structure d'une machine bipolaire triphasée à pôles saillants présentée sur (3.12).

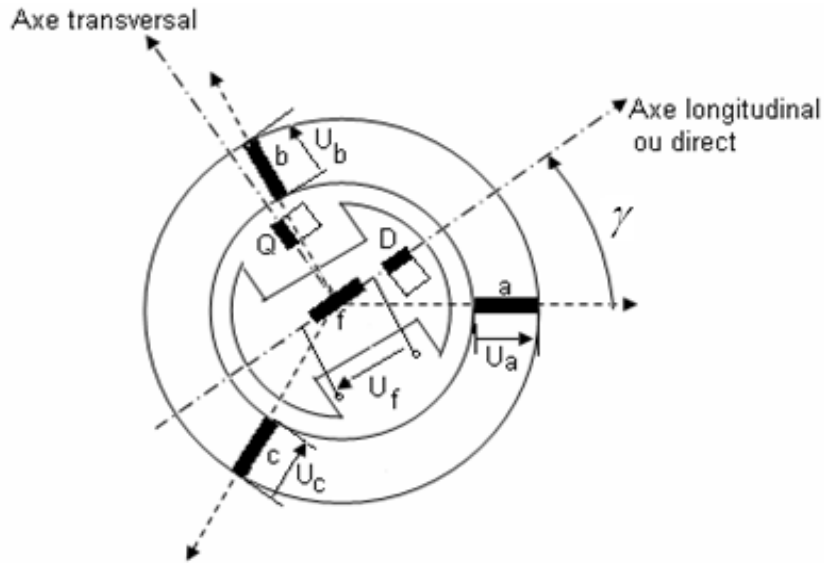


Figure 3.2 : Modélisation des différents enroulements d'une machine synchrone
a,b,c :phases de l'enroulement statorique , f : enroulement inducteur, D : Amortisseur longitudinal, Q : Amortisseur transversal.

III-1-2-1 Equations de tensions

$$\begin{cases} u_a = \frac{d\psi_a}{dt} + R_s i_a, \\ u_b = \frac{d\psi_b}{dt} + R_s i_b, \\ u_c = \frac{d\psi_c}{dt} + R_s i_c, \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{d\psi_D}{dt} + R_D i_D, \\ u_f = \frac{d\psi_f}{dt} + R_f i_f, \\ 0 = \frac{d\psi_Q}{dt} + R_Q i_Q, \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\text{Ou } [u_{abc}] = \frac{d}{dt} [\psi_{abc}] + R_s [i_{abc}],$$

$$[u_{DfQ}] = \frac{d}{dt} [\psi_{DfQ}] + R_s [i_{DfQ}],$$

Les flux totalisés ψ s'expriment sous forme matricielle comme :

$$[\psi_{abc}] = [L_S][i_{abc}] + [L_{Sr}][i_{DfQ}] \quad (3.16)$$

$$[\psi_{Dfa}] = [L_r][i_{Dfa}] + [L_{Sr}]_t[i_{abc}] \quad (3.17)$$

Avec

$$[L_S] = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ps} & L_{ms} & L_{ms} \\ L_{ms} & L_{ps} & L_{ms} \\ L_{ms} & L_{ms} & L_{ps} \end{bmatrix},$$

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_D & L_{Df} & L_{DQ} \\ L_{fD} & L_f & L_{fQ} \\ L_{QD} & L_{Qf} & L_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{pr} & L_{mr} & L_{mr} \\ L_{mr} & L_{pr} & L_{mr} \\ L_{mr} & L_{mr} & L_{pr} \end{bmatrix},$$

$$[L_{Sr}] = \begin{bmatrix} L_{aD} & L_{af} & L_{aQ} \\ L_{bD} & L_f & L_{bQ} \\ L_{cD} & L_{Qf} & L_{cQ} \end{bmatrix},$$

$$[L_{rS}] = \begin{bmatrix} L_{Da} & L_{Db} & L_{Qc} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{Qb} \\ L_{Dc} & L_{Qb} & L_{Qc} \end{bmatrix} = [L_{sr}]_t,$$

Où :

L_{ps} : Inductance propre statorique ;

L_{ms} : Inductance mutuelle statorique ;

L_{pr} : Inductance propre rotorique ;

L_{mr} : Inductance mutuelle rotorique ;

L_{sr} : Inductance mutuelle stator-rotor.

Dans l'axe direct on a :

$$L_{Df} = L_{fD} = cte$$

Etant donné que les axes d et q sont en quadrature, il s'en suit que :

$$L_{Da} = L_{QD} = L_{rQ} = L_{Qf} = 0.$$

Les inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et rotoriques sont fonction de l'angle électrique γ entre l'axe de la phase a pris comme référence et l'axe d (Figure 3.2)

$$L_{Da}(\gamma) = L_{aD}(\gamma) = L_{Da} \cos \gamma, \quad (3.18)$$

$$L_{Db}(\gamma) = L_{bD}(\gamma) = L_{Da} \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (3.17)$$

$$L_{Dc}(\gamma) = L_{cD}(\gamma) = L_{Da} \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right), \quad (3.20)$$

$$L_{fa}(\gamma) = L_{bf}(\gamma) = L_{af} \cos \gamma, \quad (3.21)$$

$$L_{fb}(\gamma) = L_{bf}(\gamma) = L_{fa} \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (3.22)$$

$$L_{fc}(\gamma) = L_{cf}(\gamma) = L_{fa} \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right), \quad (3.23)$$

$$L_{Qa}(\gamma) = L_{aQ}(\gamma) = -L_{Qa} \sin \gamma, \quad (3.24)$$

$$L_{Qb}(\gamma) = L_{bQ}(\gamma) = -L_{Qa} \sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (3.25)$$

$$, L_{Qc}(\gamma) = L_{cQ}(\gamma) = -L_{Qa} \sin\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right). \quad (3.26)$$

Inductances propres statoriques

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{b\sim} + L_{\sigma s} = cte.$$

Les termes $L_{b\sim}$ et $L_{\sigma s}$ désignent respectivement l'inductance principale et l'inductance de fuite.

Or, le système d'équations formé par (3.1) et (3.2) n'est pas linéaire, du fait des inductances variables avec γ et ne se prête pas bien à une étude analytique des phénomènes dont la machine synchrone est le siège.

La résolution numérique de ce système est possible mais peu commode, à cause des coefficients variables des matrices d'inductances.

III -1-.2-2- Transformation de Park :

Pour supprimer la non linéarité et pour obtenir un système d'équations à coefficients constants, on transforme les enroulements statorique et rotorique en enroulement orthogonaux équivalents. Ainsi, les enroulements statoriques a,b,c sont

remplacés par trois enroulements équivalents $d_s, q_s, 0_s$. Les enroulements rotoriques ne subissent aucune transformation puisqu'ils sont déjà, par construction, ordonnées selon les axes perpendiculaires.

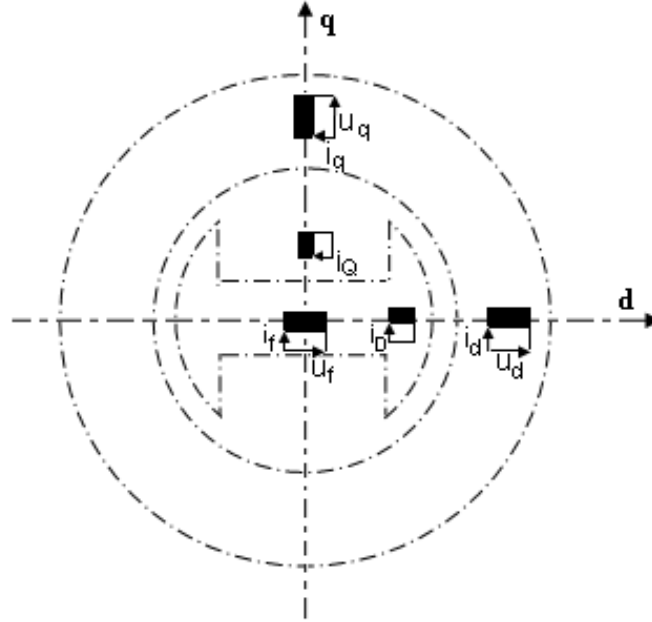


Figure 3-3 Modèle de Park de la machine synchrone

Cette transformation de Park consiste à définir une matrice unique de transformation pour les courants, les tensions et les flux totalisés :

$$\text{Avec : } [A] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\gamma + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \gamma & -\sin(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix},$$

$$\text{Et } [A]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 1 \\ \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\gamma + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}.$$

$[A]^{-1}$: est la transformation inverse de Park ,

$\gamma = \omega \cdot t$ Angle entre deux phases.

Alors on a ainsi :

$$\begin{bmatrix} i_{dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} u_{dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{abc} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{abc} \end{bmatrix},$$

Et

$$\begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_{dq0} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} u_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_{dq0} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \psi_{dq0} \end{bmatrix},$$

a) Equations des tensions :

Dans un référentiel lié au rotor on a $\omega_a = \omega_m$. Il vient :

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_m \psi_q \\ u_q = R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_m \psi_d \\ u_0 = R_s i_0 + \frac{d\psi_0}{dt} \end{cases}$$

$$0 = R_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt}$$

$$u_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt}$$

$$0 = R_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt}$$

avec $\omega_m = \frac{d\gamma}{dt}$ définit la vitesse angulaire électrique du rotor en rd/s.

b) Equations des flux totalisés:

En appliquant la transformation de Park à la matrice des flux statoriques (3.16) il vient, avec $\begin{bmatrix} A \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} \psi_{dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{Sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{DfQ} \end{bmatrix}$$

En introduisant les expressions des inductances développées, on obtient tout calcul fait :

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{Da} & L_{fa} & 0 \\ 0 & 0 & L_{Qa} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_f \\ i_Q \end{bmatrix}$$

Puis en exprimant dans la matrice des flux rotoriques (3.17) les inductance par leur expression en fonction de γ , on obtient :

$$\begin{bmatrix} \psi_D \\ \psi_f \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Da} & 0 & 0 \\ L_{fa} & 0 & 0 \\ 0 & L_{Qa} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_D & L_{Df} & 0 \\ L_{Df} & L_f & 0 \\ 0 & L_{Qa} & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_f \\ i_Q \end{bmatrix}$$

En développant ces deux équations, il vient :

$$\begin{cases} \psi_d = L_d i_d + L_{Da} i_D + L_{fa} i_f, \\ \psi_q = L_q i_q + L_{Qa} i_Q, \\ \psi_0 = L_0 i_0, \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \psi_D = L_{DQ} i_d + L_D i_D + L_{Df} i_f, \\ \psi_f = L_{fa} i_q + L_{Df} i_D + L_f i_f, \\ \psi_Q = L_{Qa} i_0 + L_Q i_Q, \end{cases}$$

L_d Représente l'inductance synchrone longitudinale :

$$L_d = L_{\sigma S} + \frac{3}{2}(\bar{L}_h + L_{h2}) = L_{\sigma S} + L_{ad}.$$

L_q Représente l'inductance synchrone transversale :

$$L_q = L_{\sigma S} + \frac{3}{2}(\bar{L}_h - L_{h2}) = L_{\sigma S} + L_{aq},$$

$$L_o = L_{\sigma S}.$$

Les termes L_{ad} et L_{aq} introduits désignent les inductances cycliques longitudinale et transversale :

$$L_{ad} = \frac{3}{2}(\bar{L}_h + L_{h2}),$$

$$L_{aq} = \frac{3}{2}(\bar{L}_h - L_{h2}).$$

c) Expressions de la puissance et du couple :

La puissance électrique instantanée de la machine vaut :

$$p(t) = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c + u_f i_f$$

$$= (u_d i_d + u_q i_q) + 3u_0 i_0 + u_f i_f.$$

Les enroulements amortisseurs étant en court-circuit, il ne participe pas au bilan de puissance.

L'énergie électrique absorbée pendant un intervalle de temps dt s'exprime comme :

$$dw_{el} = \left[\frac{3}{2} R_s (i_d^2 + i_q^2) + 3R_s i_0^2 + R_f i_f^2 \right] dt + \left[\frac{3}{2} (i_d d\psi_d + i_q d\psi_q) + 3i_0 d\psi_0 + i_f d\psi_f \right] + \left[\frac{3}{2} \omega_m (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \right]$$

L'énergie électrique est composée de trois termes :

- l'énergie perdue par effet Joule dans les enroulements ;
- la variation d'énergie magnétique emmagasinée dans le champ de couplage ;
- l'énergie transformable en énergie mécanique.

$$dW_{mec} = \frac{3}{2} \omega_m (\psi_d i_q - \psi_q i_d) dt$$

$$= T_{em} d\gamma_m.$$

$$\text{Avec } d\gamma_m = \frac{\omega_m}{p} dt$$

Donc le couple électromagnétique vaut finalement :

$$T_{em} = \frac{3}{2} p (\psi_d i_q - \psi_q i_d) .$$

En remplaçant les valeurs de ψ_d et ψ_q

$$T_{em} = \frac{3}{2} p [(L_d i_q + \psi_{DQ} i_D + L_{fa} i_f) i_q - (L_q i_q + L_{Qa} i_Q) i_d] ,$$

$$= \frac{3}{2} p [(L_d - L_q) i_d i_q - (L_{Da} i_D - L_{Qa} i_Q) i_d + L_{fa} i_f i_q] ,$$

$T_{réf}$: représente le couple reluctance dû à la saillance des pôles. Ce terme disparaît dans le cas d'une machine à rotor cylindrique :

$$T_{réf} = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_d i_q ,$$

T_{asyn} : Couple asynchrone

$$T_{asyn} = \frac{3}{2} p (L_{Da} i_D i_q - L_{Qa} i_Q i_d) ,$$

T_{syn} : Couple synchrone créée par l'excitation.

$$T_{syn} = \frac{3}{2} p L_{fd} i_f i_q$$

Avec p est le nombre de paires de pôles.

CHAPITRE - IV

Résolution analogique des équations différentielles de la machine électrique

IV-1- Equations de Park de la machine synchrone en valeurs relatives (p.u)

Les grandeurs relatives facilitent le calcul et le contrôle des valeurs numériques. Pour la machine synchrone, le système d'équations de tension devient :

$$\begin{cases} u_d = r_s i_d + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_m \psi_q, \\ u_0 = r_s i_0 + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\psi_0}{dt}, \\ u_q = r_s i_q + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\psi_q}{dt} - \omega_m \psi_d, \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} 0 = r_D i_D + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\psi_D}{dt}, \\ u_f = r_f i_0 + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\psi_f}{dt}, \\ 0 = r_Q i_Q + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\psi_Q}{dt}. \end{cases} \quad (4.2)$$

Toutes les grandeurs figurant dans les équations sont exprimées en p.u sauf ω_n introduite en rad/s et dt est exprimé en secondes.

Les équations de flux en p.u prennent la forme :

$$\begin{cases} \psi_d = l_d i_d + l_{Dd} i_D + l_{fd} i_f, \\ \psi_q = l_q i_q + l_{Qq} i_Q, \\ \psi_0 = l_0 i_0, \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\begin{cases} \psi_D = l_{Dd} i_d + l_D i_D + l_{Df} i_f, \\ \psi_f = l_{fD} i_D + l_{Df} i_D + l_f i_f; \\ \psi_Q = l_{Qq} i_q + l_Q i_Q. \end{cases} \quad (4.4)$$

Et le couple s'écrit simplement :

$$c_e = \psi_d i_q - \psi_q i_d. \quad (4.5)$$

Ces flux correspondent les inductances respectives en p.u :

$$l_{ad}, l_{\sigma d}, l_{\sigma D}, l_{\sigma f}, l_{\sigma Dd}, l_{\sigma Df}.$$

Les inductances propres et mutuelles figurant dans les équations de flux en p.u s'explicitent à partir des diverses inductances précitées comme suit :

$$l_d = l_{ad} + l_{\sigma Dd} + l_{\sigma d} ,$$

$$l_D = l_{ad} + l_{\sigma Dd} + l_{\sigma d} ,$$

$$l_f = l_{ad} + l_{\sigma Df} + l_{\sigma f} ,$$

$$l_{Dd} = l_{ad} + l_{\sigma Df} ,$$

$$l_{fd} = l_{ad} .$$

Dans l'axe transversal qui ne comporte que 2 enroulements,

- ψ_{aq} représente le flux principal couplé avec deux enroulements ,
- $\psi_{\sigma q}, \psi_{\sigma Q}$ désignent les flux de fuite des enroulements q et Q.

Les inductances correspondantes sont désignées par l_{aq} , $l_{\sigma q}$, $l_{\sigma Q}$

Il vient :

$$l_q = l_{aq} + l_{\sigma q} ,$$

$$l_Q = l_{aq} + l_{\sigma Q} ,$$

$$l_{Qq} = l_{aq} .$$

En introduisant ces valeurs dans les expressions de flux, on obtient :

$$\begin{cases} \psi_d = (l_{ad} + l_{\sigma Dd} + l_{\sigma d}) i_d + (l_{ad} + l_{\sigma Dd}) i_D + l_{ad} i_f , \\ \psi_q = (l_{aq} + l_{\sigma q}) i_q + l_{aq} i_Q , \\ \psi_0 = l_0 i_0 , \\ \psi_D = (l_{ad} + l_{\sigma Dd}) i_d + (l_{ad} + l_{\sigma Df} + l_{\sigma f}) i_D + (l_{ad} + l_{\sigma Df}) i_f , \\ \psi_d = l_{ad} i_d (l_{ad} + l_{\sigma Df}) i_D + (l_{ad} + l_{\sigma Df} + l_{\sigma f}) i_f , \\ \psi_q = l_{aq} i_q + (l_{aq} + l_{\sigma Q}) i_Q , \end{cases} \quad (4.6)$$

Sous forme matrice on a :

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (l_{ad} + l_{\sigma Dd} + l_{\sigma d}) & 0 & l_{ad} & (l_{ad} + l_{\sigma Dd}) & 0 \\ 0 & (l_{aq} + l_{\sigma q}) & 0 & 0 & l_{aq} \\ l_{ad} & 0 & (l_{ad} + l_{\sigma Df} + l_{\sigma f}) & (l_{ad} + l_{\sigma Df}) & 0 \\ (l_{ad} + l_{\sigma Dd}) & 0 & (l_{ad} + l_{\sigma Df}) & (l_{ad} + l_{\sigma Dd} + l_{\sigma Df} + l_{\sigma D}) & 0 \\ 0 & l_{aq} & 0 & 0 & (l_{aq} + l_{\sigma Q}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix}$$

Posons :

$$[L] = \begin{bmatrix} (l_{ad} + l_{\sigma Dd} + l_{\sigma d}) & 0 & l_{ad} & (l_{ad} + l_{\sigma Dd}) & 0 \\ 0 & (l_{aq} + l_{\sigma q}) & 0 & 0 & l_{aq} \\ l_{ad} & 0 & (l_{ad} + l_{\sigma Df} + l_{\sigma f}) & (l_{ad} + l_{\sigma Df}) & 0 \\ (l_{ad} + l_{\sigma Dd}) & 0 & (l_{ad} + l_{\sigma Df}) & (l_{ad} + l_{\sigma Dd} + l_{\sigma Df} + l_{\sigma D}) & 0 \\ 0 & l_{aq} & 0 & 0 & (l_{aq} + l_{\sigma q}) \end{bmatrix}$$

$$\text{Et : } [y] = [L]^{-1}$$

$$\text{D'après l'équation des flux : } [\psi_{dqfDQ}] = [L] \cdot [i_{dqfDQ}] ,$$

$$\text{Donc : } [i_{dqfDQ}] = [L]^{-1} \cdot [\psi_{dqfDQ}] ,$$

$$\text{Ou } [i_{dqfDQ}] = [y] \cdot [\psi_{dqfDQ}]$$

IV- 2- Obtention du système adopté à une simulation analogique

IV-2-1- Pour les machines monophasées

On prend l'équation (3.12), équation des flux qui s'écrit :

$$\begin{cases} \psi_a = L_{a\sigma} \cdot i_a + \psi_{\delta d} \cdot \cos \gamma - \psi_{\delta q} \cdot \sin \gamma ; \\ \psi_f = L_{f\sigma} \cdot i_f + \psi_{\delta d} ; \\ \psi_D = L_{D\sigma} \cdot i_D + \psi_{\delta d} ; \\ \psi_Q = L_{Q\sigma} \cdot i_Q + \psi_{\delta q} . \end{cases}$$

Et l'équation de tension en court circuit (3.8) :

$$\begin{cases} \frac{d\psi_a}{dt} = -r_1 \cdot i_a ; \\ \frac{d\psi_f}{dt} = u_f - r_f \cdot i_f ; \\ \frac{d\psi_D}{dt} = -r_D \cdot i_D ; \\ \frac{d\psi_Q}{dt} = -r_Q \cdot i_Q . \end{cases}$$

En utilisant l'opérateur de dérivation $s = \frac{d}{dt}$ on a huit équations permettant de trouver i_a, i_f, i_D, i_Q . L'équation (3.8) devient :

$$\begin{cases} s.\psi_a = -r_1.i_a ; \\ s.\psi_f = u_f - r_f.i_f ; \\ s.\psi_D = -r_D.i_D ; \\ s.\psi_Q = -r_Q.i_Q . \end{cases} \quad (4.7)$$

On remplace ψ_k ($k = a, f, D, Q$) dans l'équation (4.7) et on a obtenu l'équation des courants suivant :

$$\begin{cases} i_a = \frac{s}{L_{\sigma a}.s + r_a} [-\psi_{\sigma d} \cos \gamma + \psi_{\sigma q} \sin \gamma] ; \\ i_f = \frac{1}{L_{\sigma f}.s + r_f} [u_f - s.\psi_{\sigma d}] ; \\ i_D = \frac{s}{L_{\sigma D}.s + r_D} [\psi_{\sigma d}] ; \\ i_Q = \frac{s}{L_{\sigma Q}.s + r_Q} [-\psi_{\sigma q}] . \end{cases} \quad (4.8)$$

IV-2-2- Pour les machines triphasées

On prend les équations suivantes en valeurs relatives ou en (pu).

a) équations des courants

$$\begin{cases} i_d = y_d.\psi_d + y_{fd}.\psi_f + y_{dD}.\psi_D , \\ i_q = y_q.\psi_q + y_{qQ}.\psi_f , \\ i_f = y_f.\psi_f + y_{fd}.\psi_d - y_{fD}.\psi_D , \\ i_D = y_D.\psi_D + y_{dD}.\psi_d + y_{fD}.\psi_f , \\ i_Q = y_Q.\psi_Q + y_{qQ}.\psi_q . \end{cases} \quad (4.9)$$

b) équations des flux

En régime de court circuit brusque d'un générateur synchrone triphasé (quand $u_d=u_q=0$) l'équation des tensions devient :

$$\begin{cases} \frac{d\psi_d}{dt} = -\omega_n \cdot r_s \cdot i_d + \omega_n \cdot \omega_m \cdot \psi_q, \\ \frac{d\psi_q}{dt} = -\omega_n \cdot r_s \cdot i_q - \omega_n \cdot \omega_m \cdot \psi_d, \\ \frac{d\psi_f}{dt} = \omega_n \cdot u_f - \omega_n \cdot r_s \cdot i_f, \\ \frac{d\psi_D}{dt} = -\omega_n \cdot r_D \cdot i_D, \\ \frac{d\psi_Q}{dt} = -\omega_n \cdot r_Q \cdot i_Q. \end{cases} \quad (4.10)$$

Remplaçons i_k ($k=dqfDQ$) par leur expressions en court circuit on a :

$$\begin{cases} \frac{d\psi_d}{dt} = -\omega_n \cdot r_s \cdot (y_d \cdot \psi_d + y_{fd} \psi_f + y_{dD} \psi_D) + \omega_n \cdot \omega_m \cdot \psi_q, \\ \frac{d\psi_q}{dt} = -\omega_n \cdot r_s \cdot (y_q \psi_q + y_{qQ} \psi_Q) - \omega_n \cdot \omega_m \cdot \psi_d, \\ \frac{d\psi_f}{dt} = \omega_n \cdot u_f - \omega_n \cdot r_s \cdot (y_{fd} \psi_d + y_f \psi_f + y_{fD} \psi_D), \\ \frac{d\psi_D}{dt} = -\omega_n \cdot r_D \cdot (y_{dD} \psi_d + y_{fD} \psi_f + y_D \psi_D), \\ \frac{d\psi_Q}{dt} = -\omega_n \cdot r_Q \cdot (y_{qQ} \psi_q + y_Q \psi_Q). \end{cases} \quad (4.11)$$

En utilisant l'opérateur de dérivation ($s=d/dt$) ; l'équation devient :

$$\begin{cases} s \cdot \psi_d = -\omega_n \cdot r_s \cdot y_d \cdot \psi_d - \omega_n \cdot r_s \cdot y_{fd} \cdot \psi_f - \omega_n \cdot r_s \cdot y_{dD} \cdot \psi_D + \omega_n \cdot \omega_m \cdot \psi_q; \\ s \cdot \psi_q = -\omega_n \cdot r_s \cdot y_q \cdot \psi_q - \omega_n \cdot r_s \cdot y_{qQ} \cdot \psi_Q + \omega_n \cdot \omega_m \cdot \psi_d; \\ s \cdot \psi_f = \omega_n \cdot u_f - \omega_n \cdot r_s \cdot y_{fd} \cdot \psi_d - \omega_n \cdot r_s \cdot y_f \cdot \psi_f - \omega_n \cdot r_s \cdot y_{fD} \cdot \psi_D; \\ s \cdot \psi_D = -\omega_n \cdot r_D \cdot y_{dD} \cdot \psi_d - \omega_n \cdot r_D \cdot y_{fD} \cdot \psi_f - \omega_n \cdot r_D \cdot y_D \cdot \psi_D; \\ s \cdot \psi_Q = -\omega_n \cdot r_Q \cdot y_{qQ} \cdot \psi_q - \omega_n \cdot r_Q \cdot y_Q \cdot \psi_Q. \end{cases} \quad (4.12)$$

Alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_d = \frac{\omega_n}{s + \omega_n r_s y_d} [\omega \psi_q - r_s y_{fd} \psi_f - r_s y_{dD} \psi_D]; \\ \psi_q = \frac{\omega_n}{s + \omega_n r_s y_q} [-\omega \psi_d - r_s y_{qQ} \psi_Q]; \\ \psi_f = \frac{\omega_n}{s + \omega_n r_f y_f} [u_f - r_f y_{fd} \psi_d - r_f y_{fD} \psi_D]; \\ \psi_D = \frac{\omega_n}{s + \omega_n r_s y_D} [-r_D y_{dD} \psi_d - r_D y_{fD} \psi_f]; \\ \psi_Q = \frac{\omega_n}{s + \omega_n r_Q y_Q} [-r_Q y_{qQ} \psi_q]. \end{array} \right. \quad (4.13)$$

c) équation de couple

en vue d'une simulation d'une commande, on utilisera l'expression du couple électromagnétique suivante :

$$c_e = \psi_d i_q - \psi_q i_d \quad (4.14)$$

Et l'équation du mouvement :

$$(C_e - C_{ext}) = 2.H.\omega.s;$$

$$\omega = \frac{1}{2.H.s} [C_e + C_{ext}]. \quad (4.15)$$

IV-3- Schéma de résolution analogique

Voici les schémas structurels obtenus à partir des systèmes d'équations.

IV-3-1- Schéma bloc d'un générateur synchrone monophasé

Modélisation de l'équation (4.8)

IV-3-2- Schéma bloc d'un générateur synchrone triphasé

a) Schéma bloc en général

D'après les équations (4.9) à (4.15), on peut établir le schéma bloc d'une machine synchrone ci-dessous :

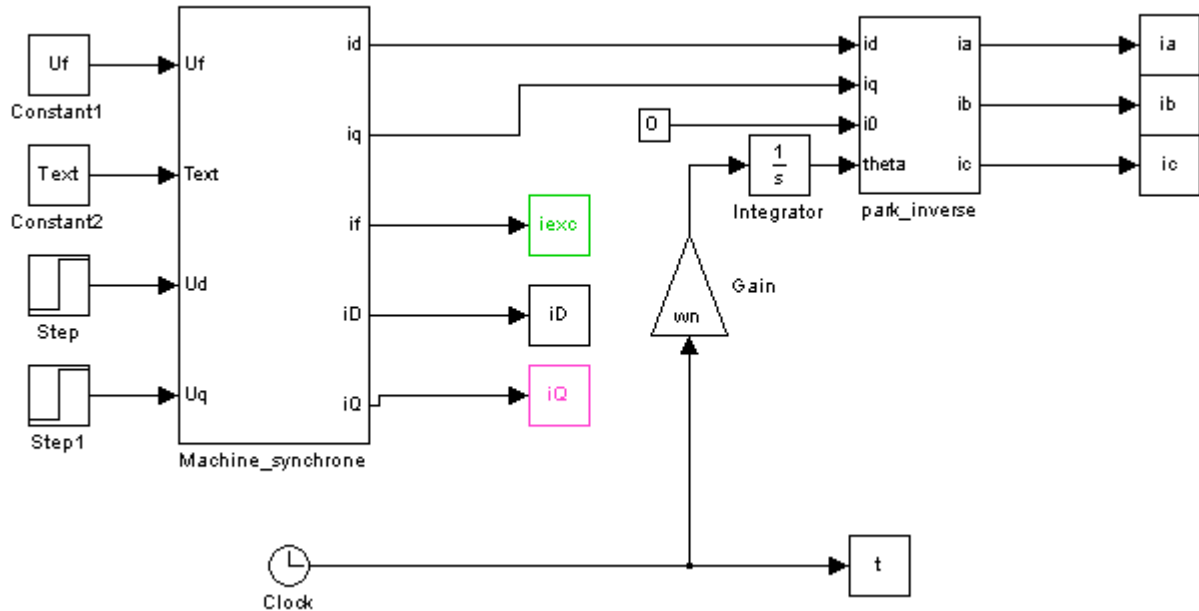


Figure 4.2 : Schéma bloc d'un générateur synchrone triphasé

b) Schéma développé d'une machine synchrone :

En développant le schéma bloc d'une machine synchrone, le modèle d'une machine synchrone triphasée est un modèle sur simulink qui est constitué de cinq fonctions permettant de calculer les courants i_d, i_q, i_f, i_D, i_Q en fonction des tensions et des flux.

Alors on a obtenu le schéma fonctionnel suivant :

Figure 4.3 : schéma fonctionnelle d'une machine synchrone dans le plan (d,q)

c) Schéma développé d'une transformation inverse de Park

La transformation de Park ici est constituée de trois fonctions permettant de calculer les courants i_a, i_b, i_c à partir des entrées i_d, i_q, i_o et θ .

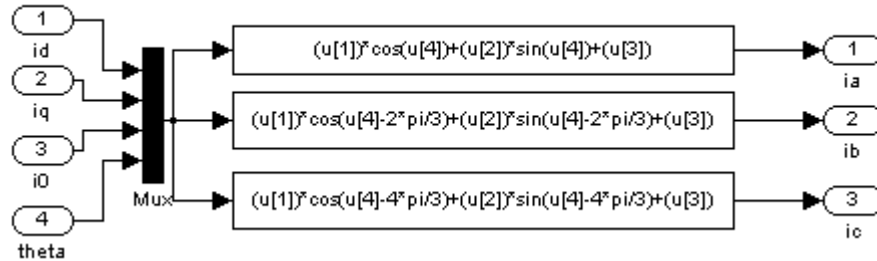


Figure 4.4 : Transformation des courants dans le plan (d,q) → en (a,b,c)

IV-4- Analyse et commentaire des résultats

Après la simulation sur le Matlab Simulink des schémas dans la chapitre IV-3), on obtient plusieurs allures des courbes représentées sur les figures ci-dessous :

IV-4-1- Générateur synchrone monophasé

On prend les valeurs suivant pour faire une application de cette simulation :

🔧 Résistances

$$r_a = 0,057\Omega ; r_f = 0,094\Omega ; r_D = 0,098\Omega ; r_Q = 0,0247\Omega$$

🔧 Inductances

$$l_a = 1,32\Omega ; l_D = 1,7\Omega ; l_Q = 1,67\Omega ; l_f = 1,24\Omega ; l_{ad} = 0,85\Omega$$

🔧 Condition initiale

$$i_{f0} = 1p.u$$

a) courbe du courant statorique :

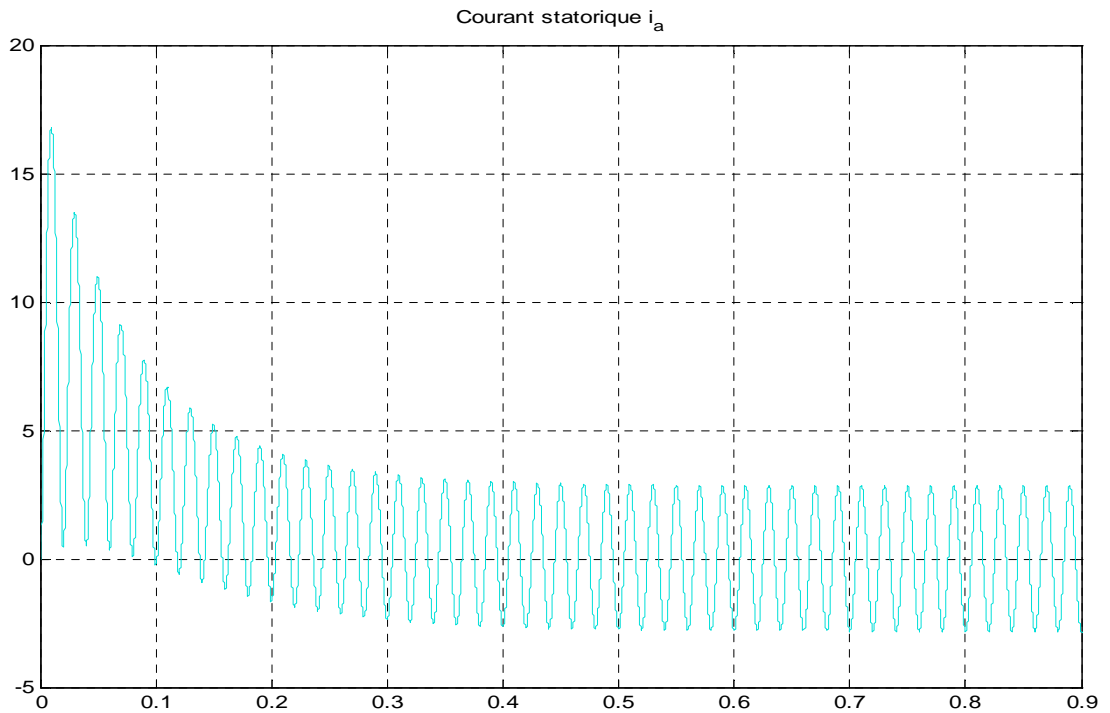


Figure 4.5 : Courbe de courant statorique i_a

b) courbe des courant rotorique

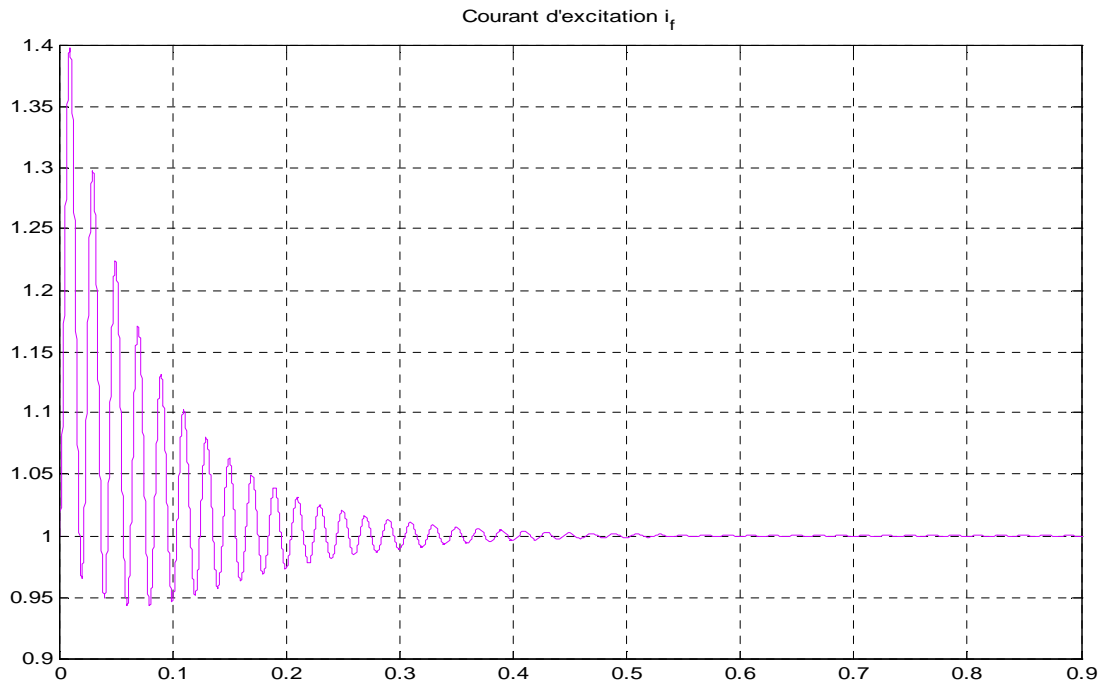


Figure 4.6 : Courbe du courant d'excitation i_f

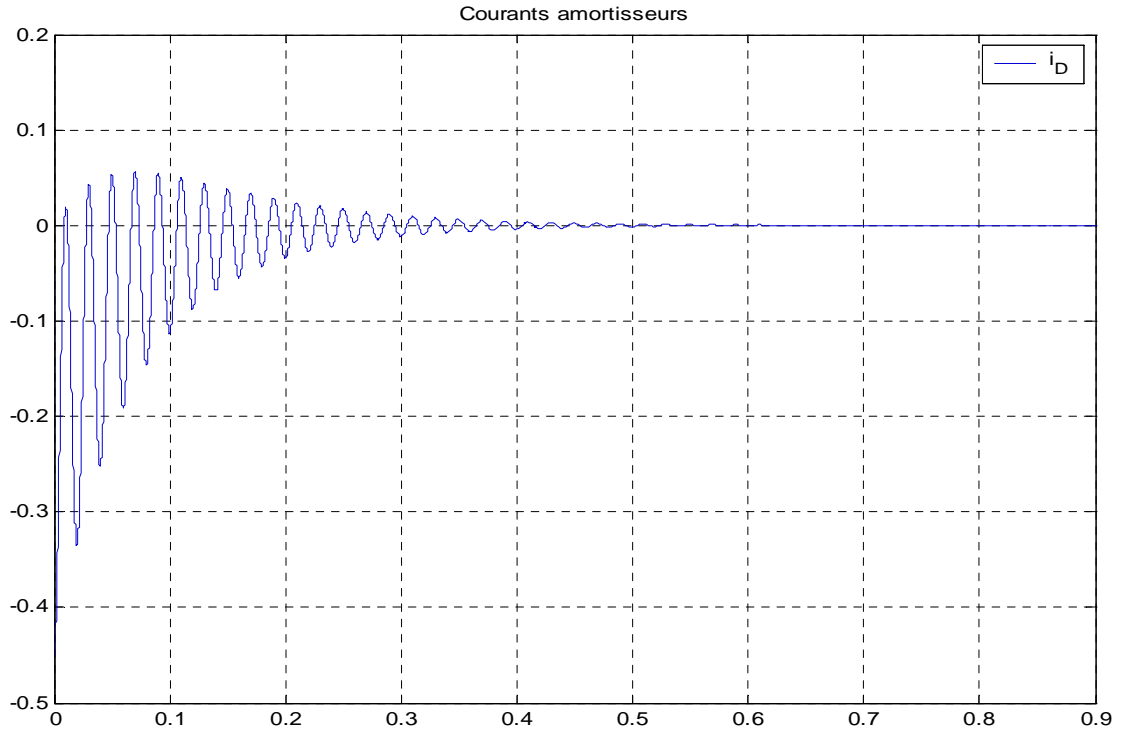


Figure 4.6 : Courbe du courant amortisseur i_D

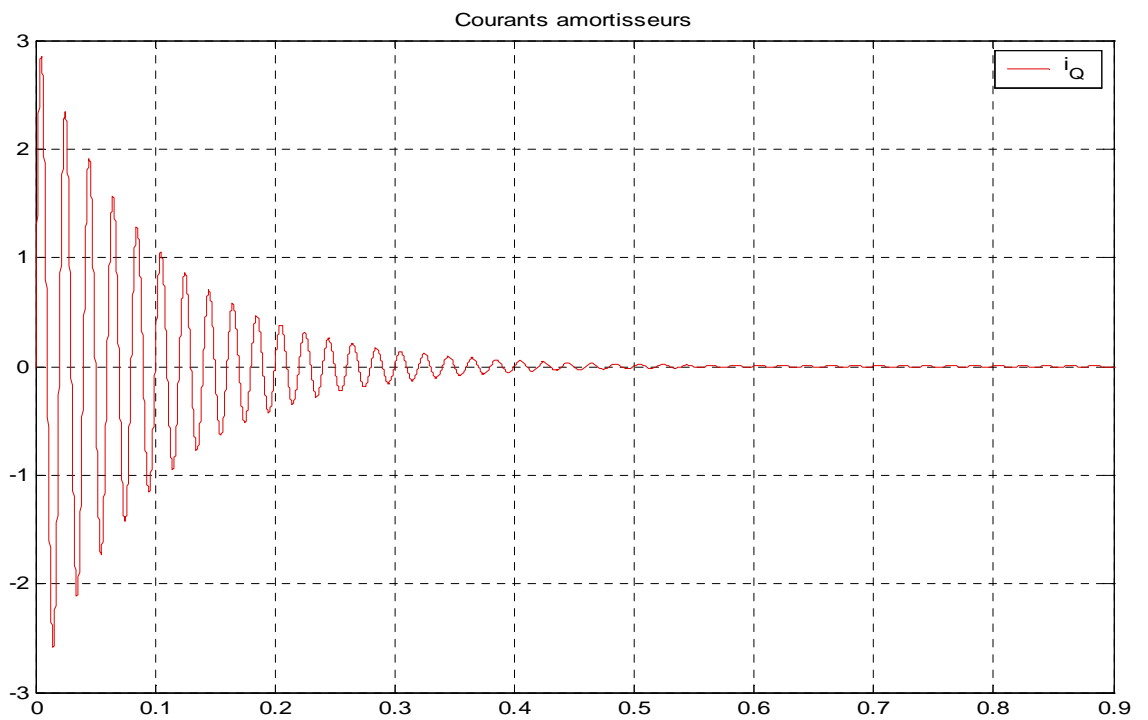


Figure 4.7 : Courbe du courant amortisseur i_Q

IV-4-2- générateur synchrone triphasé

Pour le générateur synchrone triphasé on prend les paramètres suivants :

🚦 Résistances

$$r_a = 0,057\Omega ; r_f = 0,094\Omega ; r_D = 0,098\Omega ; r_Q = 0,0247\Omega$$

🚦 Inductances

$$l_f = 0,092\Omega ; l_Q = 1,7085\Omega ; l_D = 1,829\Omega ; l_{fd} = 0,092\Omega ; l_{qQ} = 0,0185\Omega ;$$

$$l_{dD} = 0,018\Omega ; l_{fD} = 0,0668\Omega .$$

$$l_{os} = 1,9075\Omega ; l_{2s} = 0,0265\Omega ; m_0 = 0,953\Omega .$$

a) courbe des courants statoriques

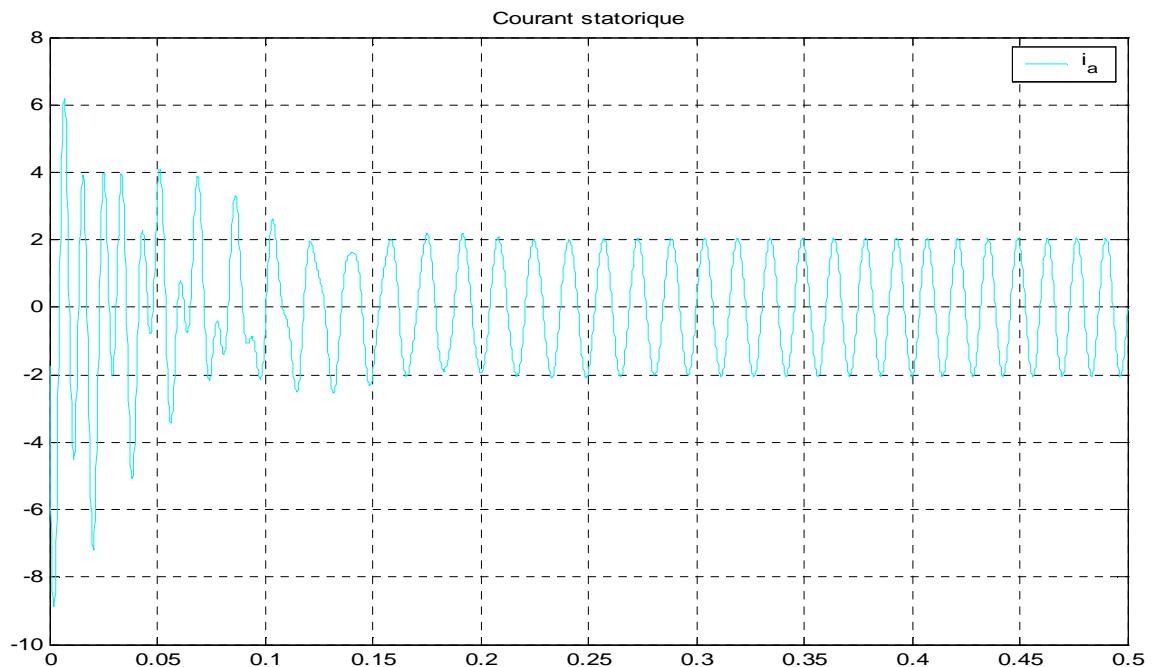


Figure 4.8 : Courbe de courant statorique I_a

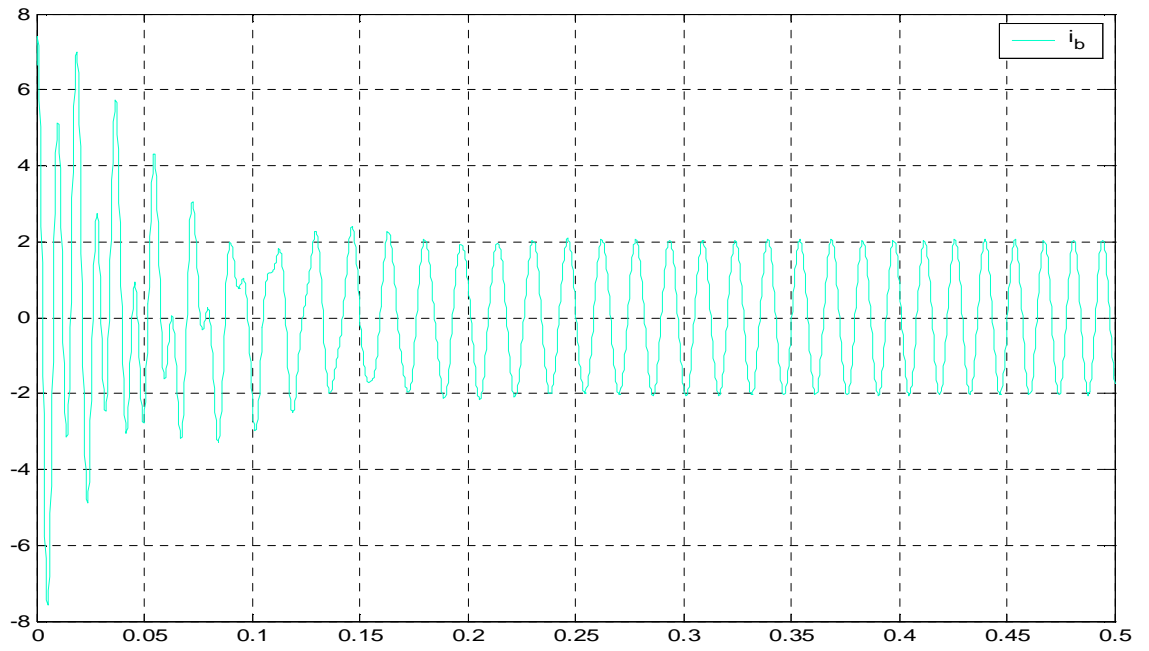


Figure 4.9 : Courbe de courant statorique i_b

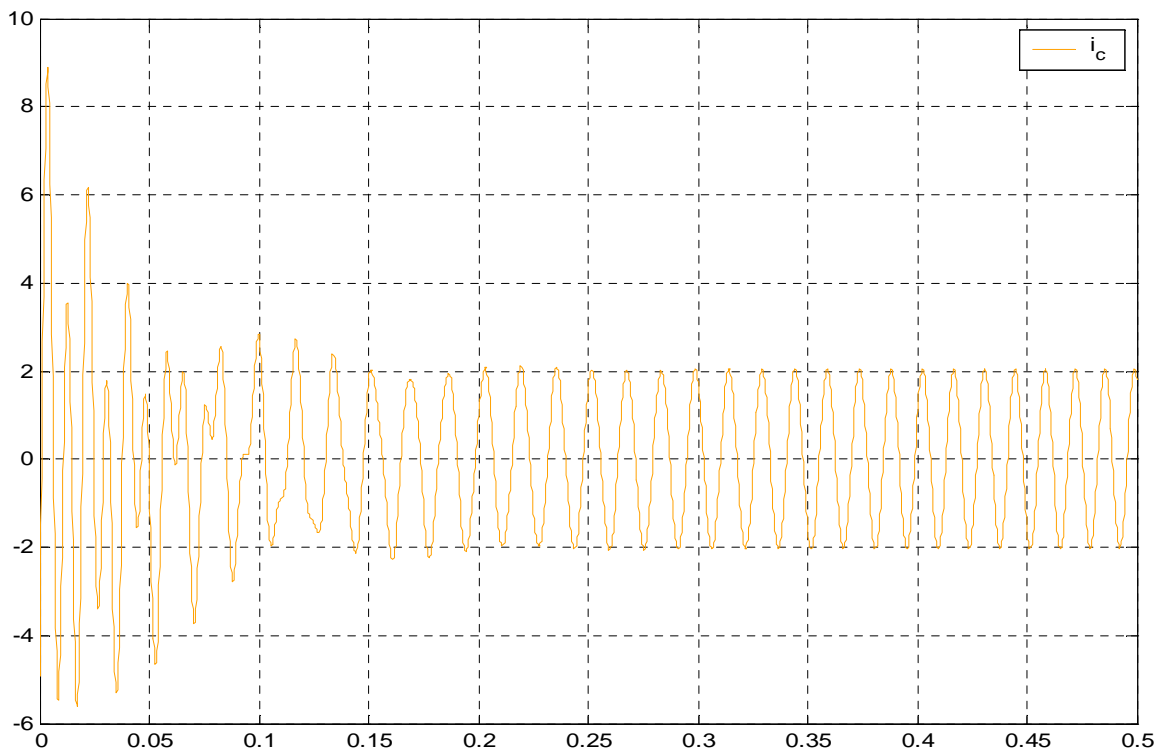


Figure 4.10 : Courbe de courant statorique i_c

b) les courbes des courants rotoriques :

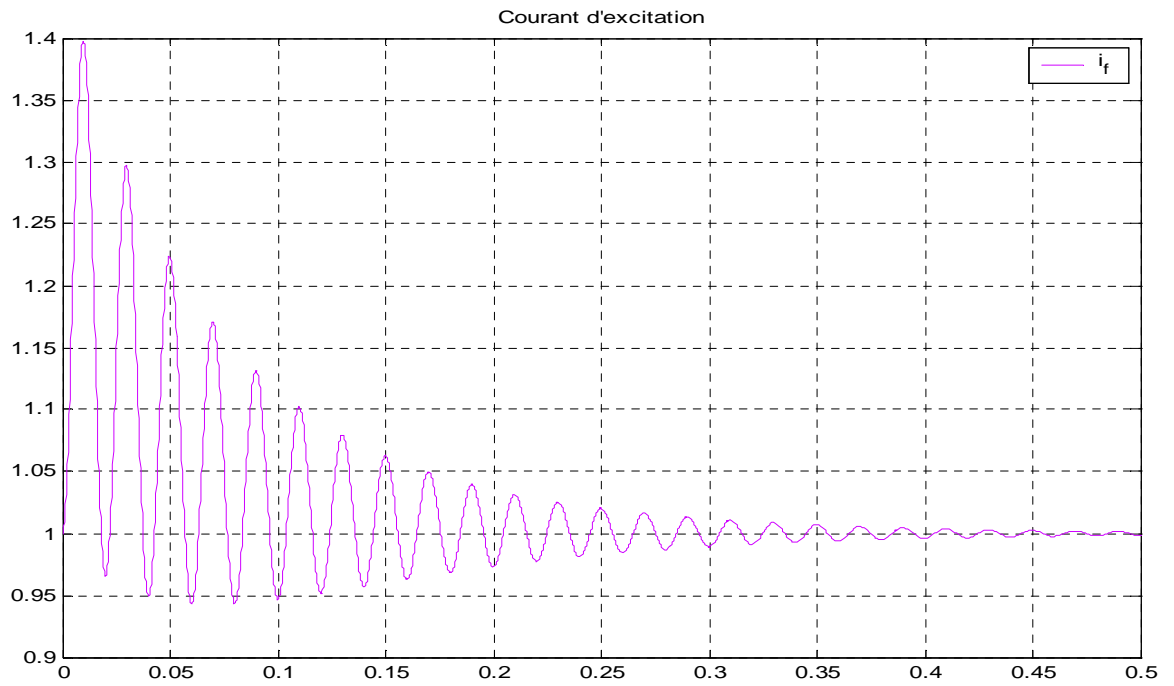


Figure 4.10 : Courbe de courant rotorique I_f

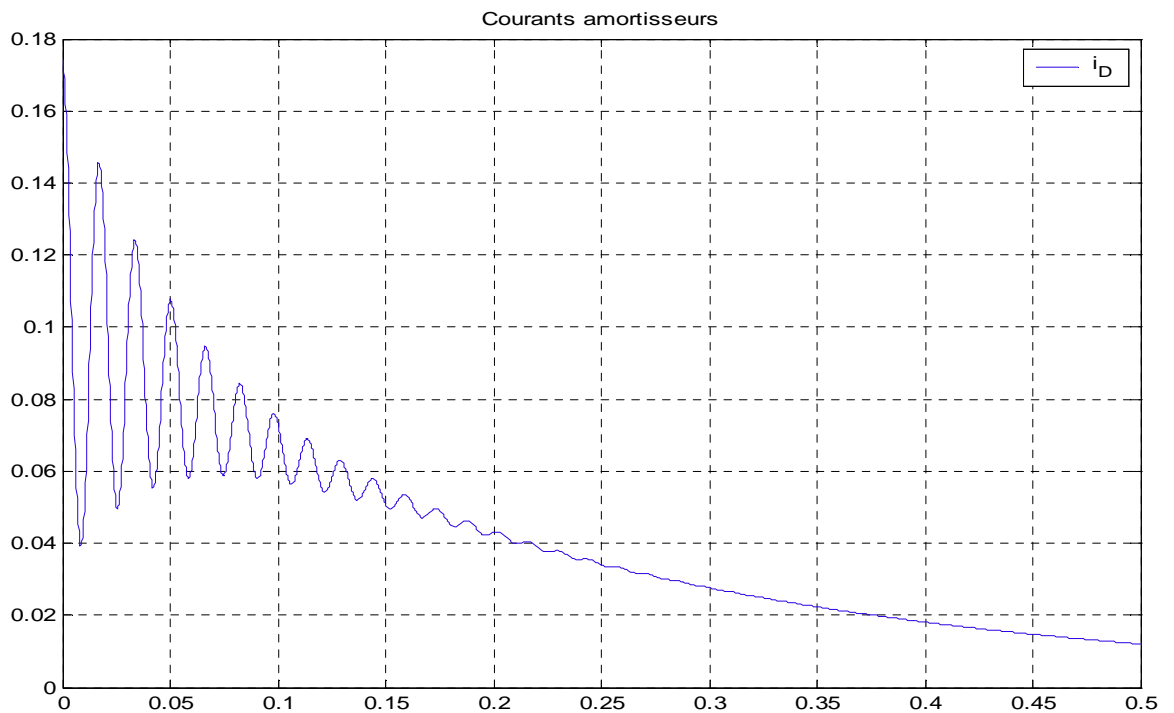
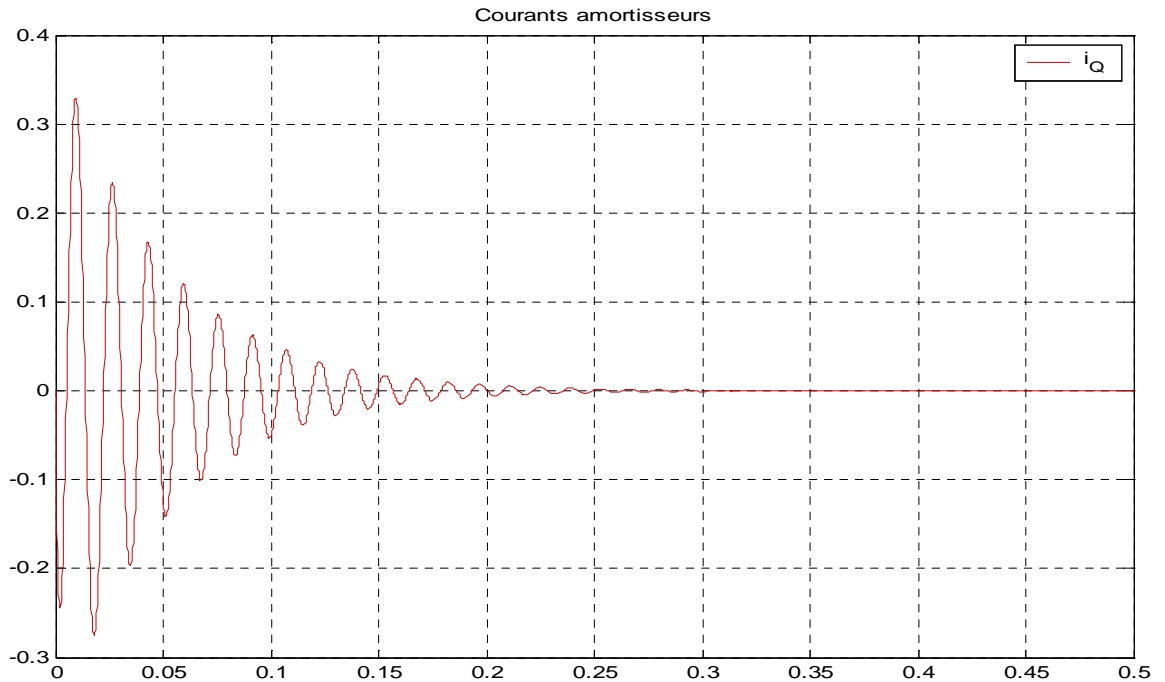


Figure 4.11 : Courbe du courant amortisseur i_D

Figure 4.11 : Courbe du courant amortisseur i_Q .

IV-5- Interprétation

➤ Les courbes obtenues pour les générateurs synchrones monophasés et triphasés ont pratiquement les mêmes allures.

► Pour les courbes du courant statorique :

Avant le court circuit, le courant statorique est égal à zéro car le générateur est encore à vide ; c'est-à-dire la tension est maximale mais le courant est égal à 0.

Au moment du court circuit, le courant statorique prend la valeur maximal : c'est le courant de pic ou courant choc ; mais la tension est devenue égale nulle. C'est la période du régime transitoire.

Après quelques instants ; le courant statorique prend la valeur permanente du courant de court circuit ou courant de court circuit établi. La valeur du court circuit établi est plus grand que la valeur du courant nominal.

► Pour les courbes du courant d'excitation :

Dès le début il y a un courant d'excitation ; ici on prend $i_f 0 = 1$, alors le courant commence à $i_f = 1$. Puis il prend la valeur maximale pendant le court circuit brusque ou pendant le phénomène transitoire. Ensuite à l'instant de court circuit établi le courant tend vers 1p.u.

► Pour les courbes du courant amortisseur :

Dès le début, les courbes obtenues n'est pas périodiques : l'amplitude positive et négative ne sont pas les mêmes. C'est-à-dire les courbes obtenues sont la somme de la courbe périodique et apériodique.

➤ Pour le générateur synchrone triphasé les courbes des courants dans les phases b et c ne diffèrent de celle du courant dans la phase a que par le déphasage : $\left(\gamma_0 - \frac{2\pi}{3}\right)$

pour la phase b, et $\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right)$ pour la phase c.

L'analyse de la figure montre que le courant de court-circuit prend sa valeur maximale au bout d'une demi période après l'apparition du court-circuit, lorsque $\omega t = \pi$, le courant apériodique instantané s'ajoute au courant périodique instantané circulant dans le même sens. La valeur maximale du courant de court-circuit de choc exprimée en unités relatives (par rapport à l'amplitude du courant nominal pris pour base) est égal

$$\text{à : } I_{(pu \text{ max})} = \frac{i_{\max}}{I_n}$$

Ici le courant de choc peut dépasser cinq fois la valeur maximale du courant nominal. Courant dans les enroulements du rotor :

Les composantes périodiques des courants i_f et i_D dans les circuits rotoriques longitudinaux comportent des parties « lentes » qui décroissent avec la constante de temps T_1' et des parties « rapides » dont la décroissance se caractérise par la constante de temps T_2' .

T_1' : Constante de temps des phénomènes lents

T_2' : Constante de temps des phénomène rapides avec $T_1' = T_f' + T_D'$; $T_2' = \sigma' T_D'$;

$$\text{Où } \sigma' = 1 - \frac{(L'_{ad})^2}{L'_f L'_D} ;$$

$$T_D' = \frac{L'_D}{R_D} ; \quad T_f' = \frac{L'_f}{R_f}$$

T_f' : La constante de temps de l'enroulement d'excitation pour l'enroulement statorique mis en court-circuit.

Constante de temps de l'enroulement amortisseur suivant l'axe longitudinal pour l'enroulement stator en court-circuit

σ' : Le coefficient de dispersion de l'enroulement d'excitation et de l'enroulement amortisseur pour l'enroulement statorique mis en court-circuit.

CHAPITRE - V

Implication pédagogique

Personne n'ignore que les machines électriques, surtout à courant alternatif, sont devenues des éléments nécessaires et indispensables dans notre vie actuelle. C'est pourquoi l'étude des machines électriques est devenue une partie intégrante du programme des Lycées Techniques et Professionnels et, également en premier cycle à l'université.

Par conséquent, nous proposons ici quelques thèmes pédagogiques différents afin d'alléger la tâche des enseignants à ce sujet. Il s'agit :

- La technologie d'un générateur synchrone.
- Etude des caractéristiques à vide et en court-circuit.
- Système d'équations qui décrivent les phénomènes transitoires dans les machines synchrones.
- Etude mathématique simplifiée du moteur asynchrone triphasé.
- Simulation d'une machine asynchrone

V-1-Thème I : GENERATEUR SYNCHRONE

Matière : Technologie

Durée : 2 heures

Objectif : À l'issue de cette séance, les élèves devront être capables de connaître les générateurs synchrones.

Niveau : Troisième année

Pré requis : Etude théorique sur les machines électriques

Moyen : Utilisation des maquettes.

V-1-1- Constitution d'un générateur synchrone

Un générateur synchrone transforme de l'énergie mécanique en énergie électrique.

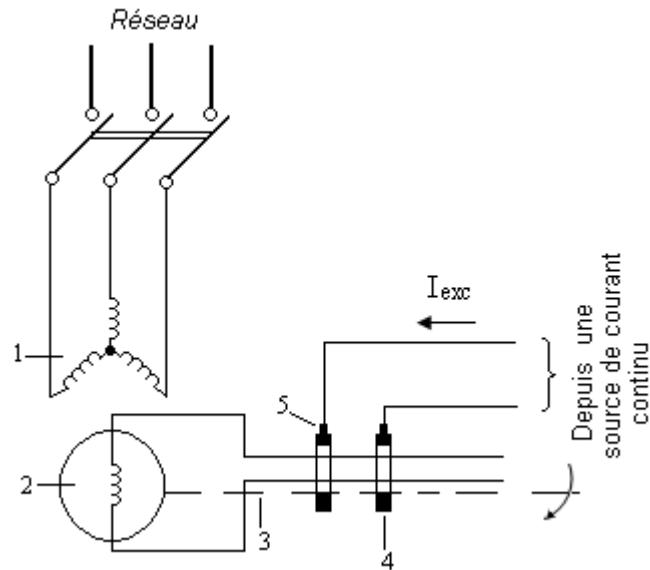


Figure 5.1 : Schéma d'un alternateur synchrone

1 : stator ; 2 : rotor ; 3 : arbre de la machine ; 4 : bagues de prise de courant ; 5 : balais.

Il possède deux parties principales :

- Le rotor, il est parcouru par un courant continu ;
- Le stator parcouru par des courants alternatifs.

a- Rotor

Il porte l'enroulement d'excitation qui a pour rôle de créer dans l'entrefer de la machine un champ magnétique tournant présentant $2p$ pôles.

b- Stator

Il est constitué trois enroulements disposés de 120° les uns des autres d'enroulements disposés 120° dans le cas d'un générateur synchrone triphasé. Chaque enroulement est le siège d'une f.é.m. induite.

c- Symbole

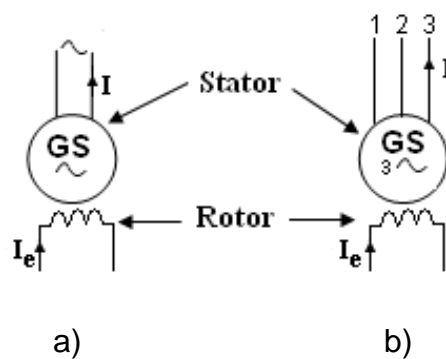


Figure 5.2 Symbole d'un générateur synchrone : a): monophasé ; b) : triphasé

V-1-2- Forces électromotrices d'un générateur synchrone

a- Principe

Nous savons que tout circuit électrique soumis à une variation de flux est le siège d'une f.é.m. induite E . Un générateur triphasé est composé de trois enroulements d'induit qui se comportent chacun comme l'enroulement d'un générateur monophasé.

b- Expression des f.é.m. induites E .

- Générateur synchrone monophasé

La f.é.m. est donnée par :

$$E = 4,44K.N.f.\Phi_{\max}$$

Avec : K : coefficient de Kapp de la machine,

N : nombre de spires en série de l'enroulement statorique,

Φ_{\max} : Flux maximal à travers chaque spire du stator

f : Fréquence du courant et de la tension et au stator

N'oublions pas que $f = p.n$.

- Générateur triphasé

Un générateur triphasé est équivalent à trois générateurs monophasés identiques que l'on couple soit en triangle, soit en étoile. Si le stator complet possède N_T conducteurs, alors chaque enroulement comporte $N = \frac{N_T}{3}$ conducteurs. La f.é.m.

induite aux bornes de chaque enroulement $E = 4,44K.\frac{N_T}{3}.f.\Phi_{\max}$.

V-2- Thème II : CARACTERISTIQUES A VIDE ET EN COURT-CIRCUIT D'UN GENERATEUR SYNCHRONE

Matière : Electrotechnique

Durée : 4 heures

Objectif : À l'issu des travaux pratiques, les élèves devront être capables :

- ✓ d'analyser les caractéristiques de fonctionnement d'une génératrice synchrone ;
- ✓ d'exploiter les caractéristiques dans les contextes industriels.

Pré requis : Etude théorique de fonctionnement des machines synchrones.

Evaluation : Manipulation : mesure, calcul, traçage des courbes, interprétation et

Conclusion

V-2-1- Caractéristique à vide

But : tracer $E_0 = f(I_f)$

E_0 : F.é.m. à vide, I_f : Courant d'excitation.

Travail demandé

- Rappeler la relation de base de f.é.m. E d'un générateur,
- Faire le schéma de branchement,
- Relever la caractéristique de la machine
- Tracer l'allure de la courbe caractéristique à vide.

La f.é.m. E développée entre les bornes d'un générateur synchrone est trouvée au paragraphe précédent.

a) Schéma de montage

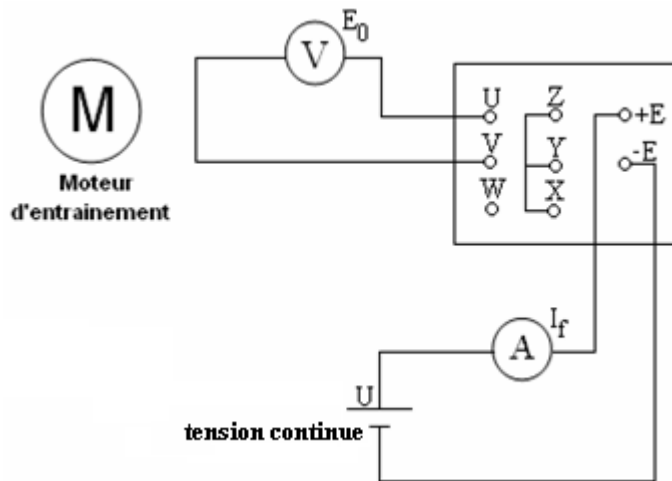


Figure 5-3 Schéma de montage d'essai à vide d'un alternateur.

b) Caractéristiques des machines

L'exemple concret d'un alternateur est dans le laboratoire de LTP d'Antsiranana dont la plaque signalétique est :

ALTERNATEUR

Marque ENCO 3□

Type B 132 SRAT N°781029-1

Puissance 3KVA – 220V / 380A 7,8 / 4,5

M : 1500 tr / min $\cos \varphi = 0,8$ Isolement E Echauf : 75°C – 50Hz

Service continue S₁ – EXC SEPARÉE V20 – A11

3 Diodes 26R25 – Balais : SESCO QUALITE 26R25

Pour les relevés, il sera mieux de prendre la valeur décroissante de I_f pour que la machine ne s'échauffe pas trop (tableau V-1)

Tableau n°V-1 Mesure de l'essai à vide

I_f [A]	1,2	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
U[V]	18,5	15	13,5	12,26	11	8,8	8	6,48	5,5	4,25	2	0
E[V]	490	480	470	465	455	440	430	405	360	310	190	12

La courbe de magnétisation est donnée sur la figure 5-4

Echelle 1cm \longrightarrow 1[A] pour le courant

1cm \longrightarrow 50[V] pour E_0

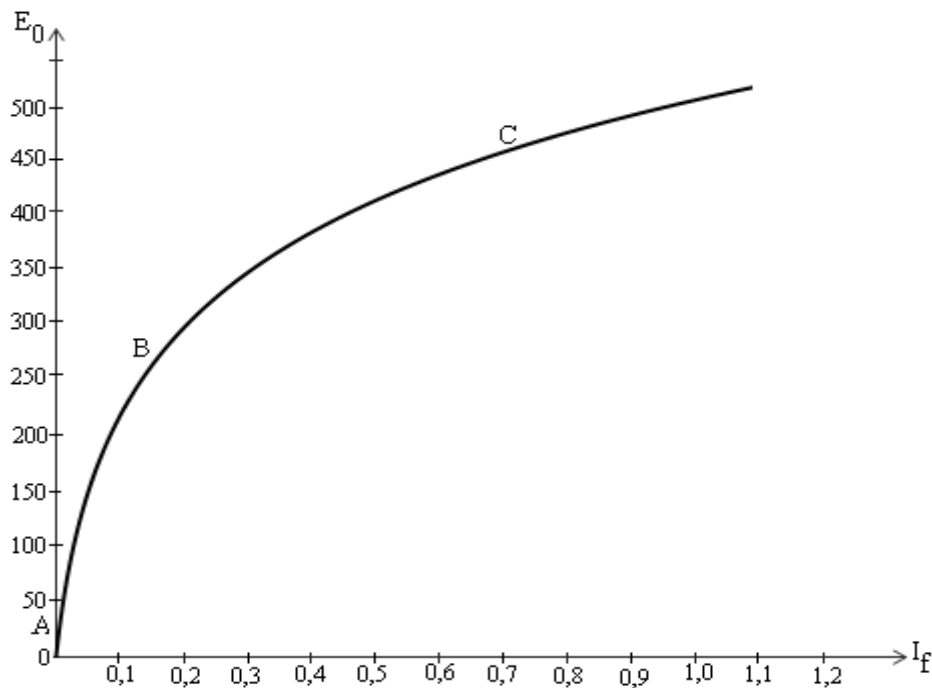


Figure 5.4 : Caractéristique à vide

c) Conclusion

La courbe de la figure 5-4 permet d'obtenir le réglage en tension de l'alternateur à vide.

Elle présente deux parties différentes :

- Une partie linéaire AB,

- Une partie qui traduit la coude de saturation magnétique BC.

V-2-2 Caractéristique en court-circuit

But: tracer $I_{cc} = f(I_f)$

Travail demandé : Faire le schéma de montage ;

Relever les valeurs mesurées pendant cet essai,

Tracer la courbe,

Calculer l'impédance et l'inductance internes équivalentes entre deux bornes du stator pour $I_f = 4A$

Vous utilisez la relation :

$$Z = \frac{E_0}{I_{cc}} \quad (E_0 \text{ étant déterminée sur la courbe}),$$

Schéma de montage :

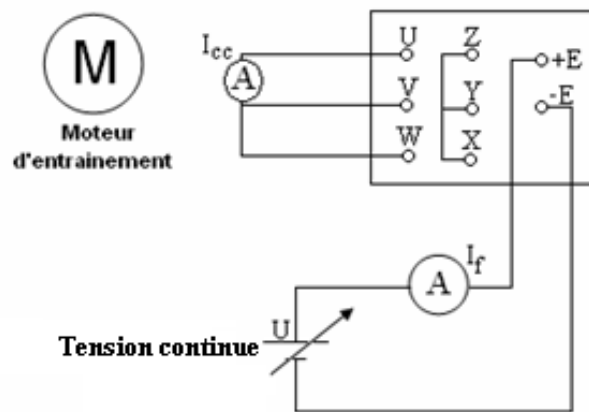


Figure 5.5 : Schéma de montage d'essai en court-circuit d'un alternateur

On a relevé pour chaque valeur du courant d'excitation I_f , les valeurs du courant I_{cc} .

Tableau des valeurs

$I_f [A]$	0	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5
$I_{cc} [A]$	1	1,5	2	3	0,5	4	4,5

On obtient la courbe suivante :

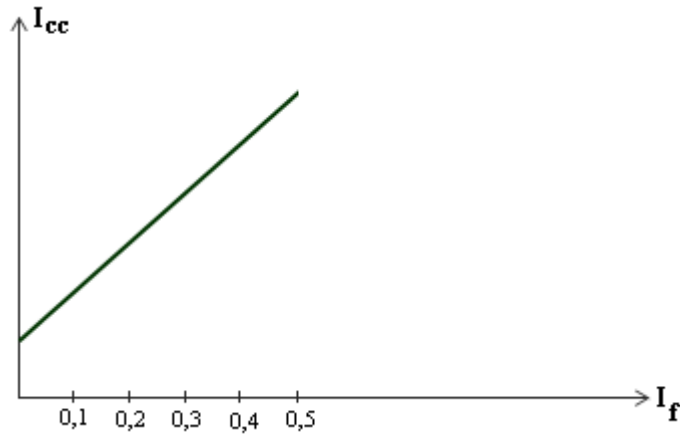


Figure 5.6 : Caractéristique en court-circuit

Conclusion :

On a remarqué que cette caractéristique ne dépend pas de la vitesse d'entraînement et elle est linéaire (absence de saturation). Elle nous permet de déterminer l'impédance et l'inductance.

Calcul de l'impédance et l'inductance

On sait :

$$\underline{E}_0 = \underline{U} + R_s \underline{I} + L \omega \underline{I}$$

En court-circuit $\underline{U} = 0$

$$\text{Donc } \underline{E}_0 = \underline{U} + R_s \underline{I} + L \omega \underline{I} = Z \underline{I}_{cc} ;$$

$$\text{D'où } Z = \frac{\underline{E}_0}{\underline{I}_{cc}}$$

A.N. pour : $I_f = 4 \text{ A}$ on a $E_0 = 390 \text{ V}$ et $I_{cc} = 3,5 \text{ A}$.

$$Z = \frac{390}{3,5} = 111,43 \, \Omega ,$$

$$\text{Comme } Z = \sqrt{R_s^2 + L^2 \omega^2}$$

Avec R_s la résistance entre deux bornes du stator

$$R_s = 2r = 2 \times 0,5 = 1 \, \Omega ,$$

$$\text{Si } R_s^2 \ll Z^2 \Rightarrow Z = L\omega = X_L ,$$

$$\text{D'où } L = \frac{Z}{\omega} = \frac{111,43}{314} = 0,35 \text{ H} .$$

V-3. Thème : Pertes et rendement d'une machine synchrone

Matière : Electrotechnique

Objectif : À la fin de cette séance, les élèves devront être capables de déterminer les différentes pertes existant dans l'enroulement de la machine et de vérifier le rendement obtenu.

Pré requis : les caractéristiques des essais à vide et en court circuit, puis la mesure de la puissance en utilisant la méthode des deux Wattmètres.

V-3-1. Les différents types des pertes :

Les pertes dans une machine synchrone peuvent être classées en deux catégories :

- ✓ Les pertes principales,
- ✓ Les pertes supplémentaires.

a) les pertes principales sont constituées par :

- pertes joule de l'enroulement de l'induit.

$$P_{ji} = m I_i^2 R \text{ où } R : \text{résistance de l'enroulement de l'induit.}$$

- Pertes dues à l'excitation

$$P_{exc} = I_{exc}^2 \cdot R_{exc} + \Delta U_b I_{exc}$$

- Pertes magnétiques

$$P_{fer} = P_H + P_{CF}$$

- Pertes mécaniques

Les pertes mécaniques sont constituées par les pertes dues aux frottements dans l'enroulement et les pertes dues à la ventilation.

$$P_{mec} = 3,68 p (v_2 / 40)^3 \cdot \sqrt{10^3 l_1},$$

$$v_2 = \pi (D_1 - 2\delta) n / 60.$$

b) Les pertes supplémentaires sont dues au phénomène électromagnétique secondaire. On distingue :

- les pertes supplémentaires à vide : P_{sv} ;
- Les pertes supplémentaires en charge : P_{sch} .

D'où la somme des pertes est :

$$\sum P_{ertes} = P_j + P_{exc} + P_{fer} + P_{mec} + P_{sv} + P_{sch}.$$

V-3-2. Le rendement de la machine synchrone

$$\eta = 1 - \frac{\sum P_{ertes}}{P_u} = \frac{P_u}{P_u + \sum P_{ertes}}$$

Avec $P_n = mU_n I_n \cos \varphi$ puissance délivrée par l'alternateur.

Le rendement d'une machine synchrone dépend de la charge et de la caractéristique (inductive ou capacitive).

V-3-3. Application : On prendra les données suivantes

$$J_f = 4A ,$$

$$U_f = 6,28V ,$$

$$n = 1500 \text{tr} / \text{mn} ,$$

$$r = 2,82\Omega (\text{roue polaire}) ,$$

$$E_0 = 390V ,$$

$$\cos \varphi = 0,8 ,$$

$$i = 0,35A ,$$

$$R_s = 1\Omega .$$

Le rendement du moteur d'entraînement : $\eta_M = 0,67$ à $U_M = 220V$.

SOLUTION

Les pertes totales sont :

$$P_{js} = \frac{3}{2} R_s J_f^2 ,$$

$$= \frac{3}{2} \times 1 \times 4^2$$

$$P_{js} = 24W .$$

$$P_{exc} = u.i ,$$

$$= 6,28 \times 0,35$$

$$P_{exc} = 2,2W .$$

$$P_{sup} = P_{roue} = r.i^2 ,$$

$$= 2,82 \times (4)^2$$

$$P_{sup} = 11,3W .$$

$$P_c = P_{mec} + P_{fer} = P_M \eta_M = 1152,4W .$$

D'où les pertes totales P :

$$\sum P_{erte} = P_j + P_{exc} + P_c + P_{sup} = 1189,9W .$$

Le rendement est :

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + \sum P_{erte}}$$

$$\eta = 0,67 = 67\%$$

Où $P_u = \sqrt{3}.U.I.\cos \varphi$; P_u : puissance utile, mesurée par la méthode des deux wattmètres

$$\text{A.N : } P_u = 2383,302\text{W.}$$

CONCLUSION

Fut exposé, dans le présent travail de mémoire de fin d'études, un aperçu sur la théorie généralisée des machines électriques dans un volume suffisant pour aborder les recherches de leurs comportements dans différents régimes de fonctionnement, en particuliers le court-circuit brusque. Ceci est fait car personne n'ignore que la connaissance de la théorie mathématique des machines, des méthodes de résolution des équations différentielles régissant leurs régimes, de la modélisation des phénomènes transitoires sont nécessaires à tous ceux qui s'intéressent à l'électromécanique.

Parmi les méthodes de résolution des problèmes ici touchées, la voie analogique est explicitée et exploitée de façon relativement détaillée. Pour cela, l'étude a débuté par l'établissement du système d'équations différentielles. La transformation des équations sous une forme commode à une résolution analogique a ensuite trouvé sa place. La résolution sur MATLAB – SUMILINK constitue la suite logique du travail, en nous appuyant sur l'étude du court – circuit brusque d'une génératrice synchrone à trois enroulements sur le rotor.

Notons au passage que les résultats obtenus se collent bien à ceux donnés par expériences et trouvés dans les sources bibliographiques.

Enfin, pour justifier son titre de mémoire de fin d'études d'un normalien, une aide aux enseignants des lycées Techniques termine le travail sous forme de séquence pédagogique.

Listing programme

```
%résistances
clear all;
ra=0.057;rf=0.094;rD=0.098;rQ=0.0247;
La=1.32;LD=1.7;LQ=1.67;Lf=1.24;Lad=0.85;
Lja=La-Lad;Ljf=Lf-Lad;LjD=LD-Lad;LjQ=LQ-Lad;
lf0=1;
Uf0=rf*lf0;x2d=0.15;x2q=0.13;xd=0.5;
Ta = 0.1;T2d = 0.05;x1d = 0.23;T1d = 0.05;

%conditions initiales
Uf = 1;wn = 100*pi;
sim('modele_ms_monophase',[0 0.9]);
%plot(t,iexc);
xa1 = (1/x2d - 1/x1d)*exp(-t/T2d);
xa2 = (1/x1d - 1/xd)*exp(-t/T1d);
ia1 = -sqrt(2)*lf0*(xa1 + xa2 + 1/xd).*cos(wn*t);
ia2 = (sqrt(2)/2)*lf0*(1/x2d+1/x2q)*exp(-t/Ta);
ia3 = (sqrt(2)/2)*lf0*(1/x2d-1/x2q)*exp(-t/Ta).*cos(2*wn*t);
iaa = ia1+ia2+ia3;
TgD=LjD/rD;TgD=0.01;
Tgf=Ljf/rf;Tgf=0.01;
ie1=1+x1d*(exp(-t/T1d)-exp(-t/Ta).*cos(wn*t));
iexc=lf0*(ie1);
d1=-(1-Tgf/T1d)*exp(-t/T1d);d2=(1-Tgf/T1d-Tgf/T2d)*exp(-t/T2d);
d3=-(Tgf/T2d)*exp(-t/Ta).*cos(wn*t);
iD=(lf0*rf*Lad*(xd-x1d)/(rD*Lad*x1d))*(d1+d2+d3);
iQ=3*lf0*exp(-t/Ta).*sin(wn*t);
figure;
plot(t,iaa,'r');
title('Courant statorique i_a');
grid;
figure;
plot(t,iexc,'r');
title('Courant d\'excitation i_f');
grid;
figure;
plot(t,iD,'b');
title('Courants amortisseurs');
```

```
legend('i_D');  
grid;  
figure;  
plot(t,iQ,'r');  
title('Courants amortisseurs');  
legend('i_Q');  
grid;  
  
clc;
```

```
-----  
%inductances  
If=0.092;ID=1.829;IQ=1.7085;  
Ifd=0.191;lqQ=0.0185;ldD=0.018;IfD=0.0668;H=6;  
I0s = 1.9075;%  
I2s = 0.0265;%  
m0 = 0.953;%  
ld = I0s-m0+(3/2)*I2s;  
lq = I0s-m0-(3/2)*I2s;  
Ta = 0.1;x1d=0.23;T1d=0.05;
```

```
%résistances  
rs=0.057;rf=0.094;rD=0.098;rQ=0.0247;  
%conditions initiales  
If0 = 1;Uf = 0.9;Text = 14;wn = 100*pi;  
tcc = 1;Us0 = 5;  
mat_L = [ld 0 Ifd ldD 0;  
          0 lq 0 0 lqQ;  
          Ifd 0 If ID 0;  
          ldD 0 IfD ID 0;  
          0 lqQ 0 0 lQ];  
mat_Y = inv(mat_L);  
yd = mat_Y(1,1);  
yq = mat_Y(2,2);  
yf = mat_Y(3,3);  
yD = mat_Y(4,4);  
yQ = mat_Y(5,5);  
  
yfd = mat_Y(1,3);
```

```
ydD = mat_Y(1,4);
yqQ = mat_Y(2,5);
yfD = mat_Y(3,4);

sim('modele_ms_triphas',[0 1.5]);
tt = t(t>tcc);
iacc=ia(t>tcc);ibcc=ib(t>tcc);iccc=ic(t>tcc);
if_inf = iexc(max(size(iexc)));
iDcc = iD(t>tcc);
iQcc=iQ(t>tcc);
t = tt-tcc;
ifcc=If0*(1+x1d*(exp(-t/T1d)-exp(-t/Ta).*cos(wn*t)));

figure;
plot(t,iacc,'r');
legend('i_a');
title('Courant statorique');
grid;
figure;
plot(t,ibcc,'b');
legend('i_b');
grid;
figure;
plot(t,iccc,'k');
legend('i_c');
grid;
figure;
plot(t,ifcc,'r');
title('Courant d"excitation');
grid;
figure;
plot(t,iDcc,'b');
title('Courants amortisseurs');
legend('i_D');
grid;
figure;
plot(t,iQcc,'r');
title('Courants amortisseurs');
legend('i_Q');
grid;
```

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	2
CHAPITRE - I : Généralités sur les machines électrique	
I-1- Définition	4
I-2- Classification des machines électriques	4
I-3- Construction et principe de fonctionnement	5
I-3-1- Construction d'une machine électrique	5
I-3-2 - Principe de fonctionnement.....	6
CHAPITRE - II : A la recherche de modèles mathématiques des machines électriques	
II -1 Situations générales	9
II-1-1- Principales hypothèses utilisées dans la recherche mathématique des machines électriques	9
II-1-2- Systèmes d'axes de coordonnées	10
II-1-3- Système d'unités relatives	12
II-1-4- Substitution des enroulements des machines électriques.....	14
II-2- Machine électrique généralisée.....	15
II-2-1- Schémas d'une machine électrique généralisée.....	15
II-2-3- Equations d'une machine électrique généralisée	19
CHAPITRE - III : Modélisation d'une machine synchrone	
III -1- Système d'équations différentielles :	23
III-1-1- Pour une machine synchrone monophasée :	24
III-1-2- Pour une machine synchrone triphasée.....	27
III-1-2-1 Equations de tensions.....	27
III -1-2-2- Transformation de Park :	29
CHAPITRE - IV: Résolution analogique des équations différentielles de la machine électrique	
IV-1- Equations de Park de la machine synchrone en valeurs relatives	36
IV- 2- Obtention du système adopté à une simulation analogique.....	38
IV-2-1- Pour les machines monophasées.....	38
IV-2-2-Pour les machines triphasées.....	39
IV-3- Schéma de résolution analogique.....	41
IV-3-1- Schéma bloc d'un générateur synchrone monophasé.....	41
IV-3-2-Schéma bloc d'un générateur synchrone triphasé.....	42
IV-4- Analyse et commentaire des résultats	44
IV-4-1- Générateur synchrone monophasé	44
IV-4-2- générateur synchrone triphasé	47
IV-5- Interprétation.....	50
CHAPITRE - V : Implication pédagogique	
V-1-Thème I : Generateur synchrone	54
v-1-1-Constitution d'un générateur synchrone.....	54
V-1-2- Forces électromotrices d'un générateur synchrone	56

V-2- Thème II : Caracteristiques a vide et en court - circuit d'un générateur synchrone	56
V-2-1- Caractéristique à vide	57
V-2-2- Caractéristique de court-circuit	59
V-3- Thème : Pertes et rendement du machine synchrone	60
V-3-1- Les différents types des pertes :	61
V-3-2- Le rendement de la machine synchrone.....	61
V-3-3- Application	62
CONCLUSION.....	64

BIBLIOGRAPHIE

- [1] : **Dombrovski V.V.**
Aide – mémoire de calcul du champ électromagnétique dans les machines électriques. –M.- L : Energie, 1983.
- [2] : **Kazovski E.I.**
Phénomènes transitoires dans les machines électriques à courant alternatif :
-M.-L. : Académie des Sciences, 1962-624p.
- [3] : **Kopilov I. P.**
Convertisseurs électromécaniques d'énergie M. : Energie, 1973. -392p.
- [4] : **Sipaïlov G.A.**
Machines électriques (cours spécial). – M. : Ecole Supérieurs, 2^e Edition, 1987, 287 p., illustré.
- [5] : **Adkins B.**
Théorie généralisée des machines électriques. Traduit de l'anglais, 1960.
- [6] : **Gorev A.A**
Phénomènes transitoires d'une machine synchrone.- L : Science, 1985 .
- [7] : **Grouzov L.N.**
Méthodes de recherche mathématique des machines électriques. – L, 1953.
- [8] : **Postnikov I.M.**
Théorie généralisée et phénomène transitoires des machines électriques, - M : Ecole Supérieure, 1975
- [9] : **A. Blajkine, B. Frolov, A. Teplinski, V. Bessekerski, E . Fabrikant, E. Sivérine , G. Barabanov ;**
ELECTROTECHNIQUE GENERALE
Edition MIR 1977.
- [10] : **Jean CHATELAIN**
TRAITE D'ELECTRICITE VOLUME X
Machines électriques édition Grégoire ; Lausanne 1983.
- [11] : **M.KOSTENKO et L.PIOTROVSKI,**
Machines électriques.Tome2, Edition Mir, Moscou 1988.
- [12] : **A IVANOV SMOLENSKI**
Machines électriques. Volume II, Edition Mir. Mouscou
- [13] : **BENINAZY ANDRIAMITOMBARIVO Elia**
Machines asynchrones alimentée par onduleur de tension
Promotion AVOTRA 2003.