



UNIVERSITE D'ANTANANARIVO

ECOLE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE
Département : Génie Electrique
Parcours : Ingénierie des systèmes électrique
et développement durable



Mémoire de fin d'étude en vue d'obtention du diplôme de master 2 à visée de recherche

Etude comparative du Load Flow par la méthode de simplification du réseau d'énergie électrique

Présenté par : Ranaivoson Dama Mikendrisoa

Soutenu le : 29 Septembre 2015 à 9h

Directeur de mémoire : Pr. ANDRIANAHARISON Yvon, Professeur titulaire

Devant les membres du Jury composé par :

Président : Dr. RAKOTONIAINA Solofo Hery, Maitre de conférences

Examineurs : Dr. RATOVOHARISOA, Maitre de conférences

Dr. RAMAROZATOVO Vonjy, Maitre de conférences

Dr. RASOANOAVY Faliniaina, Maitre de conférences

DEDICACE

*J'aimerais dédicacer cette thèse à la mémoire de
mon père,*

Remerciements :

Ce travail a pu être réalisé grâce à la bénédiction et à la bienveillance de notre Seigneur Dieu tout puissant à qui je dédie incessamment mes louanges.

J'adresse mes sincères remerciements, en témoignage de notre profonde gratitude et notre reconnaissance à l'achèvement de ce présent mémoire et de notre étude au sein de l'Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, à:

Monsieur ANDRIANARY Philippe, Professeur titulaire, Directeur de l'Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, de m'avoir accueilli au sein de son établissement et de me permettre de soutenir ce travail,

Monsieur ANDRIANAHARISON Yvon, Professeur titulaire à l'Ecole Supérieure Polytechnique, responsable de la formation de 3^{ème} cycle en Génie électrique, d'avoir eu la bonne volonté de nous bénéficier de sa compétence et qui a bien voulu nous consacré beaucoup de temps pour nous encadrer malgré ses fonctions,

Monsieur RAKOTONIAINA Solofo Hery, Maître de conférences et Chef de Département Génie électrique de l'Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, qui a bien voulu m'accueillir au sein de son département.

Tous les membres du jury, qui ont bien voulu examiner ce travail et ont sacrifié leur temps pour venir ce jour malgré leurs multiples et lourdes tâches.

Tous les enseignants, en particulier ceux de la formation Génie électrique, et personnels administratifs de l'Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo.

Tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la préparation et à l'élaboration de ce mémoire,

Toute ma famille qui m'a toujours encouragé et soutenu durant mes études tout au long de la réalisation de ce mémoire,

Table des matières

Remerciements :	2
Table des matières	II
Listes des figures:	VI
Liste des tableaux:	VIII
Listes des abréviations et symboles:	IX
Introduction générale :	1
Chapitre I: Etat de l'art sur le système Production-Transport-Distribution (P.T.D)	1
I. Introduction.....	2
II. Les éléments constitutifs du réseau électrique :	2
A. Les centrales de productions d'énergie électrique.....	2
• Centrales nucléaires :	3
• Centrale thermique :	4
• Centrales hydraulique :	5
• Centrales éoliennes / hydroliennes:	6
• Centrales photovoltaïques :	7
B. Les réseaux de transport :	8
• Les transformateurs	9
• Les systèmes de protection :	9
• Les câbles électriques aériens.....	10
• Les supports et les isolateurs des lignes aériennes	10
C. Les réseaux de distribution :	11
• Les distributions en MT :	12
• Les distributions en BT :	14
III. La structure d'un réseau électrique:	15
A. Vue d'ensemble :	15
B. Schéma unifilaire d'un réseau électrique :	15
IV. Topologie du système P-T-D :	17
A. Les réseaux radiaux :	17

B.	Les réseaux bouclés ou maillés :	18
V.	Conclusion :	19
Chapitre II: Modélisation des éléments du réseau électrique		20
I.	Introduction :	21
II.	Modélisation des machines électriques :	21
A.	La machine synchrone	21
•	Le modèle de la machine synchrone.....	21
•	Modèle simplifié du machine synchrone dans le système per-unit:	28
B.	La machine asynchrone	29
III.	Modélisation des transformateurs :	33
•	Schéma du principe du transformateur :	33
•	Mise en équation :	33
•	Etablissement du schéma équivalent :	34
•	Comportement simplifié dans l'hypothèse de Kapp :	34
•	Modèle en π du transformateur :	36
IV.	Modélisation des lignes :	37
•	Equations des dérivées partielles de la ligne	37
•	Schéma équivalent d'une ligne :	39
•	L'expression de l'admittance série de la ligne :	40
V.	Modélisation de la charge :	40
VI.	Matrice des admittances aux accès.....	41
•	Construction de la matrice d'admittance :	41
•	La matrice d'incidence :	41
•	La matrice admittance :	42
VII.	Conclusion :	43
Chapitre III: Méthodes de calcul de la répartition de puissance dans un réseau électrique		44
I.	Introduction :	45
II.	Schéma en π du réseau :	45
III.	Le système per-unit :	46
IV.	Equation du réseau électrique	47
A.	L'expression de la tension complexe V :	48
•	Coordonnée polaire de la tension :	48
•	Coordonnée rectangulaire de la tension :	48

B.	Expression des puissances injectées au nœud :	48
•	En coordonnée rectangulaire :	49
•	En coordonnée polaire :	49
V.	Puissances transitant dans une ligne :	50
VI.	Classification des variables et des contraintes d'un système :	52
A.	Classification des variables :	52
B.	Classifications des contraintes :	53
•	Contraintes sur les variables dépendantes :	53
•	Contraintes sur les variables indépendantes :	55
VII.	Méthodes de résolution du problème de la répartition des puissances :	55
A.	La méthode de Gauss-Seidel (G.S) :	56
•	Description de la méthode :	56
•	Test d'arrêt de l'itération:	57
•	Accélération de la méthode :	57
•	Application de la méthode de G.S au calcul de répartition de puissance :	57
•	L'organigramme de la méthode de G.S :	59
B.	La Méthode de Newton-Raphson (N.R) :	60
•	Description de la méthode de N.R :	60
•	Test d'arrêt de l'itération :	62
•	Application de la méthode de N.R :	62
•	Organigramme de la méthode de Newton-Raphson :	68
C.	La méthode découplée de Newton (D.N):	69
•	Description de la méthode :	69
•	Test d'arrêt de l'itération :	69
D.	La méthode de découplée rapide de newton (D.R.N) :	69
E.	La méthode de l'approximation du Courant Continu (A.C.C):	72
F.	Conclusion :	73
Chapitre IV: Méthode de simplification du réseau électrique pour la répartition des puissances :		74
I.	Introduction :	75
II.	Les caractéristiques requises des modèles statiques réduits des réseaux électriques : ..	75
III.	Méthodes de construction des modèles statiques réduits :	75
IV.	Méthode de réduction de Kron :	76
V.	Méthodes d'équivalent statique :	77

A.	Les équations matricielles courant-tension d'un grand réseau :.....	77
B.	Méthode équivalent de type WARD :	79
•	Méthode WARD des admittances :	79
•	Méthode WARD des injections :.....	81
C.	Méthode d'équivalent de type REI :.....	84
•	REI à un nœud fictif :	84
•	REI à deux nœuds fictifs :	88
D.	Méthode d'équivalent de type de transformateurs idéaux (ETI) :.....	89
•	ETI à un nœud fictif :	89
•	ETI à deux nœuds fictifs :.....	91
VI.	Conclusion :.....	92
Chapitre V: Applications, résultats et discussions.....		93
I.	Applications :.....	94
A.	Description du site :.....	94
B.	Schéma unifilaire du départ N°2 :	94
C.	Les données du réseau :	95
II.	Résultats :.....	96
A.	Répartition de la puissance et résultats du réseau sans simplification:	96
B.	Validation des résultats :.....	101
C.	Répartition de la puissance avec simplification du réseau et résultats :.....	101
•	Scénario 1 :	102
•	Scénario 2 :	104
III.	Discussions des résultats:	107
•	Scénario 1 :	107
•	Scénario 2 :	109
IV.	Conclusion :.....	111
Conclusions et perspectives :		112
Bibliographie :		i
ANNEXE		iv

Listes des figures:

Chapitre I: Etat de l'art sur le système Production-Transport-Distribution (P.T.D)

Figure I.1: Schéma d'une centrale nucléaire (source : Ontario Power Generation Web site : http://www.opg.com/learningzone).....	4
Figure I.2: Schéma d'une centrale au charbon (source : Ontario Power Generation Web site : http://www.opg.com/learningzone).....	5
Figure I-3: Schéma d'une centrale hydraulique (source : Ontario Power Generation Web site : http://www.opg.com/learningzone).....	6
Figure I-4 : Schéma d'une centrale éolienne.....	7
Figure I-5 : Schéma d'une centrale hydrolienne	7
Figure I-6: Schéma d'une installation d'une centrale solaire	8
Figure I-7: Schéma d'un transformateur triphasé (source : http://www.rte-france.com).....	9
Figure I-8 : Schémas des pylônes de transports	11
Figure I-9 : Schémas des pylônes de distribution	12
Figure I-10 : Schéma d'un montage de distribution en "Simple dérivation"	13
Figure I-11 : Schéma d'un montage de distribution en "boucle".....	13
Figure I-12 : Schéma d'un montage de distribution en "double dérivation"	14
Figure I-13 : Schéma de l'organisation du système P-T-D.....	15
Figure I-14: Schéma unifilaire d'un réseau électrique.....	16
Figure I-15: Schéma d'un réseau radial	18
Figure I-16: Schéma d'un réseau bouclé	18

Chapitre II: Modélisation des éléments du réseau électrique

Figure II- 1 : Le schéma de principe de régulation d'un générateur	21
Figure II- 2 : Modèle détaillé de la machine synchrone.....	22
Figure II- 3: Schéma équivalent de la machine synchrone – modèle de Park.....	23
Figure II- 4: Modèle générique des systèmes de régulation de tension	27
Figure II- 5: Le schéma de la régulation de tension RAT	28
Figure II- 6: Modèle simplifié de la machine synchrone en régime permanent	29
Figure II- 7: Schéma électrique équivalent de la MAS réelle pour une phase.....	31
Figure II- 8: Schéma électrique équivalent simplifié de la MAS.....	32
Figure II- 9: Schéma équivalent simplifié de la MAS ramenée au secondaire	32
Figure II- 10:Schéma équivalent simplifié de la MAS ramenée au secondaire en négligeant l'impédance de fuite et les pertes fers	33
Figure II- 11: Schéma d'un transformateur en charge	33
Figure II- 12: Schéma équivalent complet d'un transformateur en charge.....	34

Figure II- 13: Schéma équivalent du transformateur ramené au secondaire.....	36
Figure II- 14: Schéma équivalent du transformateur ramené au primaire	36
Figure II- 15: Modèle en π du transformateur	37
Figure II- 16:Modèle complet d'une section de ligne électrique.....	37
Figure II- 17: Modèle en π de conducteur d'électricité (ligne ou câble).....	39
Figure II- 18: Schéma équivalent simplifié de la ligne	40

Chapitre III: Méthodes de calcul de la répartition des puissances dans un réseau électrique

Figure III- 1: Schéma unifilaire d'un réseau.....	45
Figure III- 2:Schéma en Pi du réseau avec tous les éléments	45
Figure III- 3: Schéma équivalent d'un réseau triphasé	46
Figure III- 4: Représentation de la tension au nœud k	48
Figure III- 5 : Schéma d'une portion de ligne d'un réseau électrique.....	50
Figure III- 6 : Organigramme de la méthode de GS	59
Figure III- 7 : Organigramme de la méthode de Newton-Raphson.....	68

Chapitre IV: Méthode de réduction du réseau électrique pour la répartition des puissances :

Figure IV- 1: Grand réseau subdivisé en trois sous-systèmes.....	78
Figure IV- 2: Modèle WARD des admittances	80
Figure IV- 3: Modèle de type Ward	82
Figure IV- 4: Modèle de type PV-Ward.....	84
Figure IV- 5: Equivalent REI à un seul nœud fictif	87
Figure IV- 6: Equivalent REI à deux nœuds fictifs.....	89
Figure IV- 7: Equivalent ETI à un nœud fictif.....	90
Figure IV- 8: Equivalent ETI à deux nœuds fictifs	92

Chapitre V: Applications, résultats et discussions

Figure V- 1 : Schéma unifilaire du départ N°2 de Bemanongo	94
Figure V- 2: Limitation du réseau à simplifier du 1 ^{er} cas.....	102
Figure V- 3 : Schéma unifilaire du réseau simplifié du 1 ^{er} cas	102
Figure V- 4: Limitation du réseau à simplifier du 2 ^{ème} cas	104
Figure V- 5 : Schéma unifilaire du réseau simplifié du 2 ^{ème} cas.....	105

Liste des tableaux:

Chapitre III: Méthodes de calcul de la répartition des puissances dans un réseau électrique

Tableau III- 1: Tableau de classification de nœuds.....	53
---	----

Chapitre V: Applications, résultats et discussions

Tableau V- 1 : Données des lignes de transports	95
Tableau V- 2:Caractéristiques des transformateurs.....	96
Tableau V- 3: Données des charges	96
Tableau V- 4: Données des nœuds pour le programme de la répartition de la puissance.....	97
Tableau V- 5:Données des branches pour le programme de la répartition de la puissance	98
Tableau V- 6: Résultats des nœuds de la répartition de la puissance.....	99
Tableau V- 7 : Résultats des branches de la répartition de la puissance	100
Tableau V- 8 : Résultats des pertes dans les branches	101
Tableau V- 9: Résultats des nœuds du réseau simplifié 1 ^{er} cas.....	103
Tableau V- 10: Résultats des branches du réseau simplifié 1 ^{er} cas.....	103
Tableau V- 11: Les pertes dans les branches du réseau simplifié 1 ^{er} cas.....	104
Tableau V- 12: Résultats des nœuds du réseau simplifié du 2 ^{ème} cas	106
Tableau V- 13: Résultats des branches du réseau simplifié du 2 ^{ème} cas	106
Tableau V- 14: Les pertes dans les branches du réseau simplifié du 2 ^{ème} cas	107
Tableau V- 15 : Tableau de comparaison des nœuds du scénario 1.....	108
Tableau V- 16: Tableau de comparaison des puissances transitées du scénario 1.....	108
Tableau V- 17: Tableau de comparaison des pertes dans les branches du scénario 1	109
Tableau V- 18 : Tableau de comparaison des nœuds du scénario 2.....	109
Tableau V- 19: Tableau de comparaison des puissances transitées du scénario 2.....	110
Tableau V- 20: Tableau de comparaison des pertes du scénario 2	110

Listes des abréviations et symboles:

Abréviations :

<i>A.C.C</i>	<i>Approximation du Courant Continu</i>
<i>A.D</i>	<i>Armoire Divisionnaire</i>
<i>BT</i>	<i>Basse Tension</i>
<i>D.N</i>	<i>Découplée de Newton</i>
<i>D.R.N</i>	<i>Découplée Rapide de Newton</i>
<i>DC</i>	<i>Direct Current</i>
<i>ETI</i>	<i>Equivalent Transformateur Idéaux</i>
<i>F.é.m</i>	<i>Force électromotrice</i>
<i>F.m.m</i>	<i>Force Magnétomotrice</i>
<i>G.S</i>	<i>Gauss-Seidel</i>
<i>HT</i>	<i>Haute Tension</i>
<i>Mas</i>	<i>Machine Asynchrone</i>
<i>M.S</i>	<i>Machine Synchrone</i>
<i>MT</i>	<i>Moyenne Tension</i>
<i>N.R</i>	<i>Newton-Raphson</i>
<i>p.u</i>	<i>Per-unit</i>
<i>PF</i>	<i>Power Factor</i>
<i>P-T-D</i>	<i>Production – Transport – Distribution</i>
<i>P.M.E</i>	<i>Petites et Moyennes Entreprises</i>
<i>P.M.I</i>	<i>Petites et Moyennes Industries</i>
<i>R.B.N</i>	<i>Réseau à Bilan Nul</i>
<i>RAT</i>	<i>Régulation Automatique de Tension</i>
<i>REI</i>	<i>Radial Equivalent Indépendant</i>
<i>T.D</i>	<i>Tableau Divisionnaire</i>
<i>TGBT</i>	<i>Tableau Générale Basse Tension</i>
<i>Transfo</i>	<i>Transformateur</i>

Symboles :

V	Tension
θ	Angle de déphasage de la tension
P	Puissance active
Q	Puissance réactive
S	Puissance apparente
$\bar{I}$	Facteur complexe de courant injecté au nœud
Z	Impédance
R	Résistance
L	Inductance
X	Réactance
P_g	Puissance active du générateur
Q_g	Puissance réactive du générateur
P_{ch}	Puissance active de la charge
Q_{ch}	Puissance réactive de la charge
P_i	Puissance active injectée au nœud
Q_i	Puissance réactive injectée au nœud
e	Partie réelle de la tension
f	Partie imaginaire de la tension
g	Glissement
ε	Erreur absolue (Tolérance)
y	Admittance
y_{sh}	Admittance shunt
Y	Matrice de l'admittance complexe
G	Matrice de la conductance
B	Matrice de la susceptance
J	Matrice Jacobien
$iter$	Nombre d'itération
α	Coefficient d'accélération de convergence
n	Nombre total de nœuds
ΔP	Variation de la puissance active
ΔQ	Variation de la puissance réactive
P_l	Perte active de la ligne
Q_l	Perte réactive de la ligne
ω	Pulsation
m	Rapport de transformation

Introduction générale :

Jusqu'à nos jours, les réseaux d'énergie électriques classiques tiennent une place importante pour le développement économique même si les énergies renouvelables accentuent leur contribution pour la production de l'énergie électrique.

Ainsi pour maintenir la relation $\text{production} = \text{consommation} + \text{pertes}$, il est à première vue d'augmenter le nombre de sites de production d'énergie ou de renforcer les puissances produites de chaque centrale déjà installées.

L'accroissement de la population, l'implantation de nouvelles PME, PMI, l'extension des villes et des routes impliquent aussi l'extension des réseaux d'énergie électrique d'une région.

En conséquence, le nombre des nœuds et des branches se multiplient. L'analyse des réseaux par la méthode numérique dans ce cas occupe une taille de mémoire élevée en entraînant un temps de calcul assez important. Le sujet intitulé : « **Etude comparative du Load Flow par la méthode de simplification du réseau d'énergie électrique** » a été posé afin de pouvoir réduire la taille du réseau en ne conservant que la partie à observer. La réduction nécessite l'application des méthodes de simplification basée sur le principe de Kron [ROB, 11], et des méthodes d'équivalent statique [THA, 08] [KHA, 10].

Afin de permettre l'étude comparative, la conception de programme numérique du Load Flow est primordiale.

Le manuscrit est divisé en quatre chapitres :

- Dans le premier chapitre, nous présentons un aperçu sur l'état de l'art du système de production, transport et de production.
- Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation des éléments du réseau électrique.
- Le troisième chapitre développe les méthodes de calculs de la répartition des puissances dans un réseau électrique.
- Dans le quatrième chapitre, nous présenterons la méthode de simplification du réseau
- Pour le cinquième chapitre, nous allons voir une application, les résultats obtenus et leurs discussions.
- Et enfin, la conclusion et la perspective.

**Chapitre I : Etat de l'art sur le système
Production-Transport-Distribution (P.T.D)**

I. Introduction

Le réseau électrique se compose d'un ensemble d'ouvrages de production, de transport et de distribution de l'énergie électrique. Pour assurer sa stabilité, une bonne surveillance et un contrôle en temps réel de son fonctionnement est nécessaire.

Les réseaux d'électricité ont été conçus dans le but de veiller à :

- la fiabilité de la fourniture de l'énergie électrique. Les réseaux relient toutes les unités de production entre elles et visent à assurer une fonction de secours en cas de pannes et/ou de défaillances.
- L'optimisation de la disponibilité de l'énergie électrique aux consommateurs.

Ainsi les réseaux :

- permettent d'acheminer l'énergie produite par des sources délocalisées vers les points de consommation ;
- visent à assurer l'acheminement de l'énergie produite en masse à un endroit défini par des machines raccordées en grande partie aux niveaux de tension supérieurs vers des consommateurs en général disséminés sur un territoire donné et raccordés à des niveaux de tension inférieurs ;
- permettent de créer des synergies entre systèmes de production différents (hydraulique, solaire et éolien renouvelables mais dépendent de la disponibilité de la source primaire tandis que le thermique (classique, nucléaire, géothermal) assure la base et la relève des précédents), voire, à terme, profiter d'une gestion coordonnée des faisceaux horaires, etc...

II. Les éléments constitutifs du réseau électrique :

A. Les centrales de productions d'énergie électrique

La production de l'énergie électrique résulte de diverses transformations. Par exemple, la production de l'énergie électrique d'origine mécanique est basée principalement sur la transformation de l'énergie primaire sous forme potentielle pour les turbines hydrauliques et calorifiques pour les turbines à vapeur en une énergie électrique. Le premier but de la production est de pouvoir alimenter la demande des consommateurs. Comme on ne peut

encore stocker économiquement et en grande quantité l'énergie électrique, il faut pouvoir maintenir en permanence l'égalité :

Production = Consommation + pertes

Les différents types de sites de production d'énergie électrique les plus souvent rencontrées sont :

- Les centrales nucléaires
- Les centrales thermiques
- Les centrales hydrauliques
- Les centrales éoliennes/hydroliennes
- Les centrales solaires ou photovoltaïques

Pour toutes ces centrales, sauf pour les centrales photovoltaïques qui produisent l'électricité directement de la lumière, les éléments indispensables à la production de courant électrique sont les suivants :

- Une turbine en mouvement,
- Un alternateur c'est-à-dire un aimant ou électro-aimant entraîné par la turbine et entouré d'une bobine qui produit le courant électrique.

Le principe de fonctionnement de chaque type de ces centrales électriques est présenté ci-dessous :

Centrales nucléaires :

Quand les particules subatomiques appelées neutrons entrent en contact avec les atomes d'uranium, le noyau se fractionne, libérant alors de l'énergie sous forme de chaleur. Cette réaction se produit en permanence dans la nature, mais à un rythme extrêmement lent. Les réacteurs nucléaires accélèrent énormément ce processus en ralentissant les neutrons et en augmentant la probabilité qu'ils heurtent et divisent le noyau des atomes d'uranium. Lors de la fission, le noyau libère d'autres neutrons qui iront heurter et diviser de nouveaux noyaux, provoquant ainsi une réaction en chaîne. C'est la fission nucléaire.

Les centrales nucléaires utilisent de l'uranium pour la production de l'énergie électrique : on introduit quelques milliers de grappes de combustible, c'est-à-dire l'uranium, dans le cœur du réacteur nucléaire, où la fission du noyau des atomes

d'uranium créera une chaleur intense. Cette chaleur fera bouillir de l'eau pour produire de la vapeur qui entraînera une turbine et un alternateur, produisant ainsi de l'électricité.

Mais ces centrales présentent un inconvénient majeur car ces produits de fission sont hautement radioactifs. Il est donc essentiel que les grappes de combustible d'uranium retirées des réacteurs soient isolées de l'environnement pendant une longue période de temps.

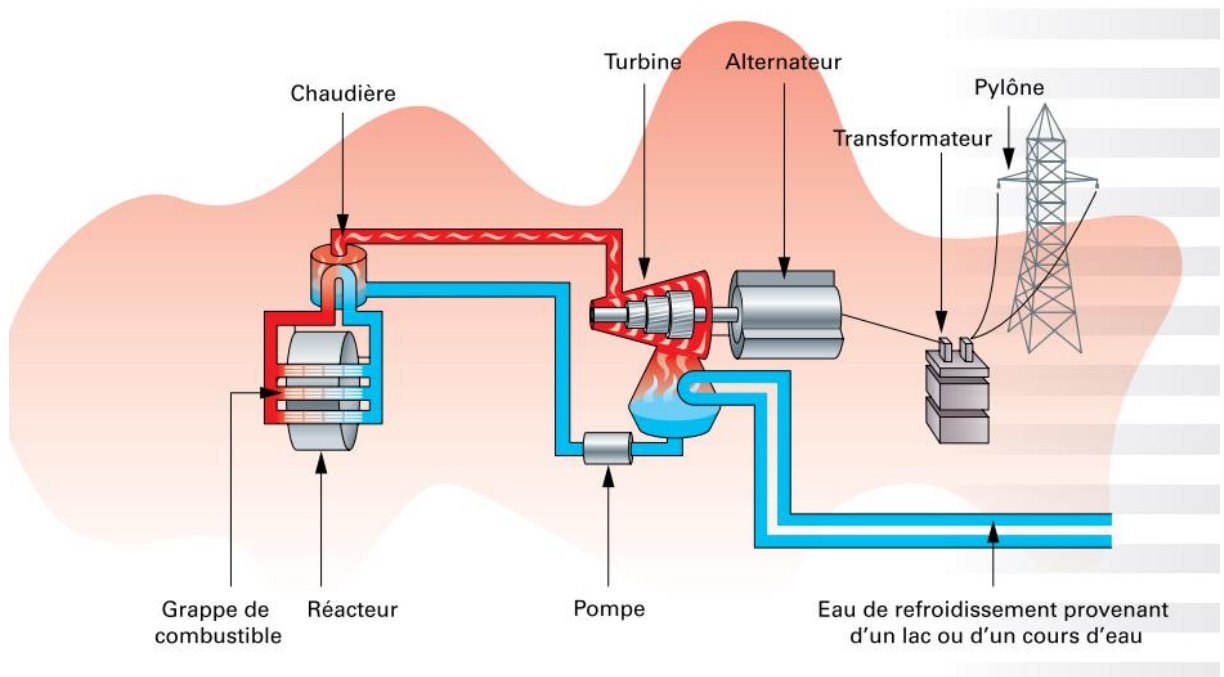


Figure I.1: *Schéma d'une centrale nucléaire* (source : Ontario Power Generation Web site : <http://www.opg.com/learningzone>)

Centrale thermique :

Les centrales thermiques brûlent des combustibles fossiles comme du charbon ou du gaz naturel pour produire de l'électricité.

Dans le cas des centrales au charbon, on stocke le combustible en tas immédiatement à l'extérieur. L'acheminement du produit vers l'intérieur de la centrale se fait par un convoyeur. Le charbon est ensuite chargé dans un immense pulvérisateur qui le broie en poudre fine. D'immenses ventilateurs soufflent la poudre de charbon dans une chambre de combustion géante où elle brûle en dégageant d'importantes quantités de chaleur. La température peut atteindre plus de 3 000 °C.

La chambre de combustion est entourée de conduites d'eau. La chaleur dégagée par la combustion transforme en vapeur l'eau des conduites. La vapeur est ensuite

transférée, sous pression et à haute vitesse, par de gros tuyaux à une turbine dont elle fait tourner les ailettes. À partir de là, le processus est le même que dans une centrale nucléaire ou hydraulique : la turbine fait tourner l'alternateur, qui produit l'électricité.

La vapeur est condensée et retransformée au moyen de l'eau de refroidissement provenant généralement d'un lac ou d'un cours d'eau voisin. L'eau est ensuite recomptée et acheminée dans les conduites entourant la chambre de combustion pour reprendre le processus.

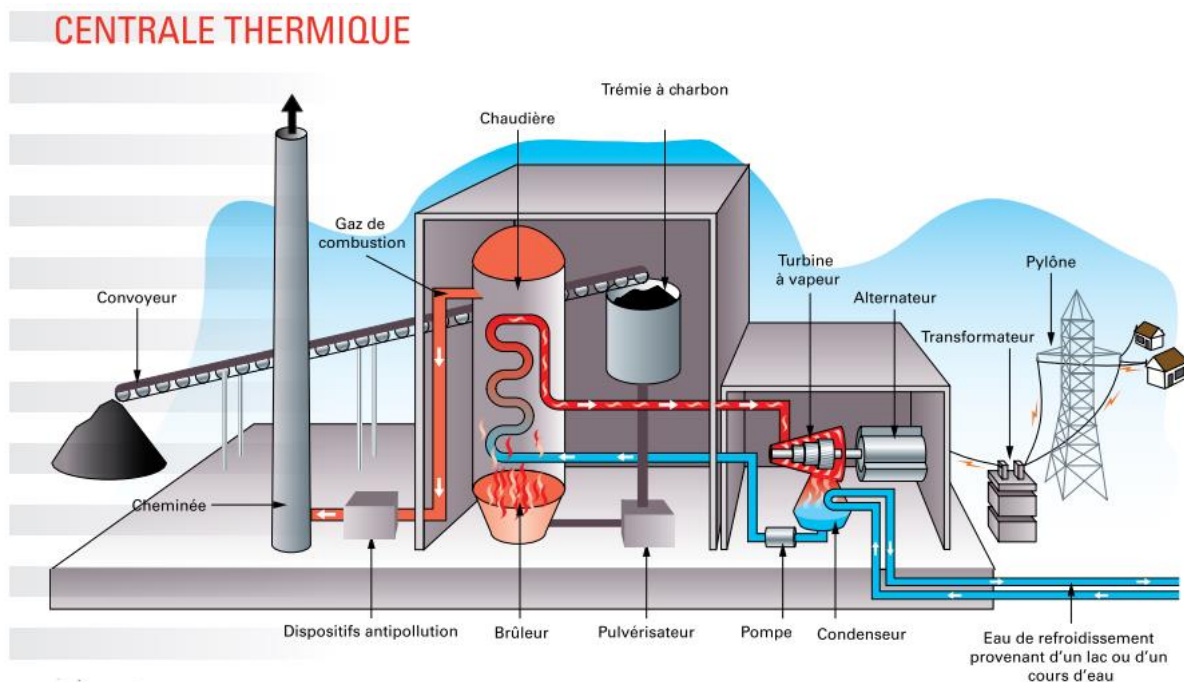


Figure I.2: Schéma d'une centrale au charbon (source : Ontario Power Generation Web site : <http://www.opg.com/learningzone>)

Centrales hydrauliques :

Les centrales hydrauliques convertissent en énergie électrique l'énergie cinétique d'un flot déversant.

Pour transformer en électricité cette énergie cinétique, la plupart des centrales hydrauliques ont recours soit à la dénivellation naturelle entre deux parties consécutives d'un cours d'eau, comme une chute, soit à l'aménagement d'un barrage sur le cours d'eau afin d'élever le niveau de l'eau et de créer ainsi la dénivellation requise pour obtenir la force motrice nécessaire.

L'eau est recueillie au sommet du barrage dans le réservoir de retenue. Ensuite, elle s'écoule dans une conduite forcée qui la transporte vers une turbine hydraulique.

La pression de l'eau augmente au fur et à mesure qu'elle s'écoule dans la conduite forcée. La pression et le débit de l'eau qui tombe actionnent la turbine qui fait tourner un alternateur. L'électricité ainsi créée par ce dernier est envoyée par les lignes de transport aux endroits où on en a besoin.

L'énergie hydraulique est une façon particulièrement économique et écologique de produire de l'électricité. L'eau est une source d'énergie renouvelable car :

- ❖ elle peut être utilisée indéfiniment
- ❖ elle ne génère ni de smog ni de gaz à effet de serre.

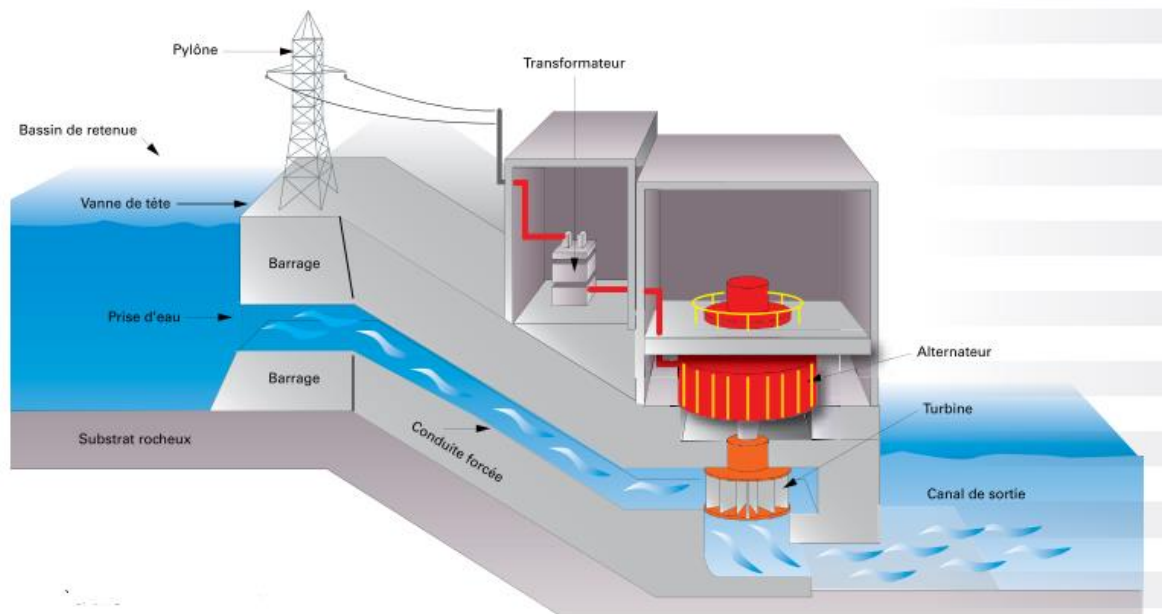


Figure I-3: Schéma d'une centrale hydraulique (source : Ontario Power Generation Web site : <http://www.opg.com/learningzone>)

Centrales éoliennes / hydroliennes:

Pour produire de l'électricité, le principe de fonctionnement des éoliennes/hydroliennes est analogue à celui d'une centrale hydraulique mais au lieu d'un flot déversant, les éoliennes/hydroliennes utilisent l'énergie cinétique de l'air/ courant marin en mouvement pour faire tourner les ailettes de la turbine qui est raccordée à un alternateur.

La quantité d'électricité produite par des éoliennes/hydroliennes dépend de la force et de la vitesse du vent/courant marin à un moment donnée. En générale, le vent/courant marin doit atteindre une vitesse de 14 km à l'heure pour qu'une éolienne/hydrolienne commence à produire de l'électricité. Plus la vitesse est forte, plus la production augmente.



Figure I-4 : Schéma d'une centrale éolienne



Figure I-5 : Schéma d'une centrale hydrolienne

Centrales photovoltaïques :

Dans le cas des centrales photovoltaïques, l'électricité produite provient de l'éclairement du soleil.

Les panneaux solaires installés en rangées et reliés entre eux captent l'éclairement du soleil.

Sous l'effet de la lumière, le silicium, un matériau conducteur contenu dans chaque cellule, libère des électrons pour créer un courant électrique continu.

Un onduleur transforme ce courant en courant alternatif pour qu'il puisse être plus facilement transporté dans les lignes à moyenne tension.

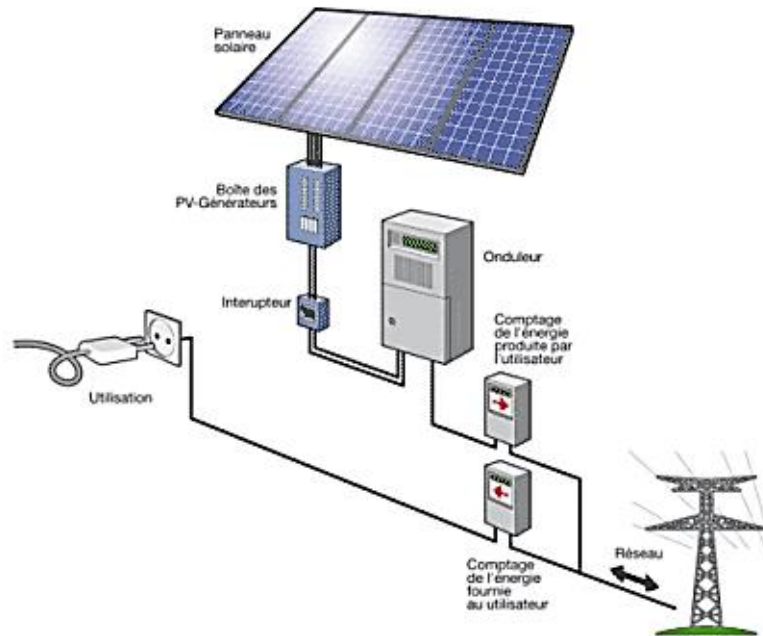


Figure I-6: Schéma d'une installation d'une centrale solaire

B. Les réseaux de transport : [LIL, 99]

Par définition, un réseau de transport de l'électricité est fait pour relier des moyens de production et des points de distributions pour les consommateurs.

On distingue deux sous-ensembles de réseau de transport :

- ❖ **Le grand réseau de transport et d'interconnexion** : est destiné à transporter des quantités importantes d'énergie sur de longues distances. Il constitue l'ossature pour l'interconnexion des grandes centrales de productions. Son niveau de tension peut atteindre 300 kV et plus.
- ❖ **Les réseaux de répartition régionale ou locale** : sont destinés à répartir l'énergie en quantité moindre sur des distances plus courtes. Le transport est assuré en très haute tension (225 KV) et en haute tension (35 à 90 KV).

Le réseau de transport est formé de plusieurs éléments:

- ❖ Les transformateurs
- ❖ Les systèmes de protection

- ❖ Les appareils de sectionnement
- ❖ Les jeux de barres
- ❖ Les câbles électriques
- ❖ Les supports (Pylônes) et isolants

Les transformateurs

Les transformateurs sont des machines électriques statiques destinées à modifier la tension électrique du courant. Ils permettent d'élever la tension, par exemple à la sortie d'une centrale de production, de 20 000 à 400 000 volts, afin de rendre l'électricité transportable sur de longues distances, en limitant les pertes électriques (effet joule). Ils permettent également d'abaisser la tension, par échelons successifs, en fonction de l'utilisateur final et de ses besoins en électricité.

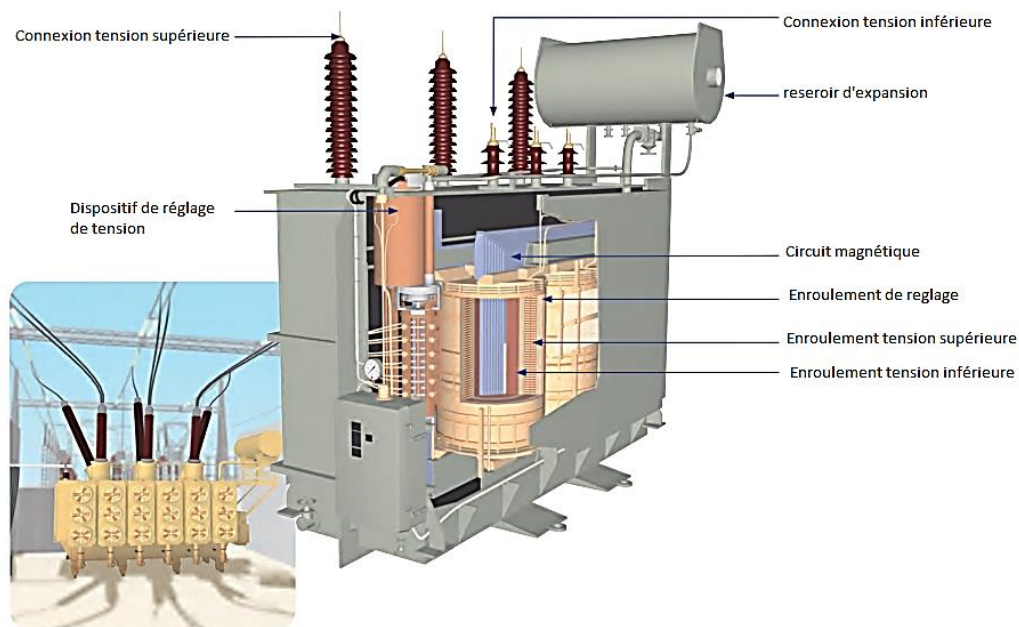


Figure I-7: Schéma d'un transformateur triphasé (source : <http://www.rte-france.com>)

Les systèmes de protection :

Les systèmes de protection sont des appareils destinés à protéger les circuits et les installations contre une éventuelle surcharge de courant due à un court-circuit (provoqué par la foudre ou par un contact entre le conducteur et la terre).

Exemple : Cas d'un disjoncteur en haute tension

En effet, à la séparation des contacts du disjoncteur, il se forme un arc électrique qui ne peut pas être interrompu simplement dans l'air comme en basse tension. Son extinction a

lieu dans une « chambre de coupure », qui utilise un gaz (hexafluorure de soufre SF6) en surpression projeté sur l'arc pour l'éteindre.

Les appareils de sectionnement:

Situé dans un poste électrique, le sectionneur assure une coupure visible du circuit électrique. Ce type de coupure permet une intervention pour l'entretien ou la réparation des appareils en toute sécurité en mettant hors tension ou sous tension certains circuits du poste. Il assure la fonction d'aiguillage en répartissant les transits d'énergie entre les lignes électriques raccordées au poste. La commande du sectionneur peut être électrique ou manuelle.

Les câbles électriques aériens

Le réseau de transport est principalement composé des lignes hautes tensions. Elles peuvent être aussi bien aériennes que souterraines ou sous-marines, même si les professionnels utilisent souvent le terme aux « liaisons aériennes ». Elles servent au transport sur les longues distances de l'électricité produite par les diverses centrales électriques, ainsi qu'à l'interconnexion des réseaux électriques. Le choix des lignes à haute tension s'impose dès qu'il s'agit de transporter de l'énergie électrique sur des distances supérieures à quelques kilomètres. Le but est de réduire les chutes de tension en ligne, les pertes en ligne et également d'améliorer la stabilité des réseaux.

Les supports et les isolateurs des lignes aériennes

➤ **Pylônes:**

Pour les lignes aériennes, les opérateurs de transport d'électricité, utilisent des pylônes, en général réalisés en treillis d'acier. Leur fonction est de supporter et de maintenir les conducteurs à une distance suffisante du sol et des obstacles. Ceci permet de garantir la sécurité et l'isolement par rapport à la terre, les câbles étant nus (non isolés) pour en limiter le poids et le coût.

Les principaux types de supports que l'on rencontre sont décrits sur les figures I-8. Ils se différencient principalement par la position verticale des conducteurs de puissances :

- Types de supports à phases étagées
- Pylônes ou portiques à armement nappe ou nappe-voute

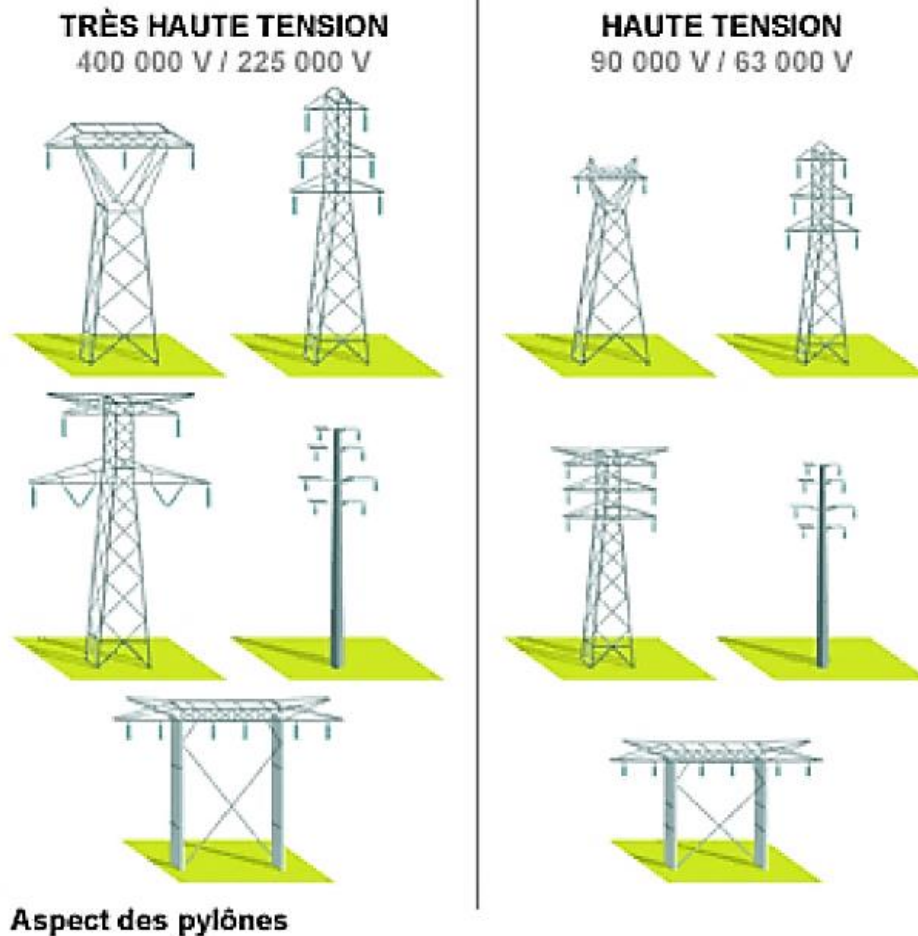


Figure I-8 : Schémas des pylônes de transports

➤ **Isolateurs :**

Les isolateurs assurent l'isolement électrique entre les câbles conducteurs et les supports. Sur le réseau de transport, les isolateurs sont utilisés en chaîne, dont la longueur augmente avec le niveau de tension : il faut compter environ 6 isolateurs en 63 kV, 9 en 90 kV, 12 en 225 kV et 19 en 400 kV. La chaîne d'isolateurs joue également un rôle mécanique : elle doit être capable de résister aux efforts dus aux conducteurs, qui subissent les effets du vent, de la neige ou du givre.

C. Les réseaux de distribution :

Les réseaux de distribution sont destinés à acheminer l'électricité depuis le réseau de transport jusqu'à l'échelle locale, c'est-à-dire directement vers les consommateurs de moyennes et de plus faibles puissance.

Les réseaux de distribution comportent généralement :

- ❖ des transformateurs : leur fonction consiste à abaisser la tension du courant électrique des lignes de transport en MT ou MT/BT. La puissance des transformateurs doit être déterminée au cas par cas en fonction de la charge à supporter par chaque unité
- ❖ des jeux de barres : qui orientent le courant d'une ligne à une ou plusieurs autres
- ❖ des dispositifs de coupure : pour les raisons de sécurité et les entretiens si nécessaires.
- ❖ Les lignes :
 - Une ligne aérienne, quelle que soit sa tension, est composée de pylônes qui soutiennent les câbles conducteurs. L'isolement, assuré par l'air ambiant, est garanti par la distance qui sépare les conducteurs entre eux et avec le sol.
 - La ligne souterraine est constituée d'un câble conducteur, dont l'isolant est de l'huile ou une gaine synthétique.
- ❖ Les supports pour les lignes aériennes : Le pylône est isolé des câbles par les chaînes d'isolateurs.

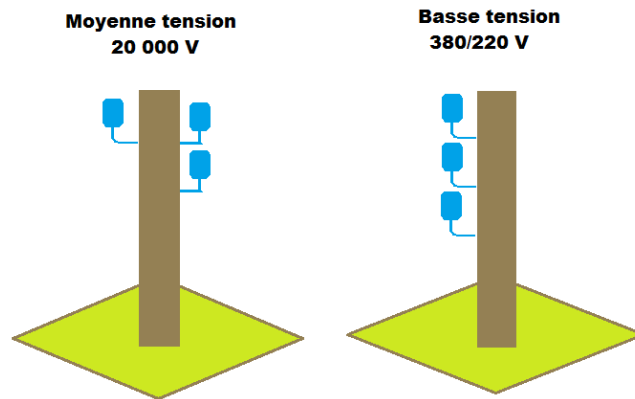


Figure I-9 : Schémas des pylônes de distribution

On distingue deux types de distributions :

Les distributions en en moyennes tension MT (20 000 volts)

Le réseau de distribution publique MT peut se faire de plusieurs façons :

➤ **Distribution en « Antenne » ou « Simple dérivation » :**

Elle est principalement utilisée dans les zones rurales, en réseau aérien.

En cas de défaillance d'un tronçon de câble ou d'un poste, les utilisateurs sont privés d'alimentation durant de la réparation.

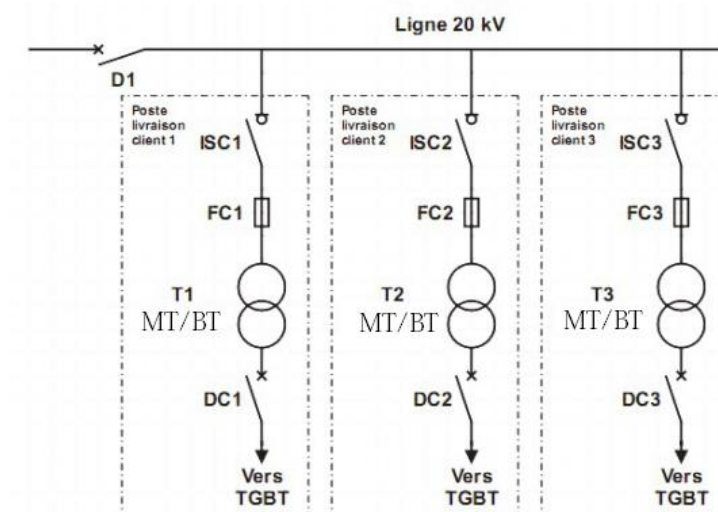


Figure I-10 : Schéma d'un montage de distribution en "Simple dérivation"

➤ **Distribution en « Coupure d'artère » ou en « Boucle » :**

Il est utilisé en zone urbaine.

En cas de défaillance d'un tronçon de câble ou d'un poste, on isole le tronçon en défautueux par l'ouverture des deux appareils de protection ou de sectionnement qui l'encadrent et on réalimente la boucle en refermant le disjoncteur.

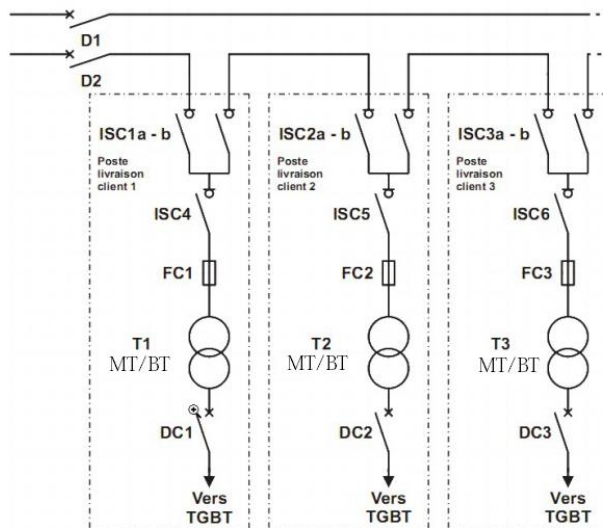


Figure I-11 : Schéma d'un montage de distribution en "boucle"

➤ Distribution en « Double dérivation » :

Il est utilisé pour assurer une continuité de service optimale.

En cas de défaillance sur l'une des lignes, l'alimentation de l'abonné est permutée sur l'autre ligne. Les deux arrivées sont différentes mais peuvent être issues de la même source. Il est déconseillé de se connecter sur les deux arrivées en même temps grâce au verrouillage mécanique présent entre A1 et A2.

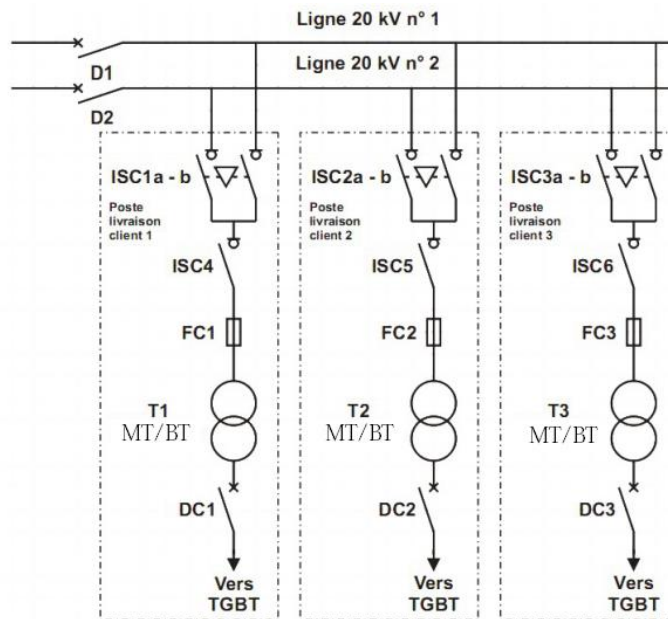


Figure I-12 : Schéma d'un montage de distribution en "double dérivation"

✚ Les distributions en basse tension BT (400 et 230 volts) :

Elles sont surtout composées des tableaux de distributions en plus des éléments du réseau de distribution cités ci-dessus, Ces tableaux sont les points d'entrée de l'énergie électrique pour l'installation BT.

L'enveloppe du tableau de distribution assure une double protection :

- ✓ La protection de l'appareillage contre les chocs mécaniques, les vibrations et les autres influences externes (poussières, interférences électromagnétiques,...)
- ✓ La protection des personnes contre les risques de contacts directs et contacts indirects

Les différents types de tableaux se différencient par le type d'application et par leur principe de réalisation.

On distingue :

- ✓ Le Tableau General Basse Tension (TBGT)
- ✓ Les armoires ou Tableaux Divisionnaires (AD et TD)
- ✓ Les coffres terminaux

III. La structure d'un réseau électrique:

A. Vue d'ensemble :

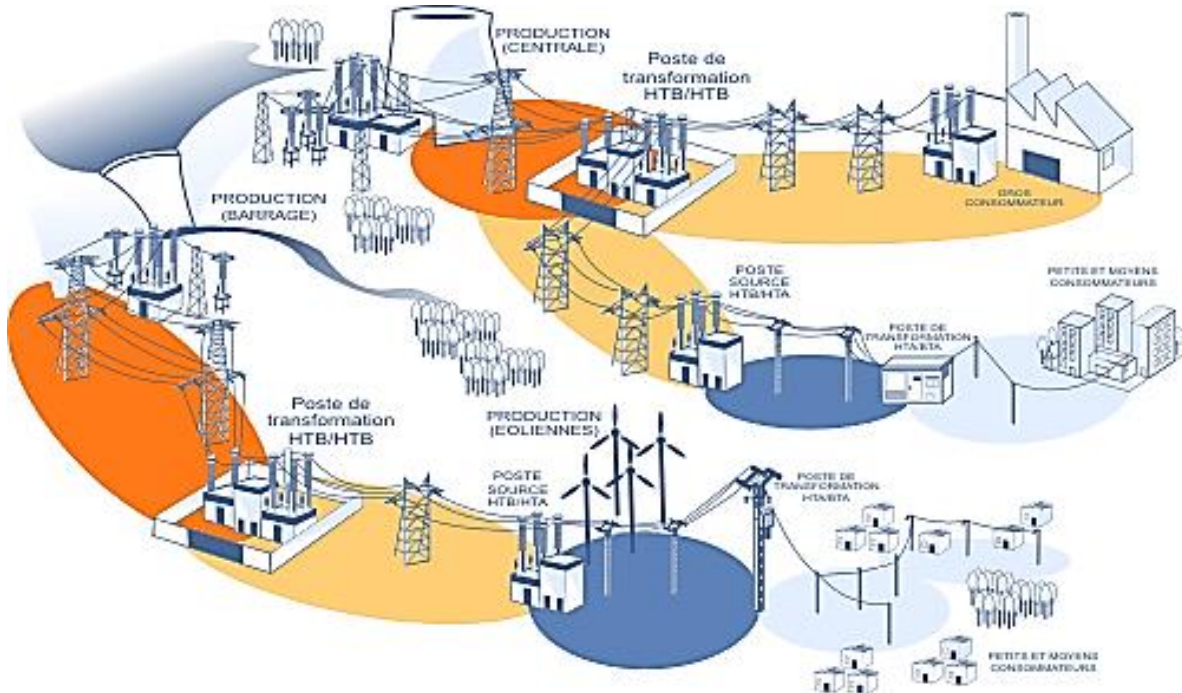


Figure I-13 : Schéma de l'organisation du système P-T-D

B. Schéma unifilaire d'un réseau électrique : [ERI, 08]

La structure d'un réseau électrique est souvent représentée par un schéma unifilaire qui précise les principaux constituants du réseau (transformateur, alternateur, machines,...) et comment ils sont liés entre eux (ligne, jeu de barres, ...). Le niveau de continuité de service dépend fortement de sa structure.

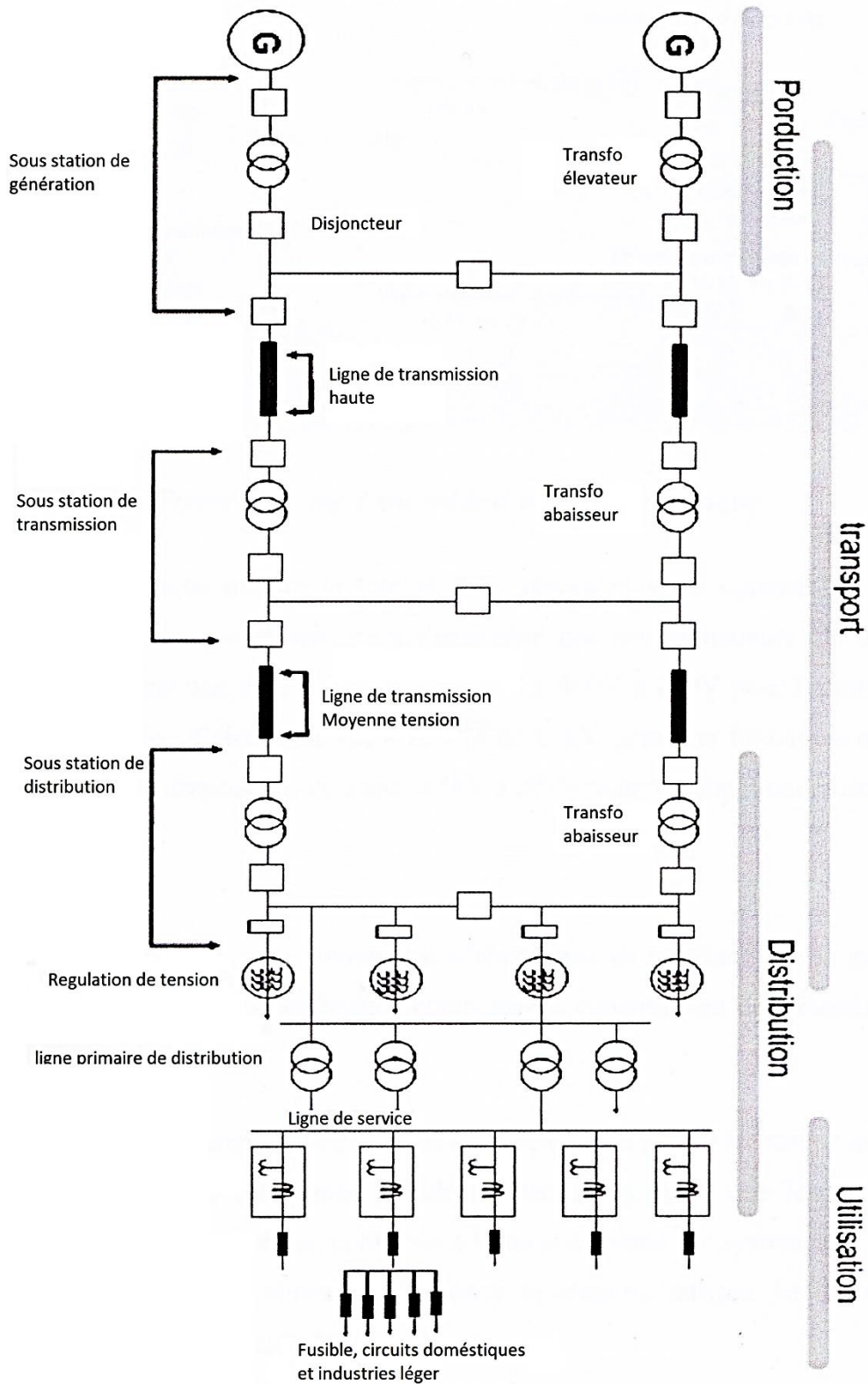


Figure I-14: Schéma unifilaire d'un réseau électrique

IV. Topologie du système P-T-D :

Les réseaux doivent assurer le transit de l'énergie avec le maximum de sécurité malgré les atteintes diverses dont ils peuvent être victimes (foudre, pollution, chocs mécaniques, etc.) et les dommages qui peuvent en résulter.

On peut accroître la sécurité :

- ❖ En améliorant la fiabilité du matériel ;
- ❖ En assurant un entretien préventif adéquat ;
- ❖ En améliorant les dispositions constructives ;
- ❖ En augmentant le nombre de circuits, de transformateurs, ...

Il est important de trouver un compromis entre le coût des investissements supplémentaires et celui de la défaillance éventuelle du réseau. Ce compromis varie suivant les fonctions assurées du réseau (tension, type d'utilisateurs raccordés).

Il existe 3 types de topologies de réseau : les réseaux radiaux, bouclés et maillés.

A. Les réseaux radiaux :

Leur configuration est rencontrée dans l'exploitation des réseaux de distribution dont les sources de tension sont constituées d'un ou plusieurs transformateur(s) abaisseur(s).

La tension fournie par chacune de ces sources varie en fonction des fluctuations du réseau haute tension auquel est branché le transformateur. Elle peut être réglée si le rapport de transformation peut être modifié.

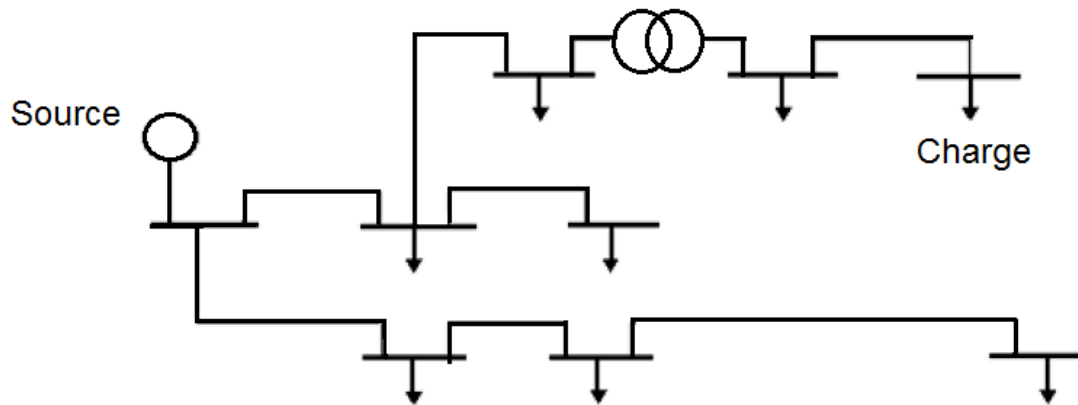


Figure I-15: Schéma d'un réseau radial

B. Les réseaux bouclés ou maillés :

Ce sont des réseaux dans lesquels les liaisons forment des boucles. D'une manière générale, la structure est semblable aux mailles d'un filet.

Dans ces réseaux, les transits d'énergie dans les différentes branches peuvent facilement échapper à tout contrôle précis. Cette structure est généralement utilisée pour le transport.

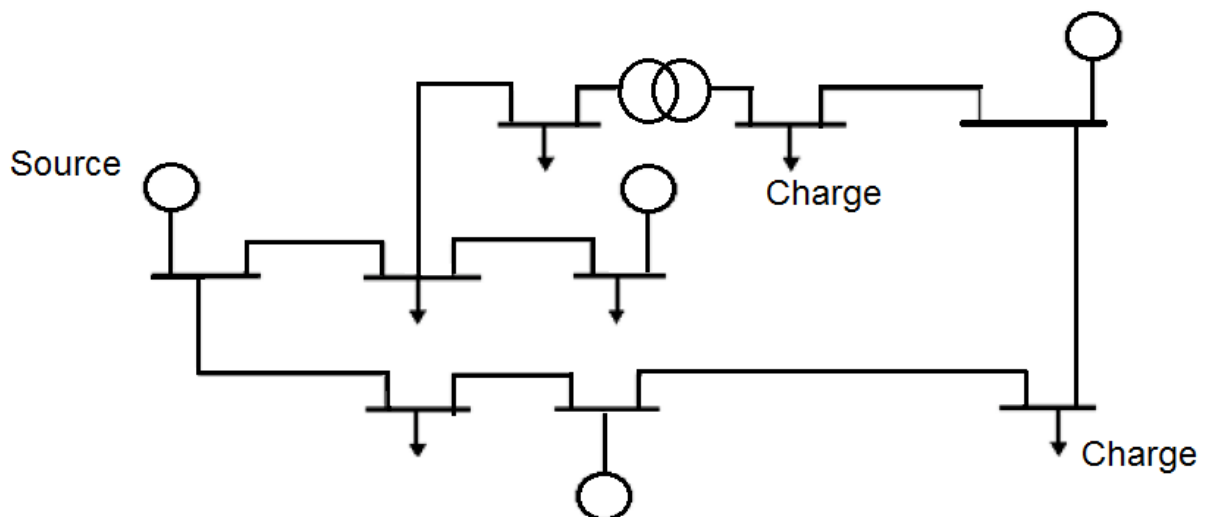


Figure I-16: Schéma d'un réseau bouclé

V. Conclusion :

Ce premier chapitre nous a permis de voir les différents composants des réseaux d'énergie électrique tels que les sources de production d'énergie, les réseaux de transport et les réseaux de distribution.

Le but du système P-T-D est de satisfaire les exigences des consommateurs et d'assurer la qualité de service aux clients. Pour cela, une étude approfondie est nécessaire ; Ceci nous amène donc au 2^{ème} chapitre qui est : la modélisation des éléments du réseau électrique.

Chapitre II : Modélisation des éléments du réseau électrique

I. Introduction :

Après avoir présenté l'état de l'art sur le système P-T-D dans le premier chapitre. Nous avons choisi d'étudier la modélisation des éléments du réseau électrique.

L'étude approfondie du comportement des ensembles de système électrique et de leurs performances ont besoin simulations pour décrire le fonctionnement de ces systèmes tant en régime permanent que transitoire. Dans le cas du réseau électrique, la modélisation des machines électriques, du transformateur, de la ligne électrique ainsi que la charge est nécessaire pour la détermination des conditions de fonctionnement optimale du système P-T-D.

II. Modélisation des machines électriques [DIA, 10]:

A. La machine synchrone

La figure ci-dessous illustre le schéma du principe de la machine synchrone avec les régulations afférentes:

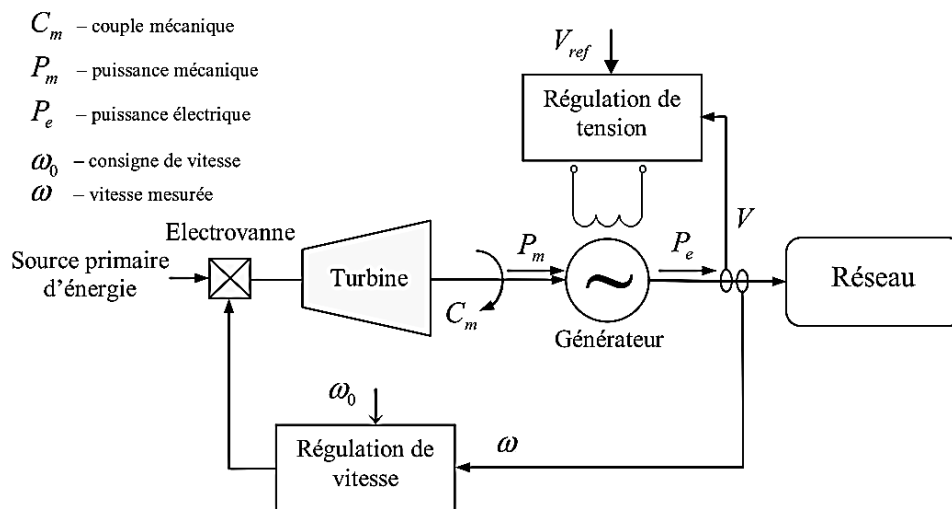


Figure II- 1 : Le schéma de principe de régulation d'un générateur

Le modèle de la machine synchrone

Le modèle détaillé de la machine synchrone sera brièvement présenté.

➤ Hypothèses :

On admet les hypothèses suivantes dans tout ce qui suit :

- ✓ La saturation, l'hystérésis et les courants de Foucault dans le fer sont négligeables.
- ✓ Les forces électromotrices correspondant aux enroulements du stator sont à répartition spatiale sinusoïdale.

✓ La mutuelle de CANAY est négligée.

➤ **Modèle de PARK de la machine synchrone**

La modélisation des machines synchrones se fait suivant la théorie classique de PARK.

On considère deux modèles :

- ◆ Le modèle complet où le rotor est représenté par 4 enroulements équivalents : l'enroulement d'excitation et un amortisseur dans l'axe direct avec couplage magnétique entre ces enroulements et deux amortisseurs dans l'axe en quadrature.
- ◆ Le modèle simplifié où le rotor est représenté par le seul enroulement d'excitation et aucun enroulement dans l'axe q.

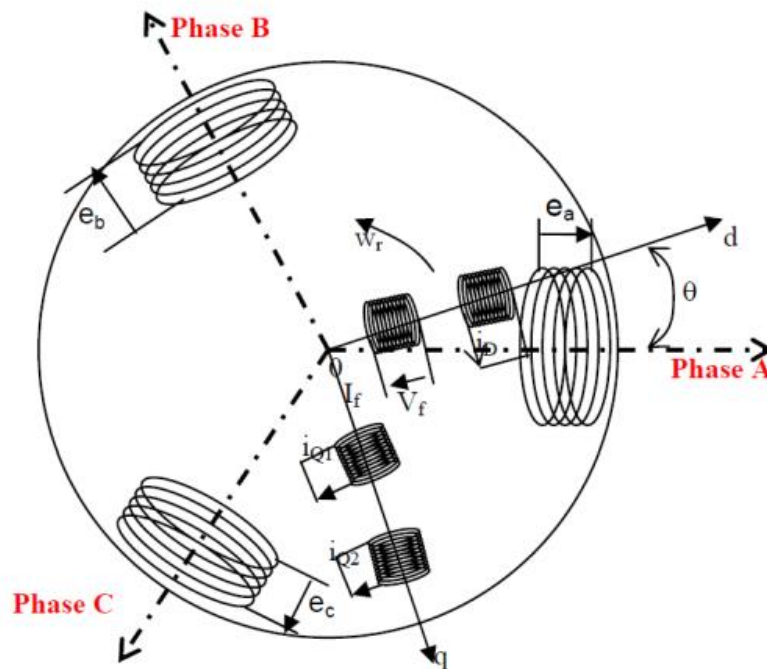


Figure II- 2 : Modèle détaillé de la machine synchrone

Classiquement, les forces électromotrices de transformations sont négligeables par rapport aux forces électromotrices de rotation dans les équations statoriques.

Le schéma équivalent de la machine réalisé suivant la théorie classique de Park est présenté sur la Figure II-3

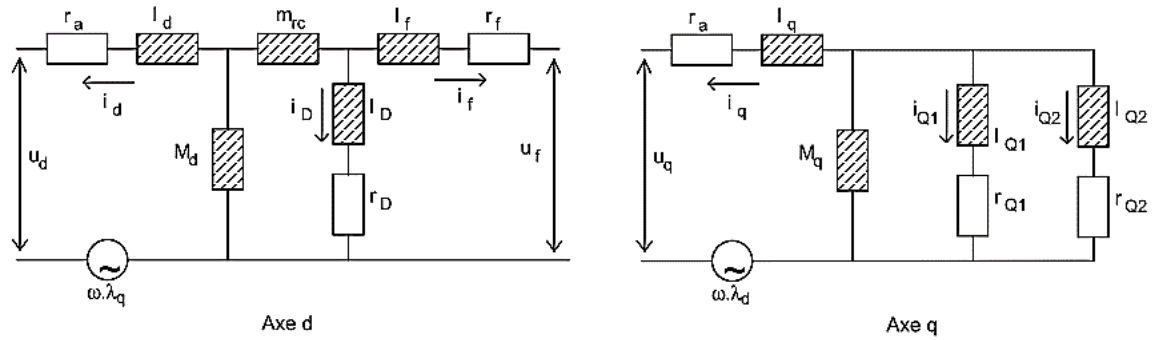


Figure II- 3: Schéma équivalent de la machine synchrone – modèle de Park

Où :

d : indice qui désigne l'enroulement statorique d'axe direct ;

q : indice qui désigne l'enroulement statorique d'axe en quadrature ;

D : amortisseur d'axe direct ;

f : enroulement d'excitation

Q_1 = 1er amortissement d'axe quadrature;

Q_2 = 2ème amortissement d'axe quadrature;

On a:

r_a : résistance armature;

l_d : fuite statorique d'axe direct;

M_d : le flux mutuelle statorique d'axe direct;

m_{rc} : le flux mutuelle de CANAY

l_D, r_D : fuite et résistance de l'amortisseur d'axe direct

l_q : fuite statorique d'axe quadratique (égale à l_d);

M_q : le flux mutuelle d'axe quadratique;

l_{Q1}, r_{Q1} : fuite et résistance du 1^{er} amortisseur d'axe direct

l_{Q2}, r_{Q2} : fuite et résistance du 2^{ième} amortisseur d'axe direct

Les équations classiques de PARK, où ω représente la vitesse de rotation électrique de l'alternateur, exprimée dans la base ω_0 sont :

$$\begin{cases} u_d = -r_d i_d + \omega \psi_q - \dot{\psi}_d \\ u_f = r_f i_f + \dot{\psi}_f \\ 0 = r_f i_f + \dot{\psi}_f \\ u_q = -r_q i_q + \omega \psi_d - \dot{\psi}_q \\ 0 = r_{Q1} i_{Q1} + \dot{\psi}_{Q1} \\ 0 = r_{Q2} i_{Q2} + \dot{\psi}_{Q2} \end{cases} \quad (2.1)$$

Où $\dot{\psi}_f, \dot{\psi}_D, \dot{\psi}_d, \dot{\psi}_q, \dot{\psi}_{Q1}, \dot{\psi}_{Q2}$ sont des variables d'état.

Les relations entre les courants dans les différents enroulements et les flux à travers ces enroulements peuvent être construites sous la forme matricielle suivante :

❖ Sur l'axe d :

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_f \\ \psi_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_d + M_d & M_d & M_d \\ M_d & M_d + l_f & M_d \\ M_d & M_d & M_D + l_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

❖ Sur l'axe q :

$$\begin{bmatrix} \psi_q \\ \psi_{Q1} \\ \psi_{Q2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_q + M_q & M_q & M_q \\ M_q & M_q + l_{Q1} & M_q \\ M_q & M_q & M_D + l_{Q2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_{Q1} \\ i_{Q2} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

On suppose que les forces électromotrices de transformation sont négligeables devant les forces électromotrices de la vitesse de rotation. On peut donc négliger les termes λ_d, λ_q dans les équations (2.2) et (2.3).

On définit :

$\psi_{AD} = M_d (i_d + i_f + i_D)$, le flux commun à l'axe d ;

$\psi_{AQ} = M_q (i_q + i_{Q1} + i_{Q2})$, le flux commun à l'axe q ;

On peut calculer les flux communs selon les variables d'état et les courants i_d et i_q .

$$\psi_{AD} = MD \left(i_d + \frac{\psi_f}{l_f} + \frac{\psi_D}{l_D} \right), \quad \text{avec} \quad \frac{1}{MD} = \frac{1}{M_d} + \frac{1}{l_f} + \frac{1}{l_D} \quad (2.4)$$

$$\psi_{AQ} = MQ \left(i_q + \frac{\psi_{Q1}}{l_{Q1}} + \frac{\psi_{Q2}}{l_{Q2}} \right), \quad \text{avec} \quad \frac{1}{MQ} = \frac{1}{M_q} + \frac{1}{l_{Q1}} + \frac{1}{l_{Q2}} \quad (2.5)$$

Les équations (2.1) deviennent :

❖ Sur l'axe d :

$$u_d = -r_d i_d + \omega l_q i_q - \omega \psi_{AQ} \quad (2.6)$$

$$\dot{\psi}_f = u_f - r_f \frac{\psi_f}{l_f} + r_f \frac{\psi_{AD}}{l_f} \quad (2.7)$$

$$\dot{\psi}_d = -r_D \frac{\psi_D}{l_D} + r_D \frac{\psi_{AD}}{l_D} \quad (2.8)$$

❖ Sur l'axe q :

$$u_q = -r_q i_q + \omega l_d i_d - \omega \psi_{AD} \quad (2.9)$$

$$\dot{\psi}_{Q1} = -r_{Q1} \frac{\psi_{Q1}}{l_{Q1}} + r_{Q1} \frac{\psi_{AQ}}{l_{Q1}} \quad (2.10)$$

$$\dot{\psi}_{Q2} = -r_{Q2} \frac{\psi_{Q2}}{l_{Q2}} + r_{Q2} \frac{\psi_{AQ}}{l_{Q2}} \quad (2.11)$$

En éliminant les variables λ_{AQ} et λ_{AD} dans ces équations, on a les équations finales du modèle de la machine synchrone.

$$\frac{d\psi_f}{dt} = u_f + \frac{r_f}{l_f} \left[\left(\frac{MD}{l_f} - 1 \right) \psi_f + MD \cdot i_d + \frac{MD}{l_d} \psi_D \right] \quad (2.12)$$

$$\frac{d\psi_D}{dt} = \frac{r_D}{l_D} \left[\left(\frac{MD}{l_D} - 1 \right) \psi_D + MD \cdot i_d + \frac{MD}{l_f} \psi_f \right] \quad (2.13)$$

$$\frac{d\psi_{Q1}}{dt} = \frac{r_{Q1}}{l_{Q1}} \left[\left(\frac{MQ}{l_{Q1}} - 1 \right) \psi_{Q1} + MQ \cdot i_q + \frac{MQ}{l_{Q2}} \psi_{Q2} \right] \quad (2.14)$$

$$\frac{d\psi_{Q2}}{dt} = \frac{r_{Q2}}{l_{Q2}} \left[\left(\frac{MQ}{l_{Q2}} - 1 \right) \psi_{Q1} + MQ \cdot i_q + \frac{MQ}{l_{Q1}} \psi_{Q1} \right] \quad (2.15)$$

Les équations mécaniques de la machine sont les suivantes :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2H} (C_m - C_e) - \frac{D}{2H} (\omega - \omega_{ref}) \quad (2.16)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = (\omega - \omega_{ref}) \omega_0 \quad (2.17)$$

L'ensemble des équations différentielles de (2.12) à (2.17) décrit la dynamique de la machine synchrone.

Le couple électrique est donné par :

$$C_e = \psi_q i_d - \psi_d i_q \quad (2.18)$$

En passant des coordonnées de l'alternateur aux coordonnées du réseau, on obtient :

$$V = V_q + jV_d \quad (2.19)$$

$$V = V_R + jV_I \quad (2.20)$$

$$\begin{bmatrix} E_R \\ E_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_d \\ E_q \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\begin{bmatrix} E_d \\ E_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_R \\ E_I \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

➤ **Le modèle de la régulation de tension**

Pour les machines synchrones connectées au réseau de transport et de distribution, il existe deux types de régulation de tension : soit la régulation automatique de tension (RAT), soit le régulateur de facteur de puissance Var/PF (PF : Power Factor, en anglais). Le choix du type de régulation dépend de la puissance des machines ou du niveau de tension au point de raccordement de générateur.

Chapitre II : Modélisation des éléments du réseau électrique

Le RAT vise à maintenir la tension au nœud de de raccordement de la machine constante. Le principe est en général d'agir sur la puissance réactive échangée avec le réseau. Si la tension au point de raccordement de la machine tend à diminuer, le système d'excitation réagit en fournissant plus de puissance réactive. Si la tension au point de raccordement de la machine tend à augmenter, le système d'excitation réagit en absorbant de la puissance réactive. Ce régulateur est souvent utilisé pour les grands générateurs synchrones qui fonctionnent en mode «support de la tension».

Le régulateur de facteur de puissance vise à maintenir le facteur de puissance ou la puissance réactive de la machine constante. Ce type de régulateur est spécifique pour les petits générateurs synchrones de quelques kVa à quelques dizaines de MVA connectés aux réseaux de distribution. La tension des générateurs utilisant ce régulateur n'est pas constante mais varie selon les variations de la tension du réseau.

Les modèles génériques des systèmes de régulation de tension sont présentés sur la figure II-4:

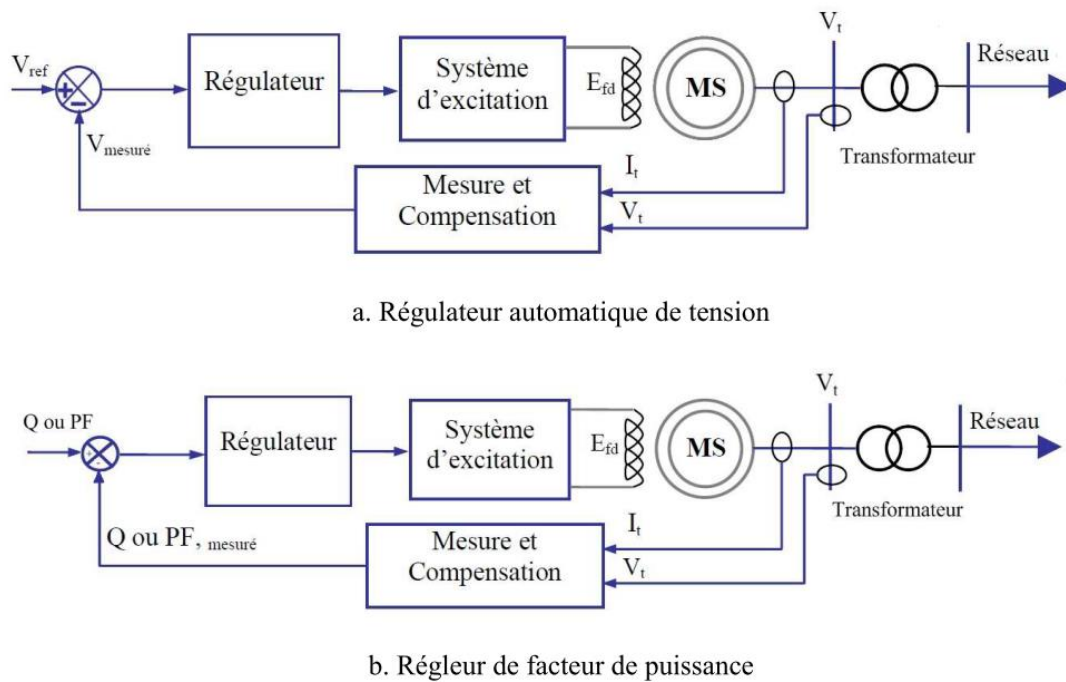


Figure II- 4: Modèle générique des systèmes de régulation de tension

Un modèle RAT est donné dans la Figure II-5 pour exemple.

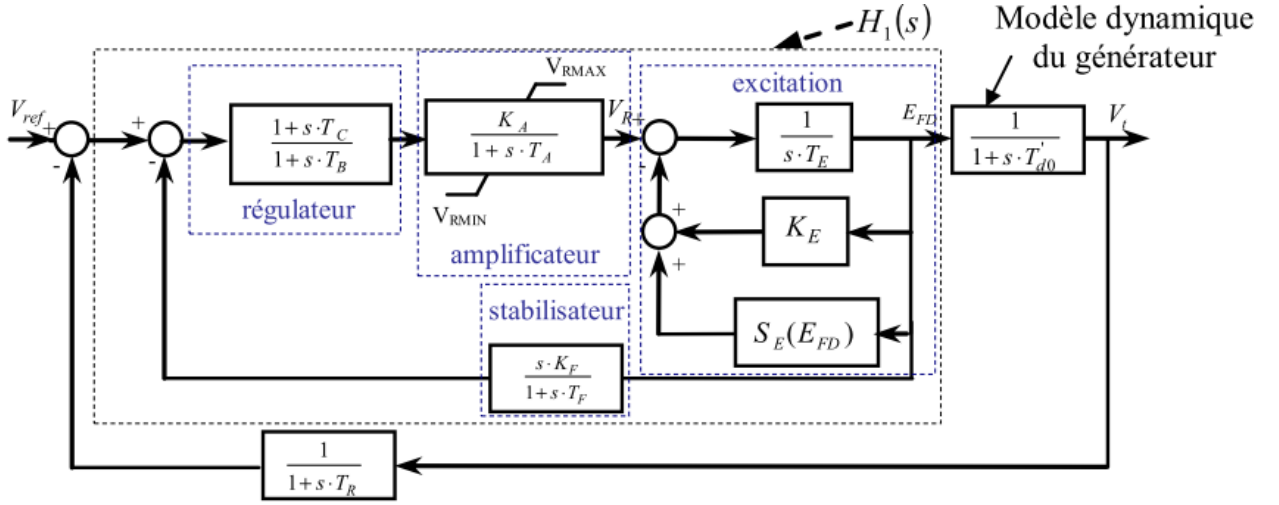


Figure II- 5: Le schéma de la régulation de tension RAT

D'après la Figure II-5 , T_B, T_C sont les constantes de temps de compensation, K_A est le gain du régulateur, T_A est la constante de temps du régulateur, V_R est la sortie du régulateur, V_{Rmax} est la limite maximale de la sortie du régulateur, V_{Rmin} est la limite minimale de la sortie du régulateur, K_F et T_F sont les paramètres du stabilisateur du système d'excitation, K_E et T_E sont les paramètres de l'excitation, E_{FD} est la tension d'excitation, S_E est la fonction non linéaire de saturation de l'excitatrice ; V_{ref} est la tension de référence ; T_R est la constante de temps du capteur de tension.

Modèle simplifié de la machine synchrone dans le système per-unit: [LIL, 99] [DIR, 11]

Toutes les grandeurs sont calculées en valeurs réduites (p.u. – per unit, en anglais) dans la base :

$$S_{base} = S_n, U_{base} = \sqrt{3} U_n, R_{base} = V_n / I_n, T_{base} = 1 / \omega_0$$

Où S_n est la puissance nominale de la machine, V_n est la tension nominale, I_n est le courant nominal de la machine et $\omega_0 = 2\pi f$ est la vitesse nominales de la machine.

Voici le schéma simplifié de la machine synchrone utilisée en analyse des réseaux électriques :

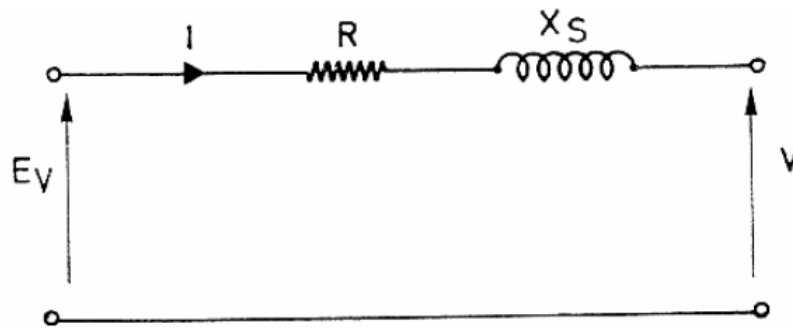


Figure II- 6: Modèle simplifié de la machine synchrone en régime permanent

E_V est la tension induite aux borne du rotor

R est la résistance d'un enroulement statorique

X_S est la réactance synchrone. Son ordre de grandeur est de 2 pu dans la base qui correspond aux paramètres nominaux de la machine.

L'équation permettant de modéliser le comportement de la machine synchrone est :

$$\underline{U} = \underline{E_V} - (R + j.X_S).\underline{I}$$

Les valeurs de R et X_S dépendent du régime considéré :

X_S (pu) possède une valeur : - nominale ~ 1 à 2 ;

- transitoire ~ 0.10 à 0.5 ;

- sub-transitoire ~ 0.010 à 0.05 ;

B. La machine asynchrone

➤ Hypothèses

Les hypothèses adaptées sont les mêmes que celles de la machine synchrone

➤ Modèle de PARK de la machine asynchrone

Ce modèle peut être considéré comme celui d'une machine synchrone avec le rotor en court-circuit.

Les équations de PARK en convention du générateur s'écrivent de manière similaire au modèle synchrone présenté précédemment.

$$\begin{cases} u_{1d} = -r_1 i_{1d} - \omega_{ref} \psi_{1q} + \dot{\psi}_{1d} \\ u_{1q} = -r_1 i_{1q} + \omega_{ref} \psi_{1d} - \dot{\psi}_{1q} \\ 0 = -r_2 i_{2d} + \dot{\psi}_{2d} - g \omega_{ref} \psi_{2q} \\ 0 = -r_2 i_{2q} + \dot{\psi}_{2q} + g \omega_{ref} \psi_{2d} \\ 0 = -r_3 i_{3d} + \dot{\psi}_{3d} - g \omega_{ref} \psi_{3q} \\ 0 = -r_3 i_{3q} + \dot{\psi}_{3q} + g \omega_{ref} \psi_{3d} \end{cases} \quad (2.23)$$

Où $g = \frac{\omega_{ref} - \omega_r}{\omega_{ref}}$ est le glissement entre le rotor et le stator, ω_{ref} est la vitesse de synchronisme (la pulsation du réseau) et ω_r est la vitesse de rotation du rotor.

Les relations entre les courants dans les différents enroulements et les flux à travers ces enroulements peuvent être construites sous la forme matricielle suivante :

❖ Sur l'axe d :

$$\begin{bmatrix} \psi_{1d} \\ \psi_{2d} \\ \psi_{3d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(L_1 + L_m) & -L_m & -L_m \\ -L_m & -(L_2 + L_m) & -L_m \\ -L_m & -L_m & -(L_3 + L_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{2d} \\ i_{3d} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

❖ Sur l'axe q :

$$\begin{bmatrix} \psi_{1q} \\ \psi_{2q} \\ \psi_{3q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(L_1 + L_m) & -L_m & -L_m \\ -L_m & -(L_2 + L_m) & -L_m \\ -L_m & -L_m & -(L_3 + L_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1q} \\ i_{2q} \\ i_{3q} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

En négligeant le régime transitoire des enroulements statoriques, on définit :

$$\psi_{AD} = L_m (i_{1d} + i_{2d} + i_{3d}) \quad (2.26)$$

$$\psi_{AQ} = L_m (i_{1q} + i_{2q} + i_{3q}) \quad (2.27)$$

Les équations deviennent :

$$u_{1d} = -r_1 i_{1d} + \omega_{ref} (\psi_{AQ} + L_1 i_{1q}) \quad (2.28)$$

$$u_{1q} = -r_1 i_{1q} + \omega_{ref} (\psi_{AD} + L_1 i_{1d}) \quad (2.29)$$

$$\frac{d\psi_{2d}}{dt} = r_2 i_{2d} - g \omega_{ref} (\psi_{AQ} + L_2 i_{2q}) \quad (2.30)$$

$$\frac{d\psi_{2q}}{dt} = r_2 i_{2q} - g \omega_{ref} (\psi_{AD} + L_2 i_{2d}) \quad (2.31)$$

$$\frac{d\psi_{3d}}{dt} = r_3 i_{3d} - g \omega_{ref} (\psi_{AQ} + L_3 i_{3q}) \quad (2.32)$$

$$\frac{d\psi_{3q}}{dt} = r_3 i_{3q} - g \omega_{ref} (\psi_{AD} + L_3 i_{3d}) \quad (2.33)$$

Le couple électrique s'exprime :

$$C_e = \psi_{1d} i_{1q} - \psi_{1q} i_{1d} \quad (2.34)$$

Les équations de masse tournante du rotor de la machine asynchrone est :

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{2H} (C_m - C_e) \quad (2.35)$$

➤ Modèle équivalent simplifié de la machine asynchrone :

La machine asynchrone est un transformateur avec un enroulement secondaire en court-circuit et tournant. De ce fait, la fréquence des courants rotorique (courants secondaires) vaut :

$$f_r = g \cdot f$$

Pour une bobine de la machine, le schéma équivalent est identique à celui du transformateur en court-circuit.

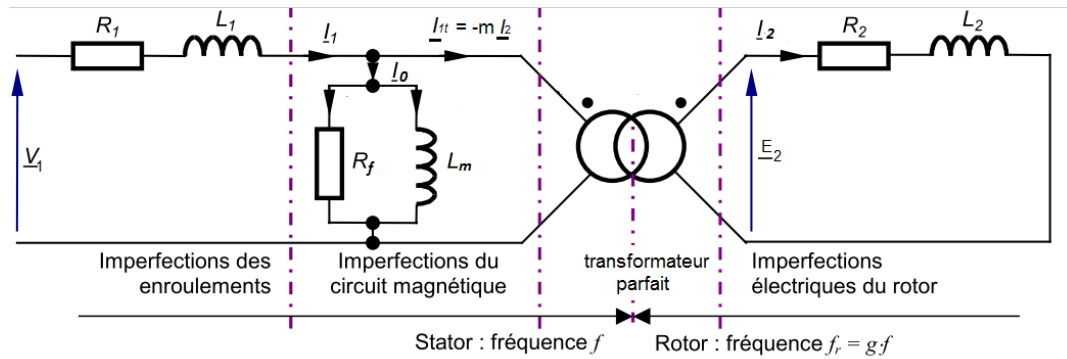


Figure II- 7: Schéma électrique équivalent de la MAS réelle pour une phase

Avec :

$\underline{Z}_1 = r_1 + j l_1 \omega$: Impédance d'un enroulement statorique (primaire)

$\underline{Z}_2 = r_2 + j l_2 \omega$: impédance d'un enroulement rotorique (secondaire)

R_f : résistance équivalente aux pertes ferromagnétiques

L_m : inductance magnétisante

En négligeant $\underline{Z}_1$ et les pertes fer, on déduit le schéma équivalent simplifié pour une phase :

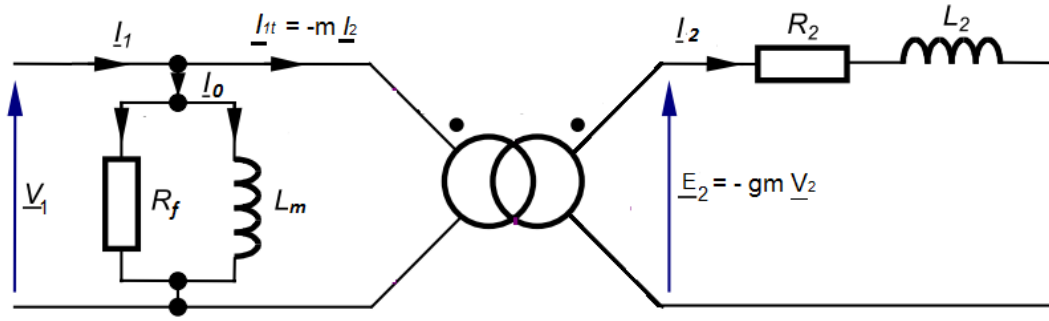


Figure II- 8: Schéma électrique équivalent simplifié de la MAS

La tension $\underline{E}_2$ induite au secondaire est proportionnelle au glissement (si le rotor tourne à la vitesse du synchronisme, le glissement est nul ainsi que $\underline{E}_2$).

$$\underline{E}_2 = -gm \underline{V}_1 \quad (2.36)$$

Il est alors intéressant de ramener les impédances du secondaire au primaire.

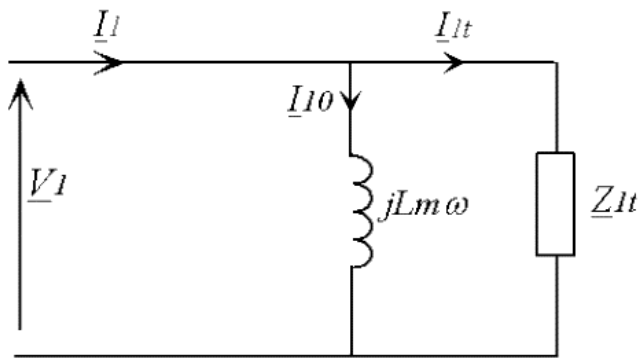
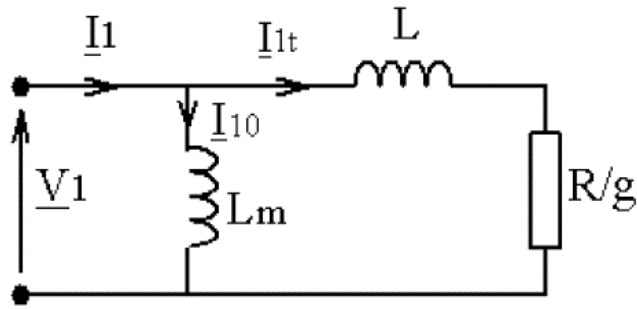


Figure II- 9: Schéma équivalent simplifié de la MAS ramenée au secondaire

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{1t} &= \frac{\underline{V}_1}{\underline{I}_{1t}} = \frac{-\underline{E}_2/gm}{-m\underline{I}_2} = \frac{\underline{E}_2}{\underline{I}_2} * \frac{1}{g m^2} \\ &= \frac{\underline{Z}_2}{g m^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_{1t} = \frac{\underline{V}_1}{\underline{I}_{1t}} = \frac{r_2}{g m^2} + j \frac{l_2}{g m^2} = \frac{R}{g} + jL\omega \quad (2.37)$$

En négligeant l'impédance de fuite primaire et les pertes fer, le schéma équivalent à une phase devient :



Avec :

$$R = \frac{r_2}{m^2}$$

$$L = \frac{l_2}{m^2}$$

Figure II- 10: Schéma équivalent simplifié de la MAS ramenée au secondaire en négligeant l'impédance de fuite et les pertes fers

III. Modélisation des transformateurs :

✚ Schéma du principe du transformateur : [SEG, 82]

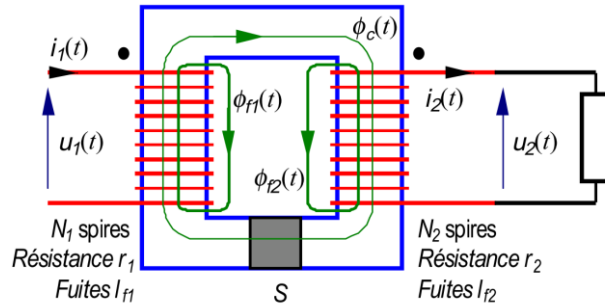


Figure II- 11: Schéma d'un transformateur en charge

✚ Mise en équation :

➤ Mise en équations des flux :

$$\text{Flux total embrassé par les } N_1 \text{ spires du primaire : } \phi_1 = N_1(\phi_c + \phi_{f1}) \quad (2.38)$$

$$\text{Flux total embrassé par les } N_2 \text{ spires du primaire : } \phi_2 = N_2(\phi_c + \phi_{f2}) \quad (2.39)$$

➤ Mise en équations des tensions :

$$u_1 = r_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = r_1 i_1 + l_{f1} \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (2.40)$$

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} - r_2 i_2 = -r_2 i_2 - l_{f2} \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (2.41)$$

➤ Mise en équations des courants :

Le flux $\phi_c(t)$ est créé par le champ d'excitation magnétique $h(t)$ dans le circuit magnétique.

$$\text{Théorème d'Ampère sur la ligne moyenne } l : N_1 i_1 - N_2 i_2 = h \cdot l = \mathcal{E} \quad (2.42)$$

On identifie cette F.m.m. $\mathcal{E}$ à celle créée par un courant i_μ .

$$\text{Avec :} \quad N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_\mu \quad (2.43)$$

➤ Mise en équations en grandeurs complexes :

$$\underline{U}_1 = r_1 \underline{I}_1 + j l_{f1} \omega \underline{I}_1 + j \omega N_1 \underline{\phi}_c + (r_1 + j l_{f1} \omega) \underline{I}_1 \quad (2.44)$$

On pose : $\underline{E}_1 = j \omega N_1 \underline{\phi}_c$ en quadrature avant sur le flux $\underline{\phi}_c$.

$$\underline{U}_2 = r_2 \underline{I}_2 + j l_{f2} \omega \underline{I}_2 + j \omega N_2 \underline{\phi}_c = j \omega N_2 \underline{\phi}_c + (r_2 + j l_{f2} \omega) \underline{I}_2 \quad (2.45)$$

On pose : $\underline{E}_2 = j \omega N_2 \underline{\phi}_c$ en quadrature avant sur le flux $\underline{\phi}_c$, donc en phase avec $\underline{E}_1$

L'analyse de ces relations permet de définir le rapport de transformation : $m = \frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}$

$$\text{Comportement des courants : } N_1 \underline{I}_1 - N_2 \underline{I}_2 = N_1 \underline{I}_\mu, \quad \text{soit } \underline{I}_1 = \underline{I}_\mu + m \underline{I}_2 \quad (2.46)$$

$$\text{Comportement des flux : } \underline{\phi}_1 = N_1 \underline{\phi}_c + N_1 \underline{\phi}_{f1} \text{ et } \underline{\phi}_2 = N_2 \underline{\phi}_c - N_2 \underline{\phi}_{f2} \quad (2.47)$$

✚ Etablissement du schéma équivalent :

Le schéma équivalent complet du transformateur en charge est défini comme suit :

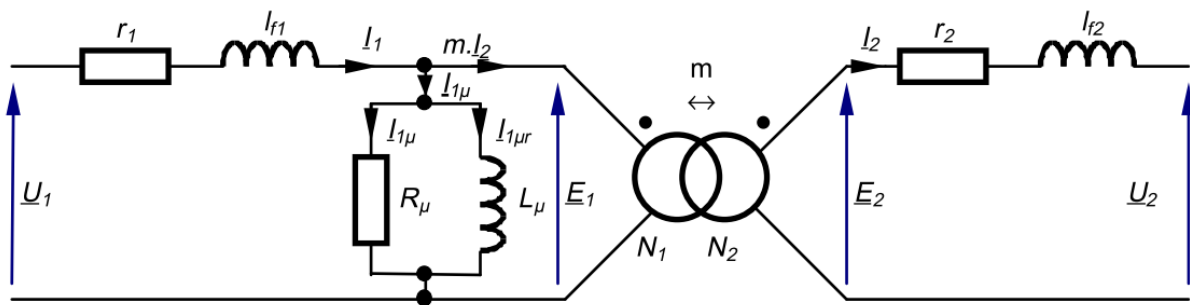


Figure II- 12: Schéma équivalent complet d'un transformateur en charge

✚ Comportement simplifié dans l'hypothèse de Kapp :

Les tensions primaire et secondaire à vide sont proportionnelles : elles sont dans le rapport de transformation. En ce qui concerne les courants, i_μ intervient : $N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_\mu$. Or, les transformateurs sont réalisés de manière à ce que le courant secondaire soit à vide. Donc ($N_1 i_\mu$) soit

le plus faible possible. L'hypothèse de Kapp permet de négliger ce courant vis-à-vis de i_1 si bien que i_1 et i_2 sont le rapport de transformation.

➤ **Mise en équation :**

❖ Relation entre les courants :

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_\mu \approx 0 ; \text{ Soit } N_1 i_1 = N_2 i_2 , \text{ donc } \underline{I}_1 = m \underline{I}_2 \quad (2.48)$$

❖ Tension primaire :

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_1 + (r_1 + j l_{f1} \omega) \underline{I}_1 \quad (2.49)$$

❖ Tension secondaire :

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - (r_2 + j l_{f2} \omega) \underline{I}_2 \quad (2.50)$$

❖ Dans l'hypothèse de Kapp :

$$\text{A vide : } \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{E}_1 + (r_1 + j l_{f1} \omega) \underline{I}_{10}} \approx \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{E}_1} \quad (2.51)$$

En charge : $\frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} = m$ Cette relation est toujours vraie, mais peu exploitable en pratique.

➤ **Etablissement du schéma équivalent simplifié :**

✓ **Ramené au secondaire :**

Dans ces conditions, on assimile tous les défauts à un circuit RL secondaire du transformateur.

On peut écrire l'équation du transformateur ramenée au secondaire :

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{20} - (R_2 + j L_2 \omega) \underline{I}_2 \quad (2.52)$$

Avec :

$R_2 = r_2 + m^2 r_1$: est la résistance totale ramenée au secondaire

$L_2 = l_{f2} + m^2 l_{f1}$: est l'inductance totale ramenée au secondaire

Cette relation se traduit par le schéma équivalent :

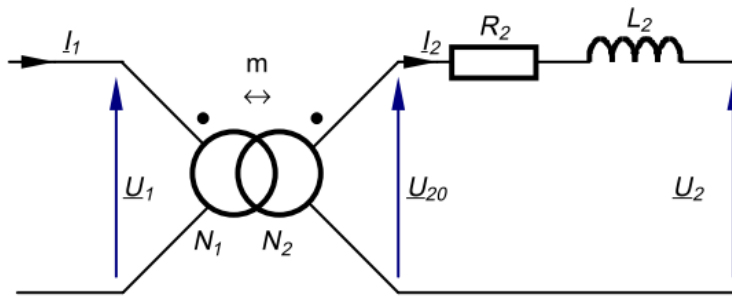


Figure II- 13: Schéma équivalent du transformateur ramené au secondaire

✓ Ramené au primaire :

Même conditions que précédemment, on assimile tous les défauts à un circuit RL secondaire du transformateur.

On peut écrire l'équation du transformateur ramenée au primaire :

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{U}_2}{m} + (R_1 + jL_1\omega)\underline{I}_1 \quad (2.53)$$

Avec :

$R_1 = r_1 + \frac{r_2}{m^2}$ est la résistance totale ramenée au secondaire

$L_2 = l_{fs} + \frac{l_{f2}}{m^2}$ est l'inductance totale ramenée au secondaire

Cette relation se traduit par le schéma équivalent (figure II.12) :

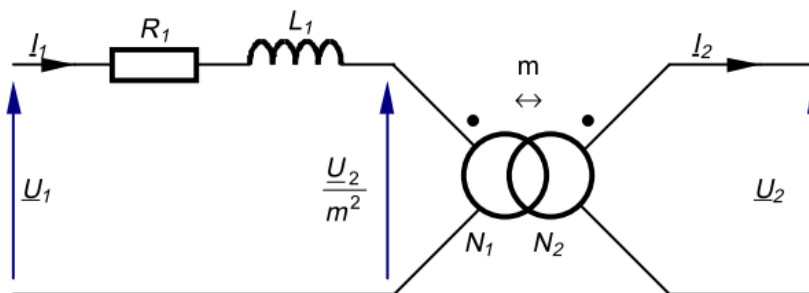


Figure II- 14: Schéma équivalent du transformateur ramené au primaire

✚ Modèle en π du transformateur :

Le transformateur est représenté par un modèle en π :

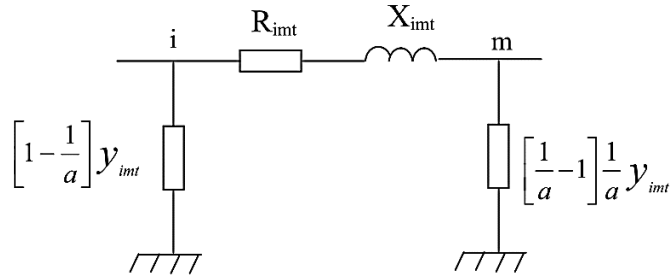


Figure II- 15: Modèle en π du transformateur

L'admittance du transformateur peut être exprimé par :

$$y_{imt} = \frac{1}{R_{imt} + jX_{imt}} \quad (2.54)$$

a = rapport de transformation

R_{imt} = résistance de transformateur placée entre les nœuds i et m

X_{imt} = réactance du transformateur placée entre les nœuds i et m

IV. Modélisation des lignes : [HEN, 09]

Les lignes électriques et les câbles sont des systèmes à constante réparties, c'est-à-dire que les grandeurs physiques (résistance, inductances, capacités) sont réparties sur toute la longueur de la ligne et ne sont pas donc pas localisées.

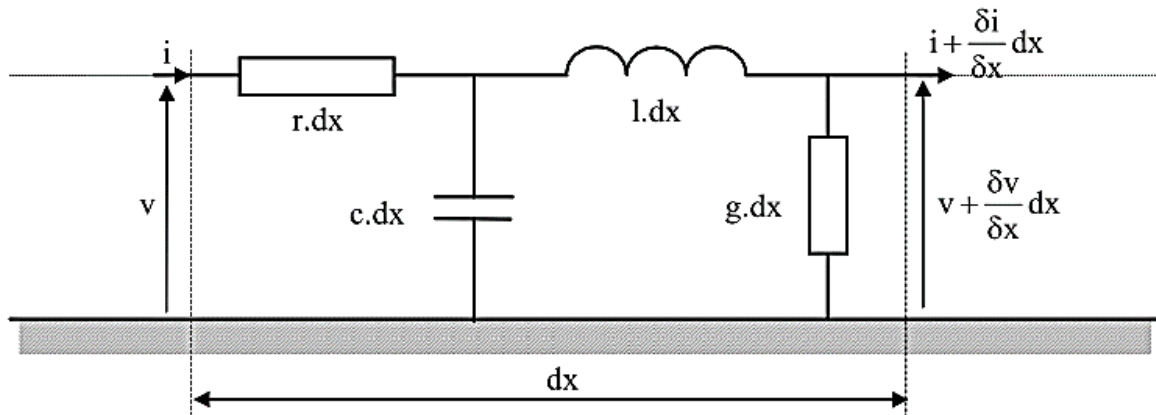


Figure II- 16:Modèle complet d'une section de ligne électrique

+ Equations des dérivées partielles de la ligne

$$-\frac{\delta v}{\delta x} = ri + l \frac{\delta i}{\delta t}$$

$$-\frac{\delta i}{\delta x} = gv + c \frac{\delta v}{\delta t}$$

Où :

r : La résistance longitudinale par unité de longueur.

L : L'inductance longitudinale par unité de longueur.

c : La capacité transversale par unité de longueur

g : La conductance transversale par unité de longueur

Dans le cas où la tension et le courant sont sinusoïdaux, les équations deviennent :

$$-\frac{dV(x)}{dx} = (r + j\omega L).I(x) \quad (2.55)$$

$$-\frac{dI(x)}{dx} = (g + jc\omega).V(x) \quad (2.56)$$

Si nous notons que Z_l l'impédance longitudinale par unité de longueur, et Y_t l'admittance transversale par unité de longueur, les équations deviennent :

$$-\frac{dV(x)}{dx} = Z_l.I(x) \quad (2.57)$$

$$-\frac{dI(x)}{dx} = Y_t.V(x) \quad (2.58)$$

Par séparation des variables, nous obtenons deux équations différentielles du second ordre indépendantes :

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = Z_l Y_t V(x) \quad (2.59)$$

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} = Z_l Y_t I(x) \quad (2.60)$$

Notons maintenant Z_w l'impédance caractéristique et γ la constante de propagation définies par les expressions suivantes :

$$Z_w = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + jc\omega}} = \sqrt{\frac{Z_l}{Y_t}} \quad \text{et} \quad \gamma_w = \sqrt{(r + j\omega L)(g + jc\omega)} = \sqrt{Z_l Y_t}$$

Les deux équations différentielles indépendants () devient alors :

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \gamma^2 \cdot V(x) \quad (2.61)$$

$$\frac{d^2 I(x)}{dx^2} = \gamma^2 \cdot I(x) \quad (2.62)$$

Ces équations différentielles s'intègrent en donnant un système d'équations couplées :

$$\begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma x) & -Z_0 \sinh(\gamma x) \\ -\frac{1}{Z_0} \sinh(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

✚ Schéma équivalent d'une ligne :

Le modèle en π des conducteurs est très précis pour une fréquence de 50Hz ou 60 Hz et des longueurs de ligne de l'ordre de centaine de kilomètres. Celui-ci permet de modéliser avec bonne précision la résistivité de la ligne, son inductance linéique ainsi que les capacités latérales.

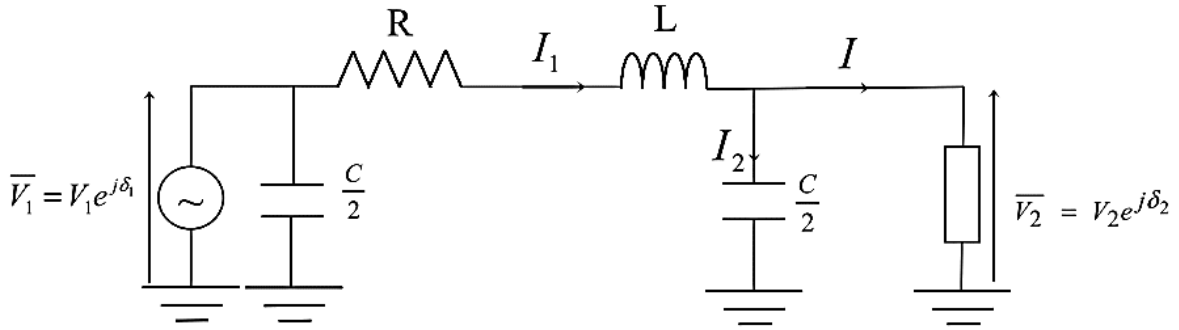


Figure II- 17: Modèle en π de conducteur d'électricité (ligne ou câble)

La consommation de puissance linéique réactive de la ligne est caractérisée par les valeurs de l'inductance linéique et la capacité linéique latérale :

$$Q_{ligne} = -\frac{V_1^2}{2/C\omega} - \frac{V_2^2}{2/C\omega} + XI_1^2 = -\frac{C\omega}{2} (V_1^2 + V_2^2) + XI_1^2 \quad (2.64)$$

Cette expression se simplifie en considérant que les tensions aux deux extrémités de la ligne sont sensiblement égales. Ainsi en considérant $V_1 \approx V_2$, nous obtenons :

$$Q_{ligne} \approx -C\omega V_2^2 + XI_1^2 \quad (2.65)$$

+ L'expression de l'admittance série de la ligne :

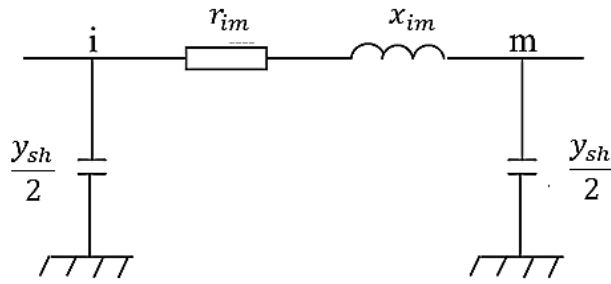


Figure II- 18: Schéma équivalent simplifié de la ligne

$$y_{im} = \frac{1}{(r_{im} + jx_{im})} + jb_{im} \quad (2.66)$$

Où :

r_{im} : *resistance de la ligne*

x_{im} : *réactance de la ligne*

$b_{im} = \frac{y_{sh}}{2} = \text{admittance shunt de la ligne}$

V. Modélisation de la charge : [DIA, 10]

On considère comme charge tous matériels qui peuvent consommer de l'énergie électrique.

Les charges sont modélisées par leur puissance consommée P_{ch} et Q_{ch} :

$$P_{ch} = P_{ch0} \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^\alpha \left(\frac{f}{f_0}\right)^\beta \quad (2.67)$$

$$Q_{ch} = Q_{ch0} \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^\delta \left(\frac{f}{f_0}\right)^\varepsilon \quad (2.68)$$

Avec :

P_{ch0} : *Puissance nominale de la charge*

V_0 : *Tension nominale de la charge*

f_0 : fréquence nominale de la charge

α = coefficient de sensibilité de puissance active – tension

β : coefficient de sensibilité puissance active – fréquence

δ : Coefficient de sensibilité puissance réactive – tension

ε = Coefficient de sensibilité puissance réactive – fréquence

VI. Matrice des admittances aux accès

Construction de la matrice d'admittance :

Le réseau est entièrement décrit par le contenu des branches et par la façon dont celles-ci sont reliées:

Si nous admettons que les branches ne contiennent ni source de tension, ni source de courant, le contenu des branches sera décrit, par exemple, par la matrice des impédances propres et mutuelles des éléments.

D'autre part, les connexions seront décrites par une matrice d'incidence.

Les éléments de la matrice d'impédance Z sont formés par les impédances propres Z_{ii} et les impédances mutuelles Z_{ij} .

$$Z = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & \dots & (n) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ \vdots \\ (n) \end{matrix} & \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.69)$$

La matrice d'incidence :

Cette matrice comporte n lignes et b colonnes. L'élément K_{ij} de la matrice vaut :

- ✓ +1 si la branche j part du nœud i
- ✓ -1 si la branche j arrive au nœud i
- ✓ et 0 si la branche j n'est pas reliée au nœud i

Si l'on appelle I le vecteur des courants injecté aux nœuds 1, 2, ..., n et J le vecteur des courants circulant dans les branches 1, 2, ..., b dans le sens convenu :

$$I = K * J \quad (2.70)$$

Comme la somme algébrique des vecteurs lignes de cette matrice est nulle, le rang de K est au maximum égal à $(n-1)$.

On appelle matrice incidence nœuds-branches réduite la matrice C obtenue en supprimant une ligne de K .

On remarque que :

$$V_{ij} = C^t * V_i \quad (2.71)$$

Avec, n et b sont respectivement le nombre total de nœuds et de branches

Par exemple :

$$A = \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & +1 \\ 0 & -1 & +1 \end{bmatrix}$$

La matrice admittance :

Soient : J le vecteur des courants des branches

U le vecteur des tensions de branches

C la matrice incidence réduite nœuds-branches

Z la matrice des impédances

Dans chaque branche k :

$$U_k = \sum_{l=1}^b Z_{kl} * J_l \quad (2.72)$$

Par définition de C :

$$I = C * J \quad (2.73)$$

$$\text{Et } U = C^t * V_i \quad (2.74)$$

$$\text{Donc : } I = C * Z^{-1} * U = C * Z^{-1} * C^t * V_i \quad (2.75)$$

$$\text{Et : } I_i = Y * V_i \quad (2.76)$$

On peut alors écrire que :

$$Y = C * Z^{-1} * C^t \quad (2.77)$$

La matrice admittance Y suit les propriétés suivantes :

- La matrice d'admittance est une matrice symétrique.
- Les éléments constituant la matrice Y :
 - Les éléments non-diagonaux :

$$Y_{ik} = -y_{ik} \quad ; i = 1, 2 \dots n \quad (2.78)$$

- Les éléments diagonaux :

$$Y_{ii} = \sum_{k=1, k \neq i}^n y_{ik} + \sum_{p=1, p \neq i}^m y_{sh,ip} \quad ; i = 1, 2 \dots n \quad (2.79)$$

Avec :

$y_{ik} = \frac{1}{z_{ik}}$: L'admittance de la ligne entre les nœuds i et k.

$y_{sh,ip}$: L'admittance shunt de la ligne compris entre les nœuds i et p.

n : nombre de nœud.

m : nombre des éléments shunt au nœud p.

VII. Conclusion :

Ce chapitre, nous a permis de voir les modèles complets des différents éléments d'un réseau électrique tels que les générateurs les plus couramment utilisés, les transformateurs, les régulateurs, les lignes, et les charges.

Des modèles équivalents sont mis en places afin de réduire la complexité de l'analyse du réseau dans le prochain chapitre : méthode d'analyse du Load flow d'un réseau d'énergie électrique.

Chapitre III : Méthodes de calcul de la répartition de puissance dans un réseau électrique

I. Introduction :

La répartition de puissance ou répartition de charge (power-flow ou load-flow en anglais) est l'un des principaux problèmes qui se pose aux gestionnaires d'un système P-T-D d'énergie électrique. Dans tous les centrales électriques alimentant un ensemble de consommateurs par l'intermédiaire d'un réseau de transport maillé ou radiale. On doit déterminer la répartition des puissances fournies par ces centrales à un instant donné tout en respectant un ensemble de contraintes techniques et économiques.

. Pour résoudre ce problème, il est nécessaire de déterminer les conditions de l'opération en régime permanent d'un système de puissance, qui sont [HAI, 08] :

- La formulation des modèles mathématiques appropriés
- La spécification d'un certain nombre de variables et de contraintes dans les nœuds du système.
- La résolution numérique du système.

II. Schéma en π du réseau :

Il est nécessaire de faire un schéma en π pour faire l'analyse du réseau.

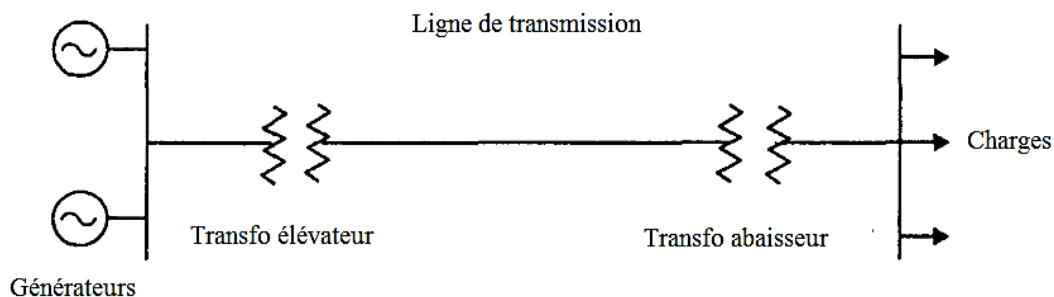


Figure III- 1: Schéma unifilaire d'un réseau

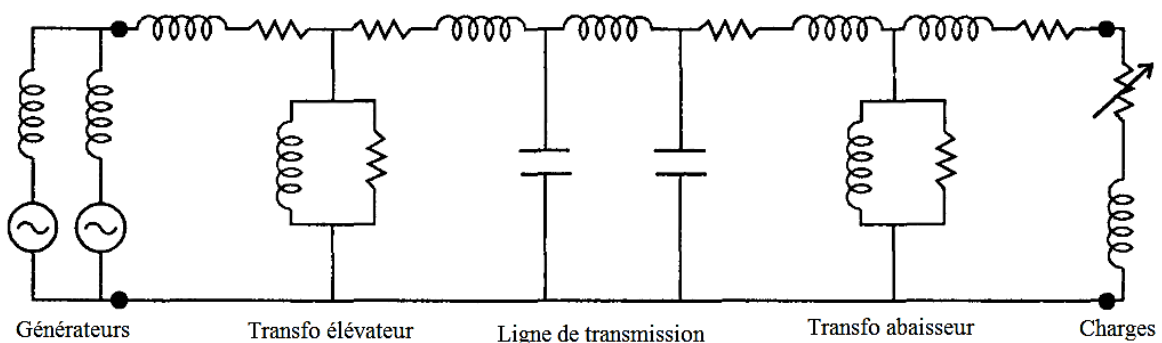


Figure III- 2: Schéma en π du réseau avec tous les éléments

Pour un réseau triphasé :

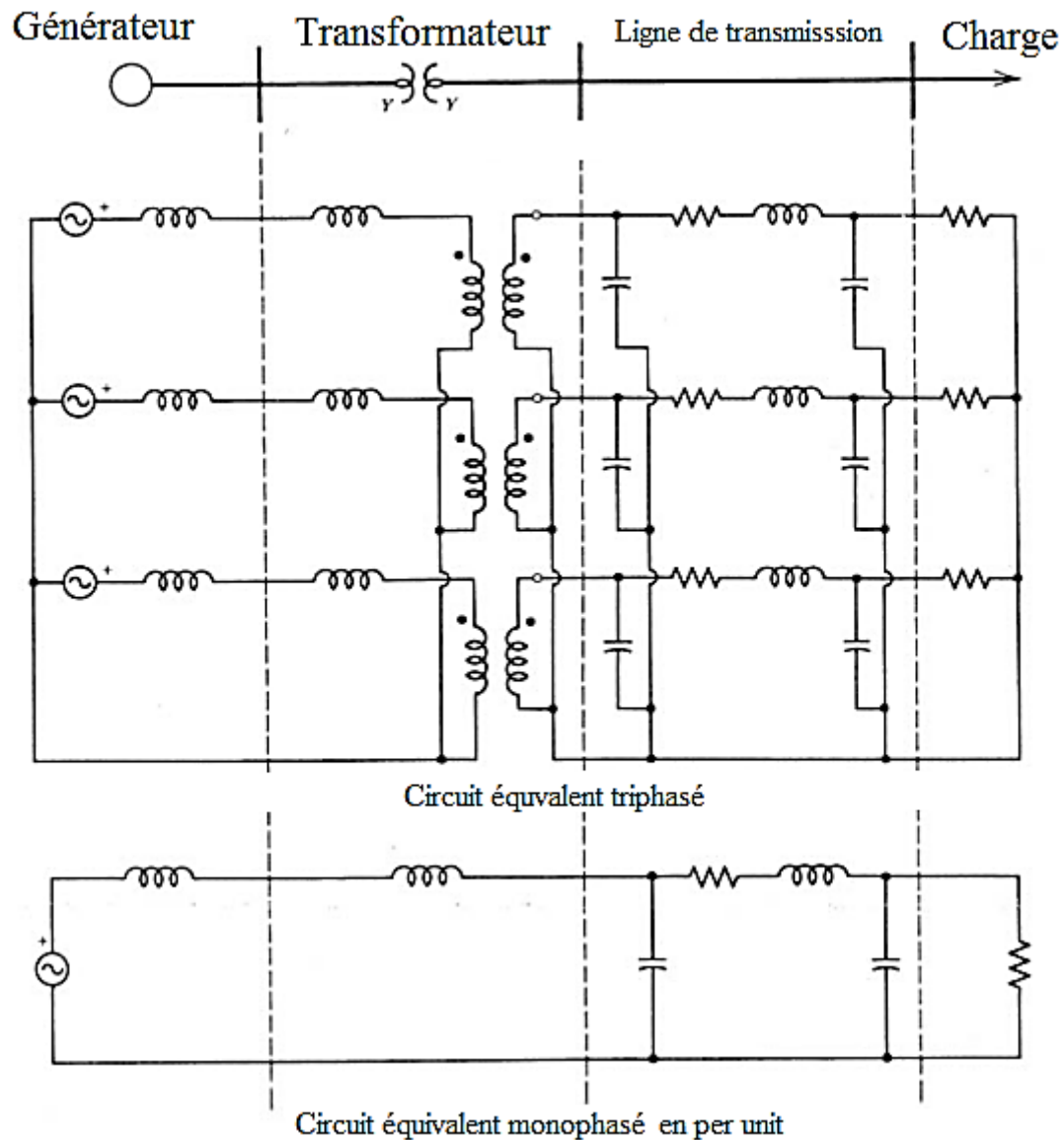


Figure III- 3: Schéma équivalent d'un réseau triphasé

III. Le système per-unit :

Dans un système triphasé équilibré, l'amplitude (module) de la tension entre phases et celle de la tension entre une phase (quelconque) et le point neutre sont liées entre elles par la relation :

$$U = \sqrt{3} V \quad (3.1)$$

La puissance complexe traversant la section π est donnée par :

$$\underline{S} = 3 \underline{V} * \underline{I} = \sqrt{3} \underline{U} * \underline{I} = P + jQ \quad (3.2)$$

Pour une phase du réseau, la puissance complexe apparente est :

$$\underline{S} = \underline{V} * \underline{I} \quad (3.3)$$

La tension et le courant sont liés entre eux par la loi d'Ohm :

$$\underline{V} = Z * I \quad (3.4)$$

Nous définissons le système de grandeurs réduites « Per Unit » de la manière suivante :

$$S_{pu} = \frac{S}{S_B} ; U_{pu} = \frac{U}{U_B} ; I_{pu} = \frac{I}{I_B} \text{ et } Z_{pu} = \frac{Z}{Z_B} \quad (3.5)$$

Avec :

$$U_B = \sqrt{3} V_B \quad (3.6)$$

$$S_B = 3 * V_B * I_B \quad (3.7)$$

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} \quad (3.8)$$

IV. Equation du réseau électrique

Lorsqu'un réseau électrique se trouve en régime permanent établi, il peut être modélisé par un système d'équation linéaire ayant la forme :

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \vdots \\ \underline{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{12} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{nn} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \vdots \\ \underline{V}_n \end{bmatrix} = Y * \underline{V} \quad (3.9)$$

Ou encore :

$$\underline{I}_i = \sum_{k=1}^n Y_{ik} \underline{V}_k \quad ; i = 1, 2, \dots, n \quad (3.10)$$

Avec :

$\underline{I}$: Vecteur complexe des courants injectés au noeud

$\underline{V}$: Vecteur complexe des tensions en chaque noeud

Y : matrice admittance complexe

n : Nombre des noeuds

A. L'expression de la tension complexe $\underline{V}$:

La tension peut être exprimée en coordonnée polaire ou en coordonnée rectangulaire.

Coordonnée polaire de la tension :

Dans le système de coordonnée polaire, la tension au $k^{ième}$ nœud est considérée sous la forme :

$$\underline{V}_k = V_k e^{j\theta_k} = V_k(\cos(\theta_k) + j\sin(\theta_k)) \quad (3.11)$$

Où :

V_k : le module de la tension

θ_k : l'angle de déphasage de la tension

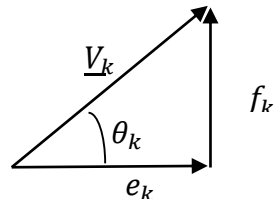
Coordonnée rectangulaire de la tension :

Dans le système de coordonnée rectangulaire, la tension peut s'écrire :

$$\underline{V}_k = e_k + j f_k \quad (3.12)$$

Avec :

$e_k = V_k \cos(\theta_k)$: la partie réelle de la tension



$f_k = V_k \sin(\theta_k)$: la partie imaginaire de la tension

Figure III- 4: Représentation de la tension au nœud k

B. Expression des puissances injectées au nœud :

Pour une phase d'un réseau de n nœuds, les équations des puissances apparentes injectées sont :

$$S_i = P_i + j Q_i = \underline{V}_i \cdot \underline{I}_i^* \quad (3.13)$$

$$\underline{S}_i^* = P_i - j Q_i = \underline{V}_i^* \cdot \underline{I}_i = \underline{V}_i^* \cdot \sum_{k=1}^n Y_{ik} \underline{V}_k \quad (3.14)$$

✚ En coordonnée rectangulaire :

$$\begin{cases} P_i = e_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot e_k - B_{ik} \cdot f_k) + f_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot f_k + B_{ik} \cdot e_k) \\ Q_i = f_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot e_k - B_{ik} \cdot f_k) - e_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot f_k + B_{ik} \cdot e_k) \end{cases} \quad (3.15)$$

En posons :

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot e_k - B_{ik} \cdot f_k) = a_i \\ \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot f_k + B_{ik} \cdot e_k) = b_i \end{cases} \quad (3.16)$$

L'équation (3.10) devient :

$$\begin{cases} P_i = e_i \cdot a_i + f_i \cdot b_i \\ Q_i = f_i \cdot a_i - e_i \cdot b_i \end{cases} \quad (3.17)$$

✚ En coordonnée polaire :

$$\begin{cases} P_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} - B_{ik} \cdot \sin \theta_{ik}) \\ Q_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cdot \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \theta_{ik}) \end{cases} \quad (3.18)$$

Avec :

V_i, θ_i : Le module et la phase de la tension au noeud i

P_i, Q_i : Les puissances actives et réactives injectées au noeud i

$G_{ik} + j B_{ik}$: l'élément complexe Y_{ik} de la matrice des admittances

$\theta_{ik} = \theta_i - \theta_k$: La différence des phases entre les noeuds i et k

e_i, f_i : la partie réelle et imaginaire de la tension au noeud i

V. Puissances transitant dans une ligne :

En considérant la puissance apparente complexe injectée d'une ligne i-k :

$$S_{ik} = V_i I_{ik}^* = P_{ik} + jQ_{ik} \quad (3.19)$$

A l'autre extrémité

$$S_{ki} = V_k I_{ki}^* = P_{ki} + jQ_{ki} \quad (3.20)$$

Et en général $P_{ik} \neq P_{ki}$

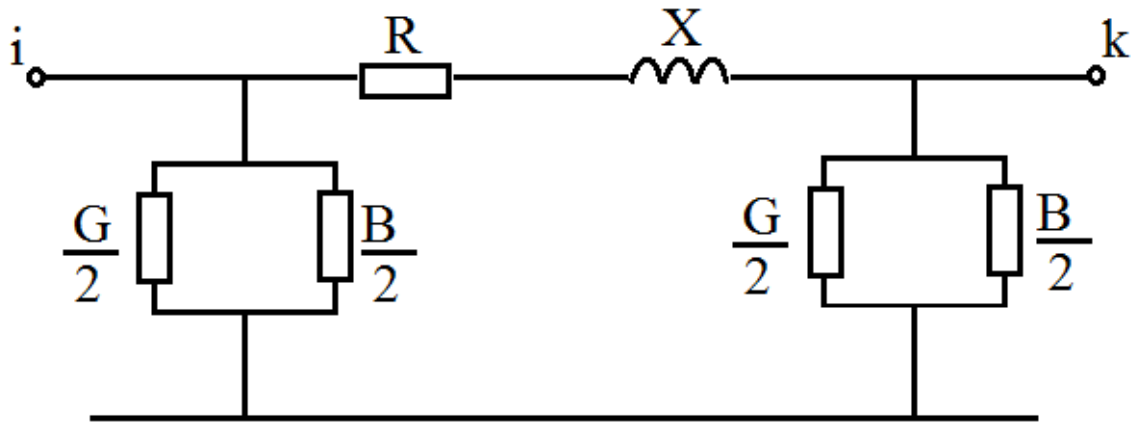


Figure III- 5 : Schéma d'une portion de ligne d'un réseau électrique

$$P_{ik} + jQ_{ik} = V_i \cdot I_{ik}^* \quad (3.21)$$

$$I_{ik}^* = \frac{V_i^* - V_k^*}{R - jX} + \left(\frac{G}{2} - j\frac{B}{2} \right) U_i^* \quad (3.22)$$

$$P_{ik} + jQ_{ik} = V_i^2 \left(\frac{G}{2} - j\frac{B}{2} + \frac{1}{R - jX} \right) - \frac{V_i \cdot V_k}{R - jX} e^{j(\theta_i - \theta_k)} \quad (3.23)$$

$$P_{ik} = V_i^2 \left(\frac{G}{2} + \frac{R}{R^2 + X^2} \right) - \frac{V_i \cdot V_k}{R^2 + X^2} \Re\{(R + jX)(\cos \theta_{ik} + j \sin \theta_{ik})\} \quad (3.24)$$

$$Q_{ik} = V_i^2 \left(-\frac{B}{2} + \frac{X}{R^2 + X^2} \right) - \frac{V_i \cdot V_k}{R^2 + X^2} \Im\{(R + jX)(\cos \theta_{ik} + j \sin \theta_{ik})\} \quad (3.25)$$

Soit :

$$P_{ik} = V_i^2 \left(\frac{G}{2} + \frac{R}{R^2 + X^2} \right) - \frac{V_i \cdot V_k}{R^2 + X^2} (R \cos \theta_{ik} - X \sin \theta_{ik}) \quad (3.26)$$

$$Q_{ik} = V_i^2 \left(-\frac{B}{2} + \frac{X}{R^2 + X^2} \right) - \frac{V_i \cdot V_k}{R^2 + X^2} (R \sin \theta_{ik} + X \cos \theta_{ik}) \quad (3.27)$$

En développant, on a :

$$P_{ik} = V_i^2 \frac{G}{2} + \frac{R}{R^2 + X^2} (V_i^2 - V_i \cdot V_k \cos \theta_{ik}) + \frac{V_i \cdot V_k}{R^2 + X^2} X \sin \theta_{ik} \quad (3.28)$$

$$Q_{ik} = -V_i^2 \frac{B}{2} + \frac{X}{R^2 + X^2} (V_i^2 - V_i \cdot V_k \cos \theta_{ik}) - \frac{V_i \cdot V_k}{R^2 + X^2} R \sin \theta_{ik} \quad (3.29)$$

Le bilan net en chaque nœud est :

$$P_{i \text{ Net}} = P_{Gi} - P_{Li} = \sum_k P_{ik} = \Re \left\{ V_i \left(\sum_k I_{ik}^* \right) \right\} \quad (3.30)$$

$$Q_{i \text{ Net}} = Q_{Gi} - Q_{Li} = \sum_k Q_{ik} = \Im \left\{ V_i \left(\sum_k I_{ik}^* \right) \right\} \quad (3.31)$$

Soit

$$\sum_k I_{ik}^* = I_k$$

Et $|Y|$ la matrice d'admittance nodale

$$I_i = Y_{ii} V_i + \sum_k Y_{ik} V_k \quad (3.32)$$

Où Y_{ik} est élément de la matrice $|Y|$

$$V_k = V_k e^{j\theta_k}$$

G : Générateur

L : Load ou charge

i et k : nœuds

D'après l'équation (3-18), le bilan en chaque nœud fournit un système d'équations non-linéaire à résoudre :

$$\left. \begin{aligned} P &= f(V_1, \dots, V_n, \theta_1, \dots, \theta_n) \\ Q &= g(V_1, \dots, V_n, \theta_1, \dots, \theta_n) \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

f et g sont des fonctions vectorielles.

On calculera alors V, θ pour P, Q données, puis les puissances transitées P_{ik}

VI. Classification des variables et des contraintes d'un système :

La complexité du système électrique est directement proportionnelle aux nombres des nœuds qu'il contient. Pour cela, afin de faciliter les calculs et expliquer le fonctionnement correct des grands systèmes, Il faut classifier les différents variables et contraintes.

A. Classification des variables :

Généralement, le fonctionnement du système électrique peut être décrit en fonction des six variables pour chaque nœud considéré :

- ✓ P_{ci}, Q_{ci} : Les puissances actives et réactives consommées au nœud i
- ✓ P_{gi}, Q_{gi} : Les puissances actives et réactives générées au nœud i
- ✓ V_i : Le module de la tension au nœud i
- ✓ θ_i : L'angle de phase au nœud i

Ces variables sont généralement divisées en trois groupes :

- ✚ Les variables incontournables : Ce sont les puissances actives et réactives liées à la consommation.
- ✚ Les variables indépendants ou de contrôle : Ce sont généralement les puissances actives et réactives générées. On peut aussi, selon les cas, considérer des tensions aux nœuds de génération ou les rapports de transformation des transformateurs avec régleur en charge, comme variables de contrôle.
- ✚ Les variables dépendantes ou d'état : Les tensions en module et en phase représentant l'état du système.

En pratique, le problème se pose autrement. Pour cela, il faut classifier les nœuds du système comme suit :

- ✚ Nœud P-V : Pour ce type de nœud, on associe les centrales de production. On spécifie la puissance active et le module de la tension. Les variables à déterminer sont la phase de la tension et la puissance réactive.
- ✚ Nœud P-Q : Pour ce type de nœud, on associe généralement les charges. Ces dernières sont caractérisées par la consommation de la puissance active et réactive. On peut aussi associer des générateurs avec des puissances active et réactive fixées. Les variables à déterminer sont le module et la phase de la tension.

- ✨ Nœud V- θ : Pour ce type de nœud, on associe la centrale de production la plus puissante. Dans un nœud k (nœud de référence ou bus slack en anglais), on spécifie l'angle phase et le module. Les valeurs à déterminer sont les puissances active et réactive.

En résumé, le problème se pose sous la forme suivante :

Type de nœud	Variables connues					
	P_{ci}	Q_{ci}	P_{gi}	Q_{gi}	V	θ
Nœud Slack	✓	✓			✓	✓
Nœud P-V	✓	✓	✓		✓	
Nœud P-Q	✓	✓	✓	✓		

Tableau III- 1: Tableau de classification de nœuds

B. Classifications des contraintes :

Contrairement aux objectifs, les contraintes sont faciles à définir parce qu'elles sont liées à la nature physique des éléments du réseau. On distingue les contraintes sur:

- ❖ les variables dépendantes, dites contraintes de sécurité et de limites
- ❖ les variables indépendantes.

Lors d'une répartition de charge, les contraintes doivent être bien vérifiées, afin d'avoir des meilleurs résultats.

✨ Contraintes sur les variables dépendantes :

Les contraintes liées à la sécurité des réseaux sont généralement au nombre de quatre :

➤ Contraintes d'équilibre entre la production et la consommation :

En régime normal, l'égalité entre la production et la consommation des puissances active et réactive doit être assurée, soit :

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_{gi} - \sum_{i=1}^{n_c} P_{ci} - P_L = 0 \quad (3.34)$$

$$\sum_{i=1}^{n_g} Q_{gi} - \sum_{i=1}^{n_c} Q_{ci} - Q_L = 0 \quad (3.35)$$

P_L : Pertes actives totales

Q_L : Pertes actives totales

n_c : Nombre de nœuds de consommation

n_g : Nombre de nœuds de génération

Toute atteinte à cet équilibre se répercute sur la valeur de la fréquence et des tensions du réseau.

➤ **Contraintes sur les modules de la tension**

Les conditions d'exploitation des réseaux fixent des limites :

- ✓ des tensions maximales par la tenue diélectrique du matériel et la saturation des transformateurs.
- ✓ Des tensions minimales par l'augmentation des pertes et le maintien de la stabilité des alternateurs. On aura pour tous les nœuds, la condition suffisante et nécessaire à savoir :

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} ; i=1, \dots, n$$

Avec :

V_i : Module de la tension au nœud i

V_i^{min}, V_i^{max} : Respectivement les limites minimale et maximale de la tension.

Le respect des contraintes de tension est d'une importance primordiale pour la sécurité d'exploitation et du matériel. Une violation de la limite supérieure même en faible charge peut constituer un réel danger pour l'isolation du matériel. Par ailleurs, des tensions trop basses nuisent à l'exploitation rationnelle du réseau et peuvent conduire à son effondrement.

➤ **Contraintes sur la capacité de transit de la ligne :**

La puissance transitée dans une ligne ne doit, en aucun cas, dépasser la limite maximale,

$$S_{ik} \leq S_{ik}^{max}$$

Avec :

$$S_{ik} = (P_{ik}^2 + Q_{ik}^2)^{1/2}$$

S_{ik} : Puissance apparente transitée dans la ligne $i - k$.

S_{ik}^{max} : Puissance apparente maximale transitée dans la ligne i – k.

P_{ik} : Puissance active transitée dans la ligne i – k.

Q_{ik} : Puissance réactive transitée dans la ligne i – k.

En général, à partir des contraintes des puissances transitées, nous déterminons les contraintes de courant correspondante aux lignes et aux transformateurs. On limite les courants transités pour des raisons de surcharge et de stabilité.

Contraintes sur les variables indépendantes :

Ces contraintes sont liées à la nature physique des éléments du réseau, soit :

➤ **Contraintes sur la production :**

La puissance produite par chaque groupe est bornée supérieurement par la puissance maximale qu'il peut fournir et inférieurement par la puissance minimale, qui est conditionnée par le rendement de ce groupe et les contraintes sur la turbine. Pour tous les nœuds de production, les contraintes actives et réactives sont :

Pour $i = 1, 2, \dots, n_g$:

$$P_{gi}^{min} \leq P_{gi} \leq P_{gi}^{max}$$

$$Q_{gi}^{min} \leq Q_{gi} \leq Q_{gi}^{max}$$

➤ **Contraintes sur les rapports de transformation :**

Le rapport de transformation des transformateurs avec régulateur en charge, peut varier selon la position du régulateur. Ce dernier doit être limité entre deux bornes minimales et maximales, soit :

$$a_k^{min} \leq a_k \leq a_k^{max} \quad ; k = 1, 2, \dots, n_t$$

n_t : Nombre de transformateur.

VII. Méthodes de résolution du problème de la répartition des puissances :

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre le problème de la répartition de puissance dans un réseau électrique à savoir :

- ❖ La méthode de Gauss-Seidel
- ❖ La méthode de Newton-Raphson

Test d'arrêt de l'itération:

Le calcul itératif persiste tant que le critère d'arrêt n'est pas satisfait. Ce dernier est défini en comparant le maximum des valeurs absolues des variations de même variable entre deux itérations successives et une certaine précision de calcul.

$$\max \left(\left| \Delta x_1^{(iter+1)} \right|, \left| \Delta x_2^{(iter+1)} \right|, \dots, \left| \Delta x_n^{(iter+1)} \right| \right) \leq \varepsilon \quad (3.41)$$

Avec :

$$\Delta x_i^{(iter+1)} = x_i^{(iter+1)} - x_i^{(iter)} \quad ; i=1,2, \dots, n \quad (3.42)$$

Accélération de la méthode :

La méthode de G.S devient beaucoup plus intéressante lorsqu'elle est accélérée. Pour cela, on traduit un facteur d'accélération afin d'activer la convergence dont le principe est le suivant :

$$x_i^{(iter+1)} = x_i^{(iter)} + \alpha \times \Delta x_i^{(iter+1)} \quad ; 1 \leq \alpha \leq 2 \quad (3.43)$$

Où :

$$\Delta x_i^{(iter+1)} = x_n^{(iter+1)} - x_n^{(iter)}$$

Le coefficient α est dit « coefficient d'accélération de convergence », et prend généralement la valeur de 1,4.

Application de la méthode de G.S au calcul de répartition de puissance :

Cette méthode consiste à supposer initialement la valeur des tensions pour tous les nœuds excepté le nœud slack où la tension est connue et maintenue constante. En prenant le nœud « r » comme nœud de référence, les valeurs des courants injectés pour les autres nœuds sont comme suit :

$$\underline{I}_i = \frac{\underline{S}_i^*}{\underline{V}_i^*} = \frac{P_i - j Q_i}{\underline{V}_i^*} \quad ; i = 1, 2, \dots, n \text{ et } i \neq r \quad (3.44)$$

n : désigne le nombre de nœuds dans le réseau

i : désigne le nœud considéré

r : désigne le nœud de référence

En introduisant l'équation (3.10) dans l'équation (3.44) on a :

$$\frac{P_i - j Q_i}{\underline{V}_i^*} = \sum_{k=1}^n Y_{ik} \underline{V}_k \quad ; i = 1, 2, \dots, n \text{ et } i \neq r \quad (3.45)$$

Ou encore :

$$\frac{P_i - j Q_i}{\underline{V}_i^*} = Y_{ii} \underline{V}_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik} \underline{V}_k \quad ; i = 1, 2, \dots, n \text{ et } i \neq r \quad (3.46)$$

On obtient alors l'équation de la tension au nœud i qui est égale :

$$\underline{V}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - j Q_i}{\underline{V}_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik} \underline{V}_k \right) \quad ; i = 1, 2, \dots, n \text{ et } i \neq r \quad (3.47)$$

Si nous posons :

$$KL_i = \frac{P_i - j Q_i}{Y_{ii}} \quad (3.48)$$

$$YL_{ik} = \frac{Y_{ik}}{Y_{ii}} \quad (3.49)$$

L'équation devient :

$$\underline{V}_i = \frac{KL_i}{\underline{V}_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n YL_{ik} \underline{V}_k \quad ; i = 1, 2, \dots, n \text{ et } i \neq r \quad (3.50)$$

Cette dernière équation est la base du calcul itératif qui aura la forme suivante :

$$\underline{V}_i^{(iter+1)} = \frac{KL_i}{(\underline{V}_i^{(iter)})^*} - \sum_{k=1}^{i-1} YL_{ik} \underline{V}_i^{(iter+1)} - \sum_{k=i+1}^n YL_{ik} \underline{V}_i^{(iter)} \quad (3.51)$$

$$i = 1, 2, \dots, n \text{ et } i \neq r$$

Le processus itératif est obtenu quand l'expression suivante est satisfaite :

$$\max \left| \underline{V}_i^{(iter+1)} - \underline{V}_i^{(iter)} \right| \leq \varepsilon \quad (3.52)$$

Le processus peut être accéléré, en diminuant le nombre d'itération, par l'introduction du coefficient d'accélération α :

$$\underline{V}_{i, acc\acute{e}l}^{(iter+1)} = \underline{V}_i^{(iter)} + \alpha (\underline{V}_i^{(iter+1)} - \underline{V}_i^{(iter)}) \quad (3.53)$$

Et on calcule les puissances injectées en chaque nœud, les puissances transmises et les pertes dans tout le réseau.

✚ **L'organigramme de la méthode de G.S :**

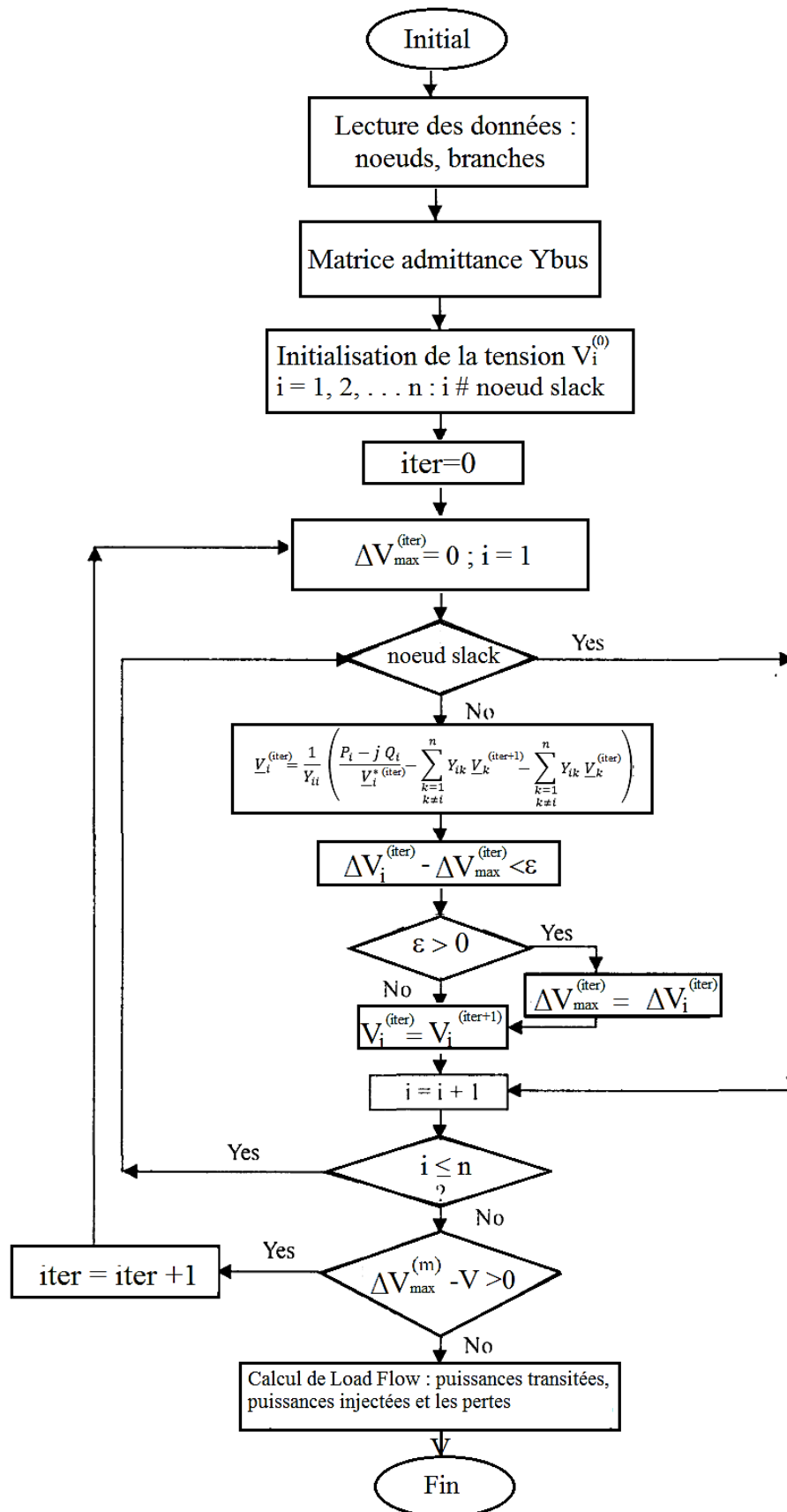


Figure III- 6 : Organigramme de la méthode de GS

$$J^{(0)} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{x_1^{(0)}} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{x_2^{(0)}} & \dots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_{x_n^{(0)}} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{x_1^{(0)}} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{x_2^{(0)}} & \dots & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \right|_{x_n^{(0)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right|_{x_1^{(0)}} & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \right|_{x_2^{(0)}} & \dots & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right|_{x_n^{(0)}} \end{bmatrix}$$

$[F]^0$ et $[J]^0$ sont calculés à partir des valeurs initiales attribuées aux variables $x_1, x_2, \dots, x_n$. Ceci nous conduit à un système d'équations linéaires. Pour sa résolution, on applique la méthode directe ou itérative de l'équation (3.56) et ainsi de suite.

Test d'arrêt de l'itération :

On arrête le calcul lorsque la valeur absolue des maximums des F est inférieure à une certaine précision préalablement fixée que nous notons par ε .

Application de la méthode de N.R :

➤ **Méthode de N.R en coordonnées cartésiennes**

L'équation (3.15) est un système d'équation non linéaire. La puissance active P_i et la puissance réactive Q_i sont connues et les composantes réelles et imaginaire de la tension e_i et f_i sont inconnues pour tous les nœuds excepté le nœud de référence « r », où la tension est spécifiée et fixée.

On a alors $2(n-1)$ équations à résoudre pour trouver la solution de la répartition des puissances.

La méthode de N.R exige que les équations non linéaires soient formées d'expressions liant les puissances et les composantes de la tension.

Ceci se traduit par :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_{n-1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \hline \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \vdots \\ \Delta e_{n-1} \\ \Delta f_1 \\ \vdots \\ \Delta f_{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Où le dernier nœud est le nœud de référence.

La forme de la matrice est :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

Où encore :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & | & J_2 \\ \hline J_3 & | & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

✓ **Les éléments de la matrice Jacobien :**

L'équation (3.15) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_{is} - e_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot e_k - B_{ik} \cdot f_k) - f_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot f_k + B_{ik} \cdot e_k) \\ \Delta Q_i = Q_{is} - f_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot e_k - B_{ik} \cdot f_k) + e_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot f_k + B_{ik} \cdot e_k) \end{cases} \quad (3.66)$$

D'où l'on peut tirer les éléments du Jacobien :

❖ Les éléments diagonaux de la matrice Jacobien J_1 $k=i$:

$$\frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_i} = - \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot e_k - B_{ik} \cdot f_k) - G_{ii} \cdot e_i - B_{ii} \cdot f_i \quad (3.67)$$

En utilisant l'équation (3.16), on peut réécrire l'équation ci-dessus :

$$\frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_i} = -a_i - G_{ii} \cdot e_i - B_{ii} \cdot f_i \quad (3.68)$$

❖ Les éléments non diagonaux de la matrice Jacobien J_1 $k \neq i$:

$$\frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} = -(G_{ii} \cdot e_i + B_{ii} \cdot f_i) \quad (3.69)$$

❖ Les éléments diagonaux de la matrice Jacobien J_2 $k=i$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_i} &= - \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot f_k + B_{ik} \cdot e_k) + B_{ii} \cdot e_i - G_{ii} \cdot f_i \\ &= -b_i + B_{ii} \cdot e_i - G_{ii} \cdot f_i \end{aligned} \quad (3.70)$$

✓ Les éléments non diagonaux de la matrice Jacobien J_2 $k \neq i$:

$$\frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} = B_{ik} \cdot e_i - G_{ik} \cdot f_i \quad (3.71)$$

✓ Les éléments diagonaux de la matrice Jacobien J_3 $k=i$:

$$\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_i} = - \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot f_k + B_{ik} \cdot e_k) + B_{ii} \cdot e_i - G_{ii} \cdot f_i = b_i + B_{ii} \cdot e_i - G_{ii} \cdot f_i \quad (3.72)$$

✓ Les éléments non diagonaux de la matrice Jacobien J_3 $k \neq i$:

$$\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j} = B_{ij} \cdot e_i - G_{ij} \cdot f_i \quad (3.73)$$

✓ Les éléments diagonaux de la matrice Jacobien J_4 $k=i$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_i} &= - \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot e_k - B_{ik} \cdot f_k) + G_{ii} \cdot e_i + B_{ii} \cdot f_i \\ &= -a_i + G_{ii} \cdot e_i + B_{ii} \cdot f_i \end{aligned} \quad (3.74)$$

✓ Les éléments non diagonaux de la matrice Jacobien J_4 $k \neq i$:

$$\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j} = G_{ij} \cdot e_i + B_{ij} \cdot f_i \quad (3.75)$$

➤ **Méthode de N.R en coordonnées polaires :**

Pour appliquer la méthode de N.R en utilisant les coordonnées polaires, les modules (V_i) et les angles de phase (θ_i) de la tension nodale sont les variables à résoudre.

Sous forme matricielle, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial V_{n-1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \\ \hline \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial \theta_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial V_{n-1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \vdots \\ \Delta \theta_{n-1} \\ \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Pour avoir des équations similaires pour les éléments de la matrice Jacobien, nous allons représenter les modules de la tension sous la forme : $\frac{\Delta V_1}{V_1}, \frac{\Delta V_2}{V_2}, \dots, \frac{\Delta V_{n-1}}{V_{n-1}}$

On obtient alors :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial V_1} V_1 & \dots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial V_{n-1}} V_{n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial V_1} V_1 & \dots & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial V_{n-1}} V_{n-1} \\ \hline \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial \theta_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial V_1} V_1 & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial V_{n-1}} V_{n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} & | & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial V_1} V_1 & \dots & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}} V_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \vdots \\ \Delta \theta_{n-1} \\ \frac{\Delta V_1}{V_1} \\ \vdots \\ \frac{\Delta V_{n-1}}{V_{n-1}} \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & | & N \\ - & & - \\ M & | & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

✓ **Les éléments de la matrice Jacobien :**

L'équation (3.17) peut se présenter comme suit :

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_{is} - V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} - B_{ik} \cdot \sin \theta_{ik}) \\ \Delta Q_i = Q_{is} - V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cdot \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \theta_{ik}) \end{cases} \quad (3.79)$$

Avec : P_{is} et Q_{is} sont des constantes spécifiées.

Les éléments de la matrice peuvent être obtenus en faisant les dérivations partielles de l'équation (3.77).

✓ Les éléments diagonaux de la matrice Jacobien H :

$$H_{ii} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_i} = V_i \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k (G_{ik} \cdot \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \theta_{ik}) \quad (3.80)$$

Ou encore :

$$H_{ii} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_i} = V_i^2 B_{ii} + Q_i \quad (3.81)$$

✓ Les éléments non diagonaux de la matrice Jacobien H :

$$H_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j (G_{ij} \cdot \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cdot \cos \theta_{ij}) \quad (3.82)$$

✓ Les éléments diagonaux de la matrice Jacobien N :

$$N_{ii} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_i} V_i = -V_i \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k (G_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin \theta_{ik}) - 2V_i^2 G_{ii} \quad (3.83)$$

Ou encore :

$$N_{ii} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_i} V_i = -V_i^2 G_{ii} - P_i \quad (3.84)$$

- ✓ Les éléments non diagonaux de la matrice Jacobien N :

$$N_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_k} V_k = V_i V_k (G_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin \theta_{ik}) ; k \neq i \quad (3.85)$$

- ✓ Les éléments diagonaux de la matrice Jacobien M :

$$M_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_i} = -V_i \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k (G_{ik} \cdot \sin \theta_{ik} + B_{ik} \cdot \cos \theta_{ik}) \quad (3.86)$$

Ou encore :

$$M_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_i} = V_i^2 G_{ii} - P_i \quad (3.87)$$

- ✓ Les éléments non diagonaux de la matrice Jacobien M:

$$M_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_k} = V_i V_k (G_{ik} \cdot \cos \theta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin \theta_{ik}) \quad (3.88)$$

- ✓ Les éléments diagonaux de la matrice Jacobien L :

$$L_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_i} V_i = -V_i \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k (G_{ik} \cdot \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \theta_{ik}) + 2V_i^2 B_{ii} \quad (3.89)$$

Ou encore :

$$L_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_i} V_i = V_i^2 B_{ii} - Q_i \quad (3.90)$$

- ✓ Les éléments non diagonaux de la matrice Jacobien L :

$$L_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_k} V_k = -V_i V_k (G_{ik} \cdot \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cdot \cos \theta_{ik}) ; k \neq i \quad (3.91)$$

Pour chaque itération, on calcule $\left[\Delta \theta, \frac{\Delta V}{V} \right]$, en résolvant le système (3.63) ou (3.77). Le processus s'arrêtera pour $\left| \Delta P^{iter}, \Delta Q^{iter} \right| \leq \varepsilon$

Organigramme de la méthode de Newton-Raphson :

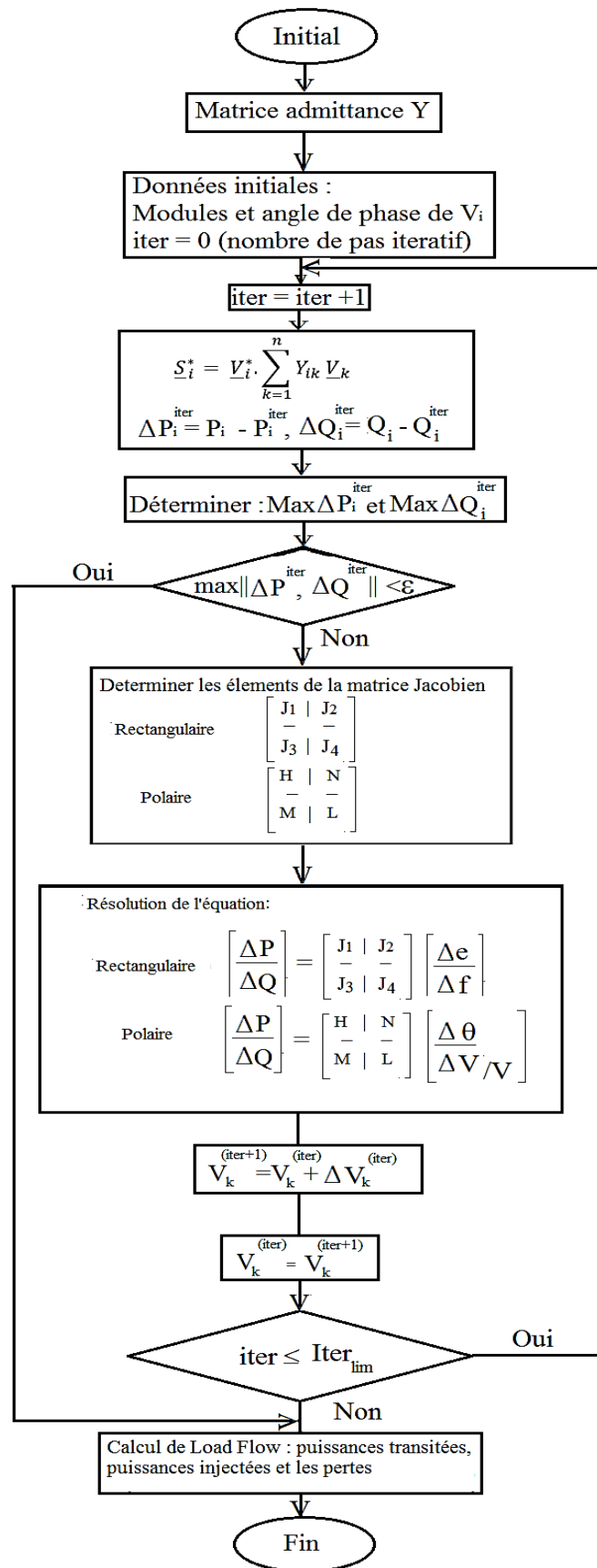


Figure III- 7 : Organigramme de la méthode de Newton-Raphson

C. La méthode découplée de Newton (D.N): [KET, 09]

Description de la méthode :

L'idée de base de la méthode D.N est d'exprimer les puissances en fonction des tensions nodales dans les coordonnées polaires. Les équations de puissance sont résolus séparément dont les puissances actives sont fonctions de l'angle de phase des tensions nodales (découplé $P\theta$) et les puissances réactives sont liées au module des tensions nodales (découplé QV).

D'après plusieurs expériences sur les calculs de la répartition des puissances, on a pu observer que la valeur numérique des éléments H et L de la matrice Jacobien de (3.78) sont invariablement beaucoup plus grands que ceux de M et N.

Par conséquent, on peut supposer $M \approx 0$ et $N \approx 0$. A partir de cela, on peut avoir deux systèmes d'équations linéaires indépendantes pour chaque itération. Ce qui réduit l'expression (3.78) :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & | & 0 \\ 0 & | & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

Ou encore :

$$\begin{cases} \Delta P = H \cdot \Delta \theta \\ \Delta Q = L \cdot \frac{\Delta V}{V} \end{cases} \quad (3.93)$$

Les éléments de la matrice H et L sont les mêmes que celles de la méthode de N.R en coordonnées polaires.

Le principal avantage de cette méthode par rapport à la méthode de N.R est la réduction de la mémoire de stockage pour la matrice Jacobien.

Test d'arrêt de l'itération :

Pour chaque itération, on calcule $\left[\Delta \theta, \frac{\Delta V}{V} \right]$, en résolvant le système (3.73). Le processus s'arrêtera pour $\left| \left| \Delta P^{iter}, \Delta Q^{iter} \right| \right| \leq \varepsilon$

D. La méthode de découplée rapide de newton (D.R.N) : [WAN, 08] [DIR, 11]

La méthode de découplée rapide de newton (en anglais Fast decoupled method) est une simplification de la méthode D.N par l'approximation des coefficients de la matrice H et L de l'équation (3.73) en matrices constantes et symétriques.

Puisque la différence de l'angle de phase qui parcourt la ligne de transmission est généralement petit (ne dépasse pas $10^\circ \sim 20^\circ$) :

$$\theta_{ik} = (\theta_i - \theta_k) \approx 0 \quad (3.94)$$

De sorte les relations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta_{ik} \approx 1 \\ \sin \theta_{ik} \approx 0 \\ G_{ik} \sin \theta_{ik} \ll B_{ik} \end{array} \right\} \quad (3.95)$$

En outre, l'admittance B_{Li} qui correspond à la puissance réactive au nœud i est certainement plus petite que la partie imaginaire de son propre admittance ; c'est-à-dire :

$$B_{Li} = \frac{Q_i}{V_i^2} \ll B_{ii} \quad (3.96)$$

De cette équation précédente, on peut écrire :

$$Q_i \ll V_i^2 \cdot B_{ii} \quad (3.97)$$

En se basant sur ces approximations, les éléments de la matrice (3.72) peuvent être écrits :

$$\left. \begin{array}{l} H_{ii} = V_i^2 B_{ii} \\ H_{ij} = V_i V_j B_{ij} \\ L_{ii} = V_i^2 B_{ii} \\ L_{ij} = V_i V_j B_{ij} \end{array} \right\} \quad (3.98)$$

Les matrices H et L deviennent :

$$H = L = \begin{bmatrix} V_1^2 B_{11} & V_1 V_2 B_{12} & \dots & V_1 V_n B_{1n} \\ V_2 V_1 B_{21} & V_2^2 B_{22} & \dots & V_2 V_n B_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_n V_1 B_{n1} & V_n V_2 B_{n2} & \dots & V_n^2 B_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

Ou encore :

$$H = L = \begin{bmatrix} V_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & V_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & V_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & V_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & V_n \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

En substituant l'équation (3.80) dans (3.73), on a les expressions suivantes :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1/V_1 \\ \Delta P_2/V_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n/V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \Delta \theta_1 \\ V_2 \Delta \theta_2 \\ \vdots \\ V_n \Delta \theta_n \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

Et :

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1/V_1 \\ \Delta Q_2/V_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n/V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

On peut simplifier l'écriture par :

$$[\Delta P/V] = B' V \Delta \theta \quad (3.103)$$

$$[\Delta Q/V] = B'' \Delta V \quad (3.104)$$

Ces deux équations (3.103) et (3.104) devraient être traitées différemment.

Les matrices B' et B'' n'ont pas la même dimension. Si la dimension de la matrice B' est $n - 1$, celle de B'' est inférieure à $n - 1$. Ceci à cause de (1.82) qui n'inclue pas les équations liées au nœud PV. En conséquent si le système a r nœuds PV, alors la dimension B'' devrait être $n - r - 1$.

✓ Les éléments de la matrice B' :

$$B'_{ik} = -\frac{x_{ik}}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2}, \quad B'_{ii} = \sum_{k=1}^n \frac{x_{ik}}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2} = \sum_{k=1}^n B'_{ik} \quad (3.105)$$

✓ Les éléments de la matrice B'' :

$$B''_{ik} = -\frac{1}{x_{ik}}, \quad B''_{ii} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_{ik}} - b_{ish} = \sum_{k=1}^n B'_{ik} - b_{ish} \quad (3.106)$$

Avec :

r_{ik} : *resistance de la branche ik*

x_{ik} : *reactance de la branche ik*

b_{ish} : *L'admittance shunt du noeud i*

E. La méthode de l'approximation du Courant Continu (A.C.C): [WAN, 08]

L'approximation du courant continu(ou DC load flow) est un modèle simplifié de l'écoulement de puissance dans un réseau, qui consiste à :

- ✓ Approximer la relation entre puissances actives et phases des tensions par une fonction linéaire.
- ✓ Approximer la différence de phase entre les nœuds ($\theta_{ik} = \theta_i - \theta_j$) est petite
- ✓ Négliger les pertes actives dans tous les branches : $r_{ik} \approx 0$
- ✓ Supposer que les modules des tensions sont tous égaux à : $V_i = V_k = 1 \text{ pu}$
- ✓ Négliger les transits de puissance réactive.
- ✓ Négliger l'effet des transformateurs en prenant $a_{ik} \approx 1$

La puissance active dans les nœuds du réseau pour la répartition de la puissance est donnée par :

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}); \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, n$$

Avec : $\theta_{ik} = \theta_i - \theta_k$

$$Z_{ik} = G_{ik} + jB_{ik} = -\frac{1}{r_{ij} + jx_{ij}} = \frac{-r_{ik}}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2} + j \frac{-x_{ik}}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2}$$

Où : r_{ij}, x_{ij} sont la résistance et la réactance du branche

Pour $i=k$

$$G_{ii} = -\sum_{k=1}^n G_{ik}$$

$$B_{ii} = -\sum_{k=1}^n B_{ik}$$

Ces hypothèses nous permettent d'écrire les équations suivantes:

$$G_{ik} = \frac{-r_{ik}}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2} \approx 0 \quad \text{et} \quad B_{ik} = \frac{-x_{ik}}{r_{ik}^2 + x_{ik}^2} \approx -\frac{1}{x_{ik}} \quad (3.107)$$

$$\sin\theta_{ik} \approx \theta_{ik} \quad \text{et} \quad \cos\theta_{ik} \approx 1$$

En introduisant ces simplifications dans l'expression (3.13) de la puissance active injectée au i – ème nœud, on trouve aisément :

$$P_i = - \sum_{k=1}^n B_{ik} \theta_{ik} \quad (3.108)$$

En forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \dots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

Etant donné son caractère linéaire et non itératif, ce modèle simplifié est utilisé pour alléger des calculs très volumineux ainsi que pour calculer par superposition les effets de plusieurs modifications appliquées au réseau. En général, l'erreur commise sur les transits de puissance active est de l'ordre de quelques pourcents de la valeur exacte.

F. Conclusion :

Nous avons vus les différentes méthodes pour le calcul de la répartition des puissances. Chaque méthode a chacun ses avantages et ses inconvénients. Le critère de choix entre ces méthodes dépend du temps de calcul, de la précision des résultats et de la dimension du réseau.

Vu la complexité des réseaux d'énergie électrique, ainsi que leur taille (nombre de nœuds et de branches), on est amené à faire une réduction de réseau lorsqu'une partie du réseau seulement fait l'objet de notre étude particulière, comme la mise en place de la protection, calcul de la section adéquate des conducteurs,...

Chapitre IV : Méthode de simplification du réseau électrique pour la répartition des puissances :

I. Introduction :

Dans les études sur l'analyse des réseaux, les calculs de la répartition des puissances sont souvent confrontés aux réseaux radiaux ou interconnectés de très grandes dimensions. Par conséquent, l'étude du modèle complet, sans prendre aucune mesure pour réduire la taille de ces réseaux, nécessite des capacités de stockage et de temps de calcul très importants.

Dans ce chapitre, nous allons voir les différentes méthodes pour réduire la dimension d'un réseau étudié en éliminant ou en remplaçant certaines parties du réseau, qui ne seront pas étudiés (zone externe), par leurs modèles statiques réduits (équivalents statiques). Les restes du réseau conservés représentent la zone interne où les résultats du load flow devraient être détaillés.

Les modèles obtenus par les méthodes que nous allons voir seront appelés par « les modèles statiques réduits ».

II. Les caractéristiques requises des modèles statiques réduits des réseaux électriques :

Un modèle statique réduit doit avoir les caractéristiques suivantes :

- ✓ L'aptitude à modéliser d'une manière fiable et précise l'effet du système externe et du système interne.
- ✓ L'efficacité mathématique afin d'éviter l'infaisabilité de solution, la perte de précision, ou l'inefficacité du calcul par un problème de convergence et/ou des problèmes de précision arithmétique.
- ✓ La simplicité du calcul et de l'application de l'équivalent est toujours souhaitable. En effet, il y a souvent d'autres facteurs affectant la conception des modèles statiques réduits :
 - Un équivalent représenté par un modèle compatible avec les programmes classiques du calcul de la répartition de puissance.
 - Dans certains cas, il est peut être nécessaire que quelques nœuds du système externe soient explicitement conservés dans l'équivalent.

III. Méthodes de construction des modèles statiques réduits :

Les modèles statiques réduits sont utilisés dans les analyses statiques du réseau. Dans ces analyses, On ne considère que le régime stationnaire (ou quasi stationnaire) du réseau. On suppose que le système a passé avec succès la période transitoire, ou est dynamiquement stable.

Par conséquent, les variables importants sont les transits de puissances sur les lignes et la tension aux nœuds.

Toutes les tensions doivent donc évoluer dans une limite de sécurité (pour le réseau de distribution : -10% à +6% de la tension nominale). Si la tension aux nœuds est au-dessous d'un certain niveau, il y aura un risque d'instabilité de tension du fait de l'augmentation des pertes dans le réseau. Par contre, si la tension est très élevée, il y aura un risque de destruction des équipements. Par ailleurs, la puissance transitée dans les lignes doit être inférieure à sa limite maximale qui est généralement la limite thermique de la ligne.

C'est pourquoi les modèles statiques réduits, qui reflètent la réponse quasi-stationnaire du réseau externe, doit assurer une précision acceptable entre le calcul de répartition des puissances du réseau complet et celui du réseau réduite.

Les méthodes de déterminations des modèles statiques réduites sont :

- Méthode de réduction de Kron
- Méthodes d'équivalent statique

IV. Méthode de réduction de Kron : [ROB, 11]

La méthode de réduction de Kron appelée aussi méthode de l'élimination nodale est une technique utilisée afin de réduire les dimensions de la matrice admittance. Elle consiste à éliminer, dans le système externe, les nœuds de charge en se basant sur le fait que le courant injecté dans ces dernières barres est nul ; donc on ne gardera que les nœuds des générateurs.

Avant l'élimination des nœuds du réseau, On a :

$$\begin{bmatrix} I_R \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{RR} & Y_{RE} \\ Y_{ER} & Y_{EE} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ V_E \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Où :

Y_{RR} : Matrice admittance complexes des nœuds à retenir.

Y_{EE} : Matrice admittance complexes des nœuds à éliminer.

$Y_{RE} = Y_{ER}$: Matrice admittance complexes des lignes liant des nœuds à retenir des nœuds à éliminer.

I_R : Représente les vecteurs complexes des courants dans nœuds à retenir.

$\underline{V}_R, \underline{V}_E$: Représentent respectivement les vecteurs complexes tensions des nœuds à retenir et les vecteurs tensions des nœuds à éliminer.

En développant l'équation matricielle (4.1), on aura :

$$I_R = Y_{RR} V_R + Y_{RE} V_E \quad (4.2)$$

$$0 = Y_{ER} V_R + Y_{EE} V_E \quad (4.3)$$

(4.2) peut être encore écrit :

$$V_R = -Y_{EE}^{-1} Y_{ER} V_E \quad (4.4)$$

Et en combinant l'équation (4.4) avec (4.2), on obtient l'équation suivant:

$$I_R = Y_{RR} V_R + (-Y_{RE} Y_{EE}^{-1} Y_{ER} V_R) = (Y_{RR} - Y_{RE} Y_{EE}^{-1} Y_{ER}) V_R = Y_R \cdot V_R \quad (4.5)$$

Au final, on obtient la matrice admittance réduite :

$$Y_R = Y_{RR} - Y_{RE} Y_{EE}^{-1} Y_{ER} \quad (4.6)$$

v. Méthodes d'équivalent statique : [THA, 08] [KHA, 10]

Les méthodes d'équivalent statiques sont des méthodes de réduction topologiques ou nodales qui consistent à réduire la taille du sous-réseau externe. Elles se traduisent par la transformation du sous réseau externe initialement de très grande taille, en un réseau de petite taille par le regroupement des nœuds en faisant appel aux méthodes réductions telles que :

-  Méthode d'équivalent de type WARD
-  Méthode d'équivalent de type REI
-  Méthode d'équivalent de type ETI

A. Les équations matricielles courant-tension d'un grand réseau :

Dans un grand réseau électrique, l'ensemble des nœuds peuvent être partitionnés en trois groupes :

- ✚ Nœuds du réseau interne (I) : formant l'ensemble des nœuds de la zones du système à étudiés.
- ✚ Nœuds frontières (F) : regroupant les nœuds entre le système interne et le système externe.
- ✚ Nœuds externes (E) : représentant l'ensemble des nœuds de la zone du système externe.

La figure IV-1 illustre les trois sous-systèmes :

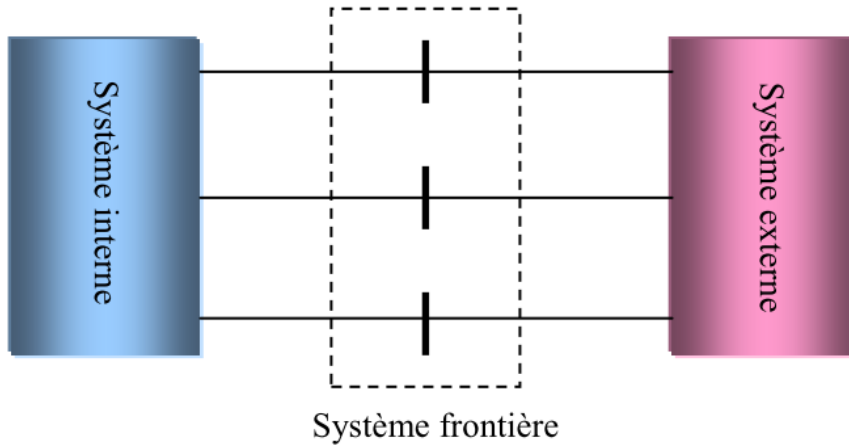


Figure IV- 1: Grand réseau subdivisé en trois sous-systèmes

Avec la subdivision (systèmes externe, frontière et interne), on peut écrire l'équation matricielle décrivant les relations courant-tension aux différents nœuds des trois sous-systèmes comme suit :

$$\begin{bmatrix} I_E \\ I_F \\ I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{EE} & Y_{EF} & 0 \\ Y_{FE} & Y_{FF} & Y_{FI} \\ 0 & Y_{IF} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_E \\ V_F \\ V_I \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Où :

Y_{EE} : Matrice admittance des nœuds externes.

Y_{EF} : Matrice admittance des nœuds externes-frontières.

Y_{II} : Matrice admittance des nœuds internes.

Y_{IF} : Matrice admittance des nœuds internes-frontières

$Y_{FF} = Y_{FF}^{EF} + Y_{FF}^{FF} + Y_{FF}^{IF}$: Matrice admittance des nœuds frontières

Y_{FF}^{EF} : Première sous-matrice admittance des nœuds frontières qui ne contient que les admittances des lignes liant les nœuds frontières avec les nœuds externes.

Y_{FF}^{FF} : Deuxième sous-matrice admittance des nœuds frontières qui ne contient que les admittances des lignes liant les nœuds frontières entre eux.

Y_{FF}^{IF} : Troisième sous matrice admittance des nœuds frontières qui ne contient que les admittances des lignes liant les nœuds frontières avec les nœuds internes.

V_E, V_F, V_I : représentent respectivement la matrice complexes des tensions nodales aux nœuds externes, aux nœuds frontières, aux nœuds internes.

I_E, I_F, I_I : représentent respectivement la matrice complexes des courants injectés aux nœuds externes, aux nœuds frontières, aux nœuds internes.

De l'équation (4.1), on peut écrire les équations matricielles suivantes :

$$I_E = [Y_{EE}].V_E + [Y_{EF}].V_F \quad (4.8)$$

$$I_F = [Y_{FE}].V_E + [Y_{FF}].V_F + [Y_{FI}].V_I \quad (4.9)$$

$$I_I = [Y_{IF}].V_F + [Y_{II}].V_I \quad (4.10)$$

B. Méthode équivalent de type WARD :

Cette méthode d'équivalent extérieur a été développée par Ward en 1949 pour réduire le réseau extérieur, ce qui facilite les études sur les grands systèmes électriques. En effet, cette méthode reste jusqu'à présent très employée pour la représentation des réseaux voisins et la version initiale de cet équivalent a été améliorée avec plusieurs versions :

Méthode WARD des admittances :

Cette méthode consiste à transformer les injections des puissances (active/réactive) dans les nœuds externes, les nœuds de charge (P-Q) et les nœuds de productions (P-V), en admittances shunt. Cela aboutit à une équation matricielle des admittances nodales passives pour les nœuds extérieurs.

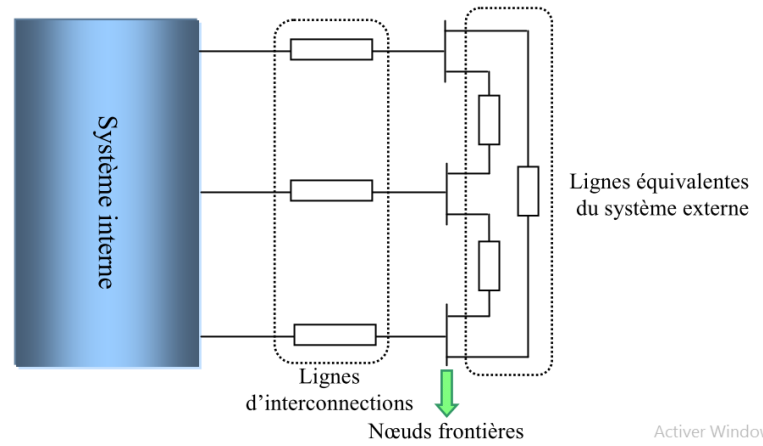


Figure IV- 2: Modèle WARD des admittances

$$[Y_{EE}]V_E + [Y_{EF}]V_F = I_E = -\frac{S_E^*}{V_E^*} \quad (4.11)$$

Où : S_E est la matrice des puissances apparentes injectées aux nœuds du système externe.

On peut écrire différemment l'équation (4.11) comme suit :

$$\left[\left(Y_{EE} + \frac{S_E^*}{V_E^2} \right) \right] V_E + [Y_{EF}]V_F = 0 \quad (4.12)$$

Ainsi, l'équation matricielle (4.7) courant-tension devient comme suit :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_F \\ I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{EE} & Y_{EF} & 0 \\ Y_{FE} & Y_{FF} & Y_{FI} \\ 0 & Y_{IF} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_E \\ V_F \\ V_I \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Avec :

$$Y'_{EE} = \left[\left(Y_{EE} + \frac{S_E^*}{V_E^2} \right) \right] \quad (4.14)$$

On peut donc éliminer les nœuds extérieurs avec injection nulle par la méthode Gaussienne pour obtenir l'équation suivant :

$$\begin{bmatrix} I_F \\ I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{FF}^{eq} + Y_{FF}^{FI} & Y_{FI} \\ Y_{IF} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_F \\ V_I \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Avec :

$$[Y_{FF}^{eq}] = [Y_{FF}^{EF} + Y_{FF}^{FF}] - [Y_{FE}][Y'_{EE}]^{-1}[Y_{EF}] \quad (4.16)$$

Les éléments de la matrice $[Y_{FF}^{eq}]$ représentent le réseau fictif équivalent du réseau extérieur connecté aux nœuds frontière, comme le montre la figure IV-2. On remarque que le réseau extérieur est représenté uniquement par des éléments passifs. En effet, il est aussi important d'indiquer que les paramètres de ces éléments sont dépendants du point de fonctionnement du réseau extérieur.

Méthode WARD des injections :

La méthode WARD des injections comprend deux différents types de modèles comme suit :

➤ **Modèle de type Ward :**

Ce modèle représente le système externe d'abord par un groupe de lignes équivalentes connectées aux nœuds frontières qui représentent la topologie du réseau extérieur (partie passive du modèle) et ensuite par des injections de puissance complexe des nœuds frontières qui compensent les injections de puissance des nœuds externes supprimés (partie active du modèle). Ainsi, les deux étapes nécessaires pour construire le modèle sont les suivantes :

✓ **Calcul des paramètres des lignes équivalents du modèle connectées aux nœuds frontières (parties passive du modèle) :**

On élimine tous les nœuds externes de l'équation (4.7) et on les remplace par un réseau équivalent connecté à la frontière représenté par la matrice d'admittance $[Y_{FF}^{eq}]$. L'équation (4.7) devient :

$$\begin{bmatrix} I_F - \Delta I_F \\ I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{FF}^{eq} + Y_{FF}^{FI} & Y_{FI} \\ Y_{IF} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_F \\ V_I \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

La matrice du réseau équivalent contenant seulement les nœuds frontières peut être obtenue par un calcul matriciel comme suit :

$$Y_{FF}^{eq} = [Y_{FF}^{EF} + Y_{FF}^{FF}] - [Y_{FE}][Y'_{EE}]^{-1}[Y_{EF}] \quad (4.18)$$

✓ **Calcul des injections de puissance active/réactive aux nœuds frontières (partie active du modèle) :**

La matrice $[\Delta I_F]$ décrit l'injection de courant additionnelle aux nœuds frontières. Ces injections de courant aux nœuds frontières seront transformées en injections de puissance en ces nœuds comme suit :

$$[\Delta I_F] = [Y_{FE}][Y'_{EE}]^{-1}[\underline{I}_E] \quad (4.19)$$

$$[\Delta S_F] = -[V_{F,d}][\Delta I_F]^* = -[V_{F,d}]\{[Y_{FE}][Y'_{EE}]^{-1}[\underline{I}_E]\}^* \quad (4.20)$$

Où :

$[V_{F,d}]$: Matrice diagonale dont les éléments sont les composantes du vecteur $[V_F]$

On peut aussi écrire :

$$[I_E]^* = [V_{E,d}]^{-1}[S_E] \quad (4.21)$$

Avec : $[V_{E,d}]$: matrice diagonale de $[V_E]$

En remplaçant la valeur de $[I_E]^*$ de l'équation (4.21) dans l'équation (4.20), on obtient la relation finale (4.22) permettant de calculer les injections des puissances complexes aux nœuds frontières (partie active du modèle).

$$[\Delta S_F] = -[V_{F,d}][Y_{FE}]^*[Y_{EE}^*]^{-1}[V_{E,d}]^{-1}[S_E] \quad (4.22)$$

Le grand avantage de ce modèle réside dans la séparation entre la partie passive du modèle déterminé en utilisant uniquement les données topologiques du réseau extérieur et la partie active du modèle qui tient compte du point de fonctionnement du réseau extérieur par les injections aux nœuds des frontières.

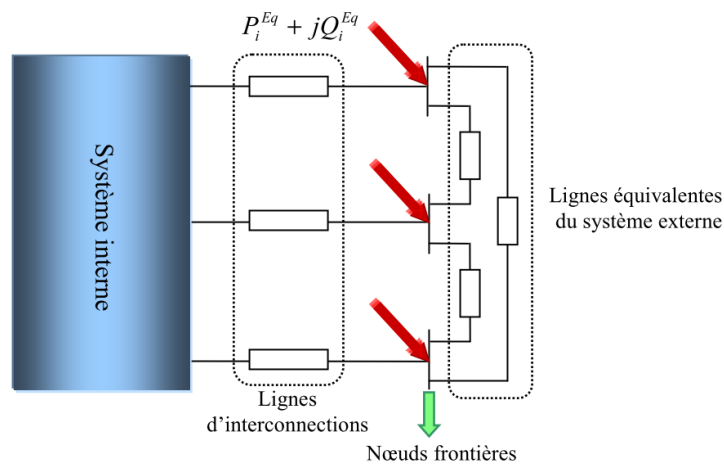


Figure IV- 3: Modèle de type Ward

➤ **Modèle de type PV-Ward :**

Ce modèle consiste à garder les nœuds (P-V) du système externe en vue d'avoir leur réaction en puissance réactive aux contingences analysées du système étudié.

Pour ce modèle, on construit à partir de l'équation (4.7) une nouvelle équation courant-tension du réseau qui sépare en fait les nœuds (P-V) des nœuds (P-Q) du système externe comme suit :

$$\begin{bmatrix} I_Q \\ I_U \\ I_F \\ I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{QQ} & Y_{QU} & Y_{QF} & 0 \\ Y_{UQ} & Y_{UU} & Y_{UF} & 0 \\ Y_{FQ} & Y_{FV} & Y_{FF} & Y_{FI} \\ 0 & 0 & Y_{IF} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_Q \\ V_U \\ V_F \\ V_I \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Avec :

Y_{QQ} : Matrice admittance des nœuds de type (P-Q) du système externe.

Y_{UU} : Matrice admittance des nœuds de type (P-V) du système externe.

$$Y_{FF} = Y_{FF}^{QF} + Y_{FF}^{VF} + Y_{FF}^{FF} + Y_{FF}^{IF}$$

Puis en éliminant seulement les nœuds (P-Q), dont les courants injectés dans ces nœuds sont nuls, du système externe, on obtient l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} I_U \\ I_F \\ I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Y'_{UU} & Y'_{UF} & 0 \\ 0 & Y'_{FU} & Y'^{Eq}_{FF} + Y^{FI}_{FF} & Y_{FI} \\ 0 & 0 & Y_{IF} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_U \\ V_F \\ V_I \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Où :

$Y'_{UU}, Y'_{VF}, Y'_{FV}$ et Y'_{FF} : sont les nouvelles sous-matrices obtenues après avoir éliminé uniquement les nœuds (P-Q) du système externe.

La figure IV-4 illustre ce modèle :

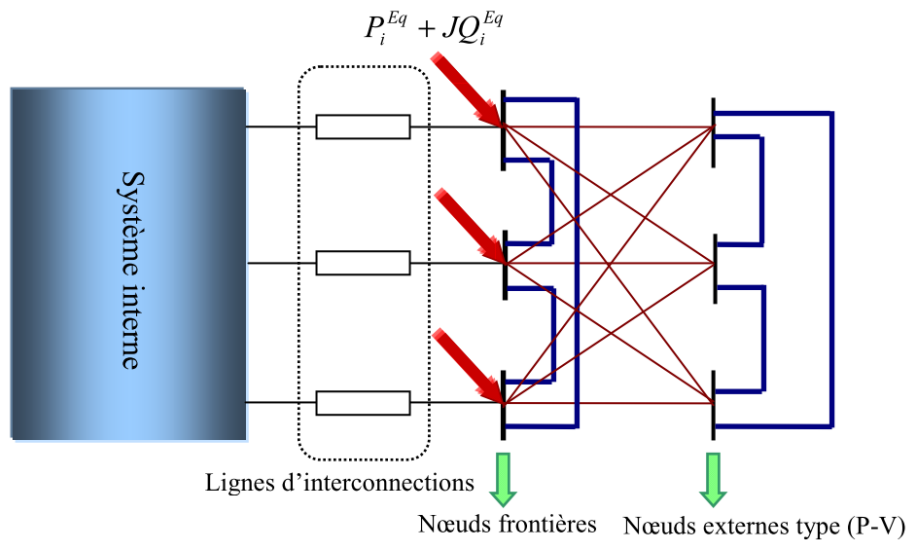


Figure IV- 4: Modèle de type PV-Ward

C. Méthode d'équivalent de type REI : [FED, 09] [MIH, 09]

La méthode équivalente de REI (« Radial Equivalent Independent » en anglais) a été développée par P.DIMO dans les années 1970. Cette méthode a comme origine les concepts de l'analyse nodale des réseaux d'énergie. Elle est basée sur la réduction géométrique massive des grands systèmes modernes d'énergie, réduction par laquelle on obtient un changement de structure, tout en conservant la nature du système réel et ses éléments essentiels. Dans ce qui suit, on présente les deux modèles de base de cette méthode.

REI à un nœud fictif :

Cette méthode consiste à remplacer l'ensemble des nœuds du réseau externe par un réseau auxiliaire linéaire, dit « à bilan nul ». La référence explique clairement l'origine et les concepts du réseau à bilan énergétique nul. Pour construire ce modèle, toutes les injections de puissance (active/réactive) sont retirées des nœuds extérieurs et regroupées sur un ou plusieurs nouveaux nœuds fictifs de REI. Les nœuds extérieurs deviennent ensuite passifs et seront éliminés par la méthode d'élimination Gaussienne. Le réseau réduit ne contient que les nœuds du réseau à étudier et un nœud fictif. En théorie, la perte totale du réseau est égale à zéro.

La procédure de construction du modèle équivalent est présentée ci-dessous :

- ⇒ On crée un nœud fictif, regroupant toutes les injections aux nœuds du réseau extérieur. C'est-à-dire que la puissance au nœud fictif est la somme algébrique des puissances apparentes des nœuds extérieurs :

$$S_f = \sum_{i \in E} S_i \quad (4.25)$$

- ⇒ On linéarise toutes les charges du réseau externe en remplaçant par les admittances Y_{0K} (k = nombre de nœuds du réseau externe E) entre les nœuds du réseau externe et un nœud supplémentaire à bilan nul (nommé « nœud 0 »).
- ⇒ Finalement, on ajoute une admittance (nommée y_{0f}) entre le nœud 0 et le nœud f telle que les pertes dans celle-ci compensent exactement les pertes dans les branches entre le nœud 0 et les nœuds externes.

Le courant et la puissance du nœud fictif sont calculés par les équations suivantes :

$$I_{f0} = \sum_{K \in E} I_{0K} \quad (4.26)$$

$$S_f = \sum_{K \in E} S_K \quad (4.27)$$

$$S_K = S_{Kg} - S_{Kc} \quad (4.28)$$

Avec :

I_{0K} : Courant circulant entre le nœud 0 à bilan nul et le $k^{ième}$ nœud externe

I_{f0} : Courant circulant entre le nœud 0 à bilan nul et le nœud fictif f .

S_K : Puissance apparente injectée au $k^{ième}$ nœud externe

S_{Kg} : Puissance apparente produite au $k^{ième}$ nœud externe

S_{Kc} : Puissance apparente consommée au $k^{ième}$ nœud externe

Les charges du réseau extérieur sont linéaires en utilisant les équations suivantes :

$$I_f = I_{f0} = \frac{S_f^*}{V_f^*} = y_{0f}(V_f - V_0) \quad (4.29)$$

$$I_{0K} = \frac{S_K^*}{V_K^*} = y_{0K}(V_0 - V_K) \quad (4.30)$$

$$V_f = \frac{S_f^*}{I_{f0}^*} = \quad (4.31)$$

$$y_{0f} = \frac{I_{f0}}{\left(\frac{S_f}{I_{f0}^* - V_0} \right)} \quad (4.32)$$

$$y_{0K} = \frac{S_K^*}{(V_K^*(V_0 - V_K))} \quad (4.33)$$

Où :

V_0 : Tension du nœud 0 à bilan nul par rapport à la terre

V_f : Tension du nœud fictif par rapport à la terre

Les équations (4.32) et (4.33) peuvent être simplifiées en faisant $U_0 = 0$ soit :

$$y_{0f} = \frac{I_{f0}^2}{S_f} = I_{f0}^2 / \sum_{K \in E} S_K \quad (4.34)$$

$$y_{0K} = -\frac{S_K^*}{V_K^2} \quad (4.35)$$

Où :

V_K : Tension des nœuds du réseau externe.

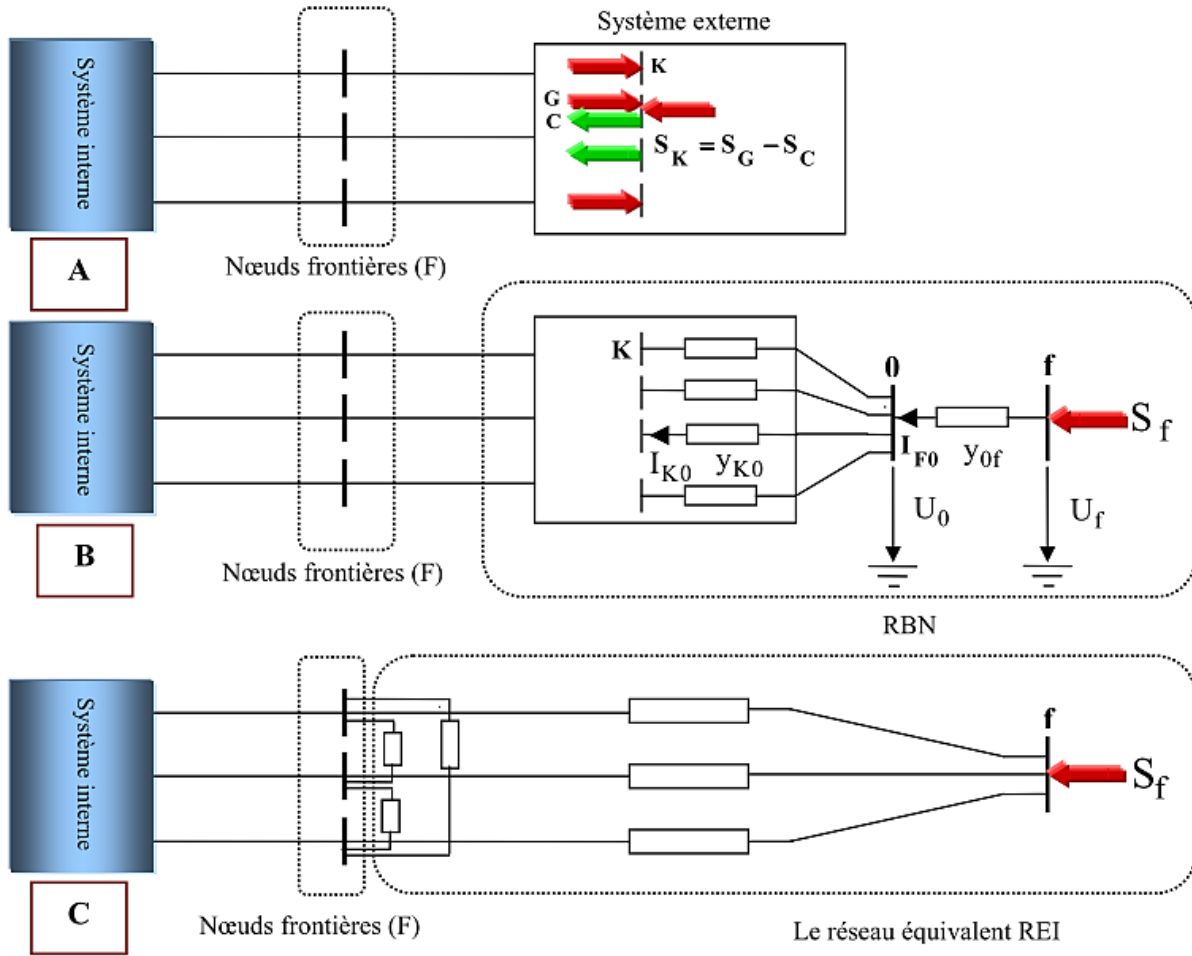


Figure IV- 5: Equivalent REI à un seul nœud fictif

En ajoutant le réseau à bilan nul (RBN) au réseau externe comme montre la figure ci-dessus, on obtient l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} Y_{EE} & Y_{E0} & 0 & Y_{EF} \\ Y_{0E} & Y_{00} & -y_{0f} & 0 \\ 0 & -y_{0f} & Y_{ff} & 0 \\ Y_{FE} & 0 & 0 & Y_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_E \\ V_0 = 0 \\ V_f \\ V_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_f \\ I_F \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Avec :

$$Y_{00} = y_{0f} + \sum_{K \in E} y_{K0} \quad (4.37)$$

$$Y_{ff} = y_{0f} \quad (4.38)$$

Y_{00} : Admittance propre du nœud 0 à bilan nul

Y_{ff} : Admittance propre du nœud fictif

Après l'introduction du réseau RBN, les nœuds externes deviennent tous des nœuds passifs (à injections nulles) et on peut donc tous les éliminer par une élimination de Gauss, ainsi que le nœud 0. On ne garde donc que le nœud fictif (f) et les nœuds frontières (F). Alors, on obtient :

$$\begin{bmatrix} I_f \\ I_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{ff} & Y'_{fF} \\ Y'_{Ff} & Y'_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_f \\ V_F \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Ou encore :

$$Y'_{ff} V_f + Y'_{fF} V_F = I_f \quad (4.40)$$

$$Y'_{Ff} V_f + Y'_{FF} V_F = I_F \quad (4.41)$$

Où :

Y'_{fF} : Matrice admittance des nœuds frontières-nœud fictif f obtenue après avoir éliminé tous les nœuds du système externe et le nœud 0 à bilan nul.

Y'_{FF} : Matrice admittance des nœuds frontières obtenue après avoir éliminé tous les nœuds du système externe et le nœud 0 à bilan nul.

Y'_{ff} : Matrice admittance du nœud fictif obtenue après avoir éliminé tous les nœuds du système externe et le nœud 0 à bilan nul.

Le réseau réduit comprend les nœuds du réseau à étudier, les nœuds frontières et le nœud fictif.

REI à deux nœuds fictifs :

On trouvera aussi des équivalents REI à deux nœuds fictifs, l'un de type générateur (G), l'autre type consommateur (C), figure IV-6. D'une manière générale, la procédure de construction de cet équivalent est similaire à celle de l'équivalent REI à un seul nœud fictif.

Mais à la différence de l'équivalent REI à un seul nœud fictif, l'équivalent REI à deux nœuds fictifs regroupe tous les nœuds du système externe fournissant de la puissance dans le nœud générateur G , et tous les nœuds absorbant de la puissance sont rassemblés dans le nœud C .

Dans les deux modèles de cette méthode, le point de fonctionnement est intégré dans les admittances des branches du réseau REI. Par conséquent, après la réduction, le modèle REI dépend non seulement des données topologiques du réseau externe, mais aussi du point de fonctionnement du réseau extérieur. Cela présente un inconvénient majeur des modèles de type REI, car cela complique la procédure de la mise à jour de ces modèles qui est nécessaire pour l'application en ligne.

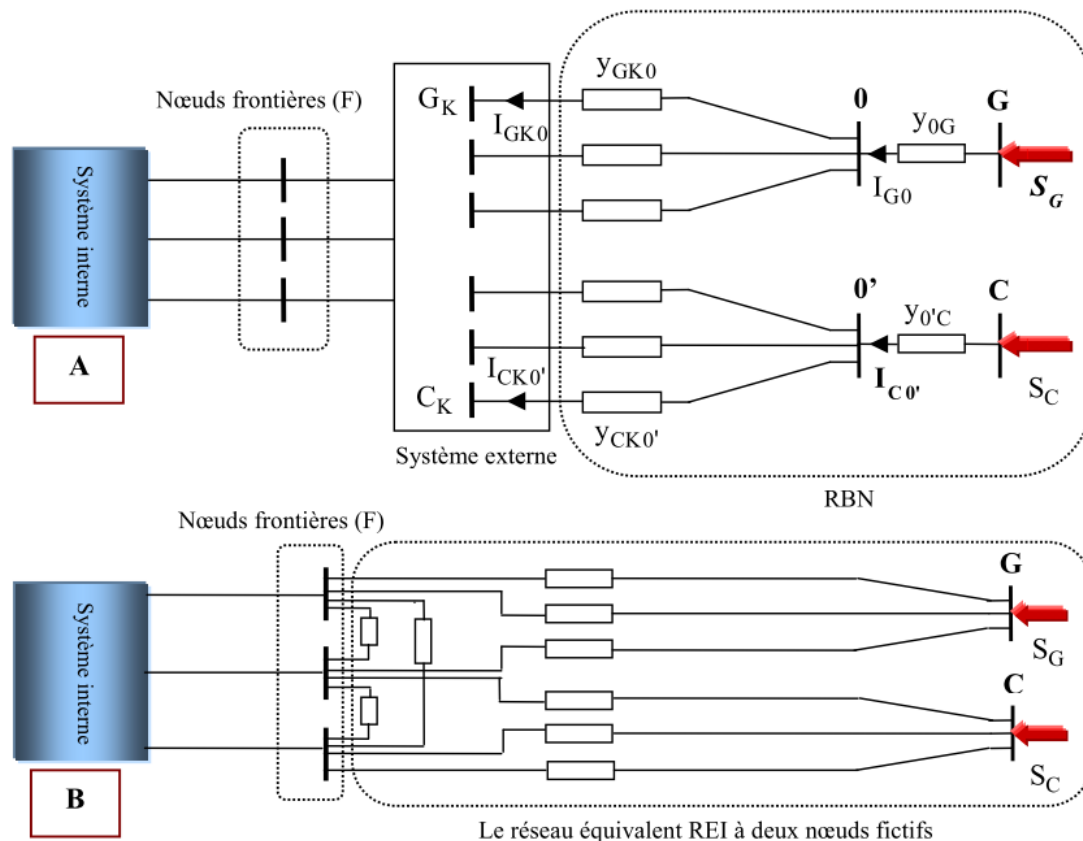


Figure IV- 6: Equivalent REI à deux nœuds fictifs

D. Méthode d'équivalent de type de transformateurs idéaux (ETI) :

ETI à un nœud fictif :

La méthode équivalente à transformateurs idéaux est une méthode hybride qui combine WARD et REI. Le RBN est également introduit dans le réseau, mais la différence essentielle par rapport à l'équivalent REI réside dans le traitement de ce réseau.

Au lieu d'ajouter des admittances au RBN comme la méthode de REI, on introduit des transformateurs idéaux à rapport complexe entre les nœuds du réseau extérieur et le nœud fictif.

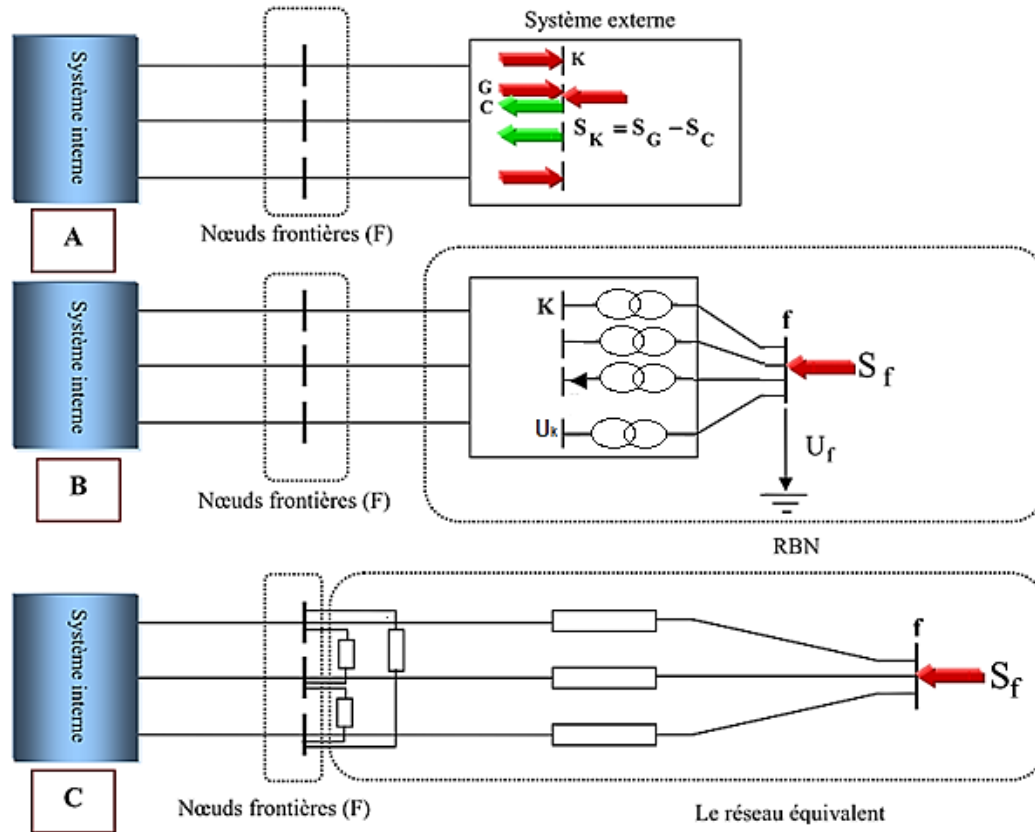


Figure IV- 7: Equivalent ETI à un nœud fictif

Le réseau équivalent connecté aux nœuds frontières doit satisfaire deux conditions suivantes :

- ❖ Les courants et les tensions aux nœuds de frontière ne sont pas changés.
- ❖ La puissance totale injectée au nœud fictif doit être égale à la somme des injections des nœuds extérieurs.

$$S_f = \sum_{i \in E} S_i \quad (4.42)$$

Une fois que l'on connaît les valeurs aux nœuds extérieurs, en supposant la tension au nœud fictif $U_f = 1$ (p.u) ou $V_f = \frac{\sum_{i=0}^k V_i}{k}$ (p.u) où k est le nombre des nœuds extérieurs, on peut calculer le rapport de transformation complexe entre les nœuds du réseau extérieur et le nœud fictif.

$$N_{if} = \frac{V_i}{V_f} \quad (4.43)$$

L'application de la condition 2 de la formule nous donne :

$$\frac{S_f}{V_f} = \frac{\sum_{i \in E} V_i I_{fi}^*}{V_f} \Rightarrow I_f^* = \sum_{i \in E} N_{if} I_{fi}^* \Rightarrow I_f = \sum_{i \in E} N_{if}^* I_{fi} \quad (4.44)$$

On peut réécrire les équations (4.43) et (4.44) sous forme de matrice :

$$[V_E] = [N_{if}] V_f \quad (4.45)$$

$$[I_E] = \left([N_{if}^*]^T \right)^{-1} [I_f] \quad (4.46)$$

A partir de l'équation (4.24), on retire la partie du réseau extérieur dans la matrice d'admittance:

$$\begin{bmatrix} Y_{EE} & Y_{EF} \\ Y_{FE} & Y_{FF}^{EF} + Y_{FF}^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_E \\ V_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{Ef} \\ I_F \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

En remplaçant les équations (4.45) et (4.46) à l'équation (4.47), on a :

$$\begin{bmatrix} Y_{ff} & Y_{fF} \\ Y_{Ff} & Y_{FF}^{EF} + Y_{FF}^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_f \\ V_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{ff} \\ I_F \end{bmatrix}$$

Avec :

$$Y_{ff} = [N_{if}^*]^T Y_{EE} [N_{if}]$$

$$Y_{fF} = [N_{if}^*]^T Y_{EF}$$

$$Y_{Ff} = Y_{FE} [N_{if}]$$

Le réseau réduit ne contient maintenant que le réseau à étudier et un nœud fictif de génération.

ETI à deux nœuds fictifs :

De manière identique que l'équivalent REI, il existe également la version ETI à deux nœuds fictifs. Il s'agit du nœud fictif G qui regroupe tous les nœuds du générateur et du nœud fictif C qui regroupe tous les nœuds de charge. Le réseau équivalent final d'ETI à deux nœuds fictifs est présenté dans la figure IV-8.

La méthode ETI présente des avantages par rapport aux méthodes Ward et REI. En effet, d'une part les pertes de puissance dans le réseau externe sont conservées grâce à la création du réseau à bilan nul.

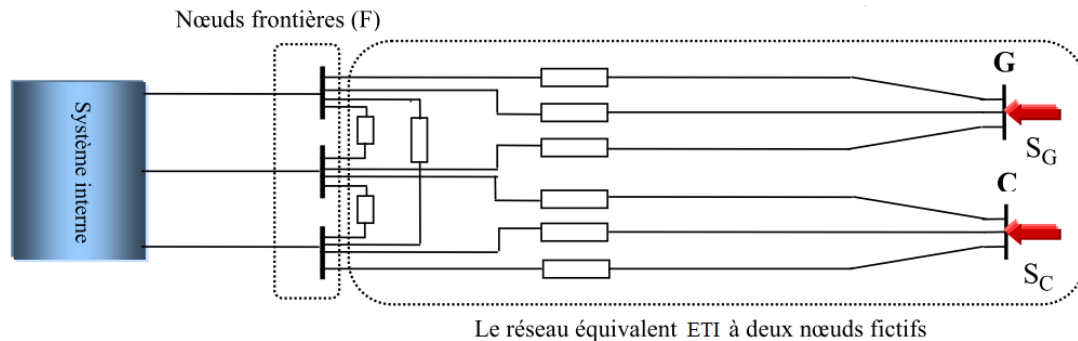


Figure IV- 8: Equivalent ETI à deux nœuds fictifs

D'autre part, il n'y a pas des admittances négatives et le rapport R/X n'est pas très modifier. Elle ne pose pas de problème de convergence.

VI. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présentés les différentes méthodes de réduction d'un grand réseau électriques. Nous nous sommes focalisés sur la réduction topologique du sous-réseau externe afin d'économiser du temps et de minimiser la capacité de mémoire utilisée pendant le calcul de la répartition de puissance dans un réseau de grande dimension. En appliquant ;

- ✓ la méthode de Kron pour supprimer les nœuds PQ du réseau externe,
- ✓ et les méthodes équivalentes statiques (Les méthodes équivalentes de Ward et méthodes équivalentes de REI et méthodes équivalentes d'ETI) pour remplacer le réseau externe en éléments équivalent.

Passons maintenant aux applications dans le chapitre qui suit.

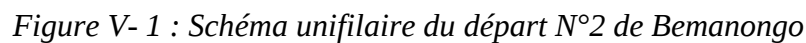
Chapitre V : Applications, résultats et discussions

Le programme de la répartition des puissances avec simplification du réseau (voir annexe) a été développé dans MATLAB qui permet, dans un réseau donné, de calculer:

- ### A. Description du site :

- ✓ Départ N°1 : Nosy-Kely
- ✓ Départ N°2 : Bemanonga
- ✓ Départ N°3 : Avaradrova

B. Schéma unifilaire du départ N°2 :



C. Les données du réseau :

➤ Données des nœuds :

N° du nœud	Pgen [kW]	Qgen [kvar]	Pch [kW]	Qch [kvar]	Vnom [kV]
Centrale	0	0	0	0	5.00
Avenue	0	0	16	6	5.00
posteP1J	0	0	161	126	5.00
Telma	0	0	17	5	5.00
posteP30P	0	0	34	26	5.00
TP	0	0	7	2	5.00
posteP2J	0	0	47	36	5.00
Usine	0	0	2	0	5.00
posteP10J	0	0	46	126	5.00
CF	0	0	1	0	5.00
posteP34P	0	0	133	115	5.00
UT	0	0	0	0	5.00
posteP25P	0	0	177	137	5.00
posteP22P	0	0	172	133	5.00
BTP1J	0	0	220	165	0.22
BTP30P	0	0	17	13	0.38
BTP2J	0	0	56	42	0.22
BTP10J	0	0	63	47	0.38
BTP34P	0	0	106	89	0.38
BTP25P	0	0	88	66	0.38
BTP22P	0	0	84	63	0.38

➤ Les données des lignes :

Origine	Extrémité	R'	X'	$\omega X'$	Longueur	I _{max}
		en [Ω/km]		en [$\mu S/km$]	[km]	[A]
centrale	avenue	0.4370	0.1800	0.00	0.450	100
avenue	posteP1J	0.0030	0.0018	0.00	0.003	100
avenue	telma	0.8600	0.3070	0.00	0.725	100
telma	posteP30P	0.0150	0.0050	0.00	0.997	100
telma	TP	0.3780	0.1330	0.00	0.315	100
TP	posteP2J	0.0056	0.0012	0.00	0.003	100
TP	usine	0.1070	0.0362	0.00	0.090	100
usine	posteP10J	0.5380	0.2060	0.00	0.540	100
usine	CF	0.0482	0.0169	0.00	0.040	100
posteP10J	posteP34P	0.5500	0.2320	0.00	0.581	100
CF	UT	0.0214	0.0190	0.00	0.035	100
CF	posteP25P	0.0302	0.0159	0.00	0.040	100
UT	posteP22P	0.0031	0.0019	0.00	0.005	100

Tableau V- 1 : Données des lignes de transports

➤ **Données transformateurs :**

N°		Poste tranfo		Puissance transfo [kVa]	Tension [V]		Ucc [%]	Groupe de couplage	Rcc [Ohm]	Xcc [Ohm]	Pertes transformateurs	
Départ	Poste	type	Ab.		P	S						
2	P1	CAB	J	200	4750	220	4.0	Dyn11	0.0146	0.0372	1.965	4.588
2	P30	CAB	P	100	5000	380	4.0	Yzn11	0.0051	0.0397	0.142	0.211
2	P2	CAB	J	63	4750	220	4.0		0.0127	0.0379	0.343	0.427
2	P25	CAB	P	400	5000	380	3.8	Dyn11	0.0029	0.0399	0.119	1.194
2	P22	H61	P	250	5000	380	3.8	Dyn11	0.0225	0.0306	0.010	0.022
2	P10	H61	J	100	4750	380	4.0	Yzn11	0.0060	0.0385	0.649	1.334
2	P34	H61	J	200	4750	380	4.0		0.0012	0.0400	0.134	0.275

Tableau V- 2:Caractéristiques des transformateurs

➤ **Données de charges :**

Nœud	P [kW]	Q [kVar]
centrale	0	0
avenue	16	6
posteP1J	161	126
telma	17	5
posteP30P	34	26
TP	7	2
posteP2J	47	36
usine	2	0
posteP10J	46	126
CF	1	0
posteP34P	133	115
UT	0	0
posteP25P	177	137
posteP22P	172	133
BTP1J	220	165
BTP30P	17	13
BTP2J	56	42
BTP10J	63	47
BTP34P	106	89
BTP25P	88	66
BTP22P	84	63

Tableau V- 3: Données des charges

II. **Résultats :**

A. **Répartition de la puissance et résultats du réseau sans simplification:**

Les données nécessaires pour le programme calcul de la répartition de la puissance :

➤ **Données générales :**

Nœud bilan	:	Centrale
Tension du nœud bilan	:	5.000 [kV]
Précision de calcul	:	0.00100 [kV]
Niveau de charge	:	100 %
Nombre de nœuds	:	21
Nombre de stations	:	19
Nombre de lignes/câbles	:	13
Nombre de transformateurs	:	7
Nombre types de lignes	:	0
Longueur totale des lignes	:	3.824 km
Longueur totale en aérien	:	0.000 km
Longueur totale en câble	:	0.000 km
Puissance installée	:	0. kVa
Condensateurs fixes à Unom	:	0. kvar
Production active (gen)	:	0. kW
Production réactive (gen)	:	0. kvar
Production apparente (gen)	:	0. kVa
Consommation active	:	1447 kW
Consommation réactive	:	1197 kvar

➤ **Données des nœuds :**

N° du nœud	Pgen [kW]	Qgen [kvar]	Pch [kW]	Qch [kvar]	Vnom [kV]
centrale	0	0	0	0	5.00
avenue	0	0	16	6	5.00
posteP1J	0	0	161	126	5.00
telma	0	0	17	5	5.00
posteP30P	0	0	34	26	5.00
TP	0	0	7	2	5.00
posteP2J	0	0	47	36	5.00
usine	0	0	2	0	5.00
posteP10J	0	0	46	126	5.00
CF	0	0	1	0	5.00
posteP34P	0	0	133	115	5.00
UT	0	0	0	0	5.00
posteP25P	0	0	177	137	5.00
posteP22P	0	0	172	133	5.00
BTP1J	0	0	220	165	0.22
BTP30P	0	0	17	13	0.38
BTP2J	0	0	56	42	0.22
BTP10J	0	0	63	47	0.38
BTP34P	0	0	106	89	0.38
BTP25P	0	0	88	66	0.38
BTP22P	0	0	84	63	0.38

Tableau V- 4: Données des nœuds pour le programme de la répartition de la puissance

➤ **Données des branches du réseau :**

N° Branche	Nœud		R [Ohm]	X [Ohm]	RTT ⁽²⁾	Snom[MVA] ou Iadm [A]
	Origine	extrémité				
1	centrale	avenue	0.1966	0.0810	1	100
2	avenue	posteP1J	0.000009	0.0000054	1	100
3	avenue	telma	0.6235	0.2226	1	100
4	posteP1J	BTP1J	0.0146	0.0372	0.046	0.20
5	Telma	posteP30P	0.0150	0.0050	1	100
6	Telma	TP	0.1191	0.0419	1	100
7	posteP30P	BTP30P	0.0051	0.0397	0.076	0.10
8	TP	posteP2J	0.000017	0.000004	1	100
9	TP	usine	0.0096	0.0033	1	100
10	posteP2J	BTP2J	0.0127	0.0379	0.046	0.063
11	Usine	posteP10J	0.2905	0.1112	1	100
12	Usine	CF	0.0019	0.0007	1	100
13	posteP10J	posteP34P	0.3195	0.1348	1	100
14	posteP10J	BTP10J	0.0029	0.0399	0.076	0.10
15	CF	UT	0.0007	0.0007	1	100
16	CF	posteP25P	0.0012	0.0006	1	100
17	posteP34P	BTP34P	0.0225	0.0306	0.076	0.20
18	UT	posteP22P	0.0000155	0.0000095	1	100
19	posteP25P	BTP25P	0.0060	0.0385	0.076	0.40
20	posteP22P	BTP22P	0.0012	0.0400	0.076	0.25

Tableau V- 5:Données des branches pour le programme de la répartition de la puissance

RTT⁽²⁾ : signifie Repère de Transformation des tensions pour transformer la tension au secondaire d'un transformateur

➤ **Résultats générales**

Nœud bilan : centrale
 Tension du nœud bilan : 5.000 [kV]
 Epsilon : 10^{-7}
 Nombre de nœuds : 21
 Nombre de branches : 20
 Nombre d'itération : 7
 Temps de calcul : 0.0978 Seconde

➤ **Résultat des nœuds de la répartition de la puissance**

Le résultat des nœuds nous permet de voir : le module de la tension, l'angle de déphasage de la tension par rapport au nœud bilan et la chute de tension en chaque nœud.

Noeud	Volt [kV]	$\Delta U/U$ [%]	Angle [°]	Pgen [kW]	Qgen[kW]	Pch [kW]	Qch[kvar]	Vnom[kV]
centrale	5.000	0.00	0.000	1560	1265	0.00	0	5.00
avenue	4.918	-1.64	0.285	0.00	0.00	16	6	5.00
posteP1J	4.918	-1.64	0.285	0.00	0.00	161	126	5.00
telma	4.934	-5.33	1.110	0.00	0.00	17	5	5.00
posteP30P	4.933	-5.33	1.111	0.00	0.00	34	26	5.00
TP	4.701	-5.99	1.270	0.00	0.00	7	2	5.00
posteP2J	4.701	-5.99	1.270	0.00	0.00	47	36	5.00
usine	4.698	-6.03	1.283	0.00	0.00	2	0	5.00
posteP10J	4.667	-6.66	1.472	0.00	0.00	46	126	5.00
CF	4.698	-6.04	1.284	0.00	0.00	1	0	5.00
posteP34P	4.645	-7.11	1.561	0.00	0.00	133	115	5.00
UT	4.698	-6.04	1.283	0.00	0.00	0	0	5.00
posteP25P	4.698	-6.04	1.284	0.00	0.00	177	137	5.00
posteP22P	4.698	-6.04	1.283	0.00	0.00	172	133	5.00
BTP1J	0.205	-6.69	-1.518	0.00	0.00	220	165	0.22
BTP30P	0.357	-5.98	0.719	0.00	0.00	17	13	0.38
BTP2J	0.198	-10.09	-0.440	0.00	0.00	56	42	0.22
BTP10J	0.346	-8.95	-0.131	0.00	0.00	63	47	0.38
BTP34P	0.342	-9.95	1.136	0.00	0.00	106	89	0.38
BTP25P	0.354	-6.87	0.794	0.00	0.00	88	66	0.38
BTP22P	0.353	-7.18	0.420	0.00	0.00	84	63	0.38

Tableau V- 6: Résultats des nœuds de la répartition de la puissance

➤ **Résultats des branches de la répartition de la puissance:**

Le résultat des branches nous donne : les puissances transmises et la tension admissible dans chaque ligne du réseau.

N° Branche	Nœud		P [MW]	Q [Mvar]	S [MVA]	Iadm [A]
	Origine	extrémité				
1	centrale	avenue	1,560	1.265	2.01	231,94←
2	Avenue	posteP1J	0.387	0.307	0.49	58,03
3	Avenue	telma	1.125	0.939	1.47	172,03←
4	posteP1J	BTP1J	0.226	0.181	0.29	34,03
5	Telma	posteP30P	0.051	0.039	0.06	7,85
6	Telma	TP	1.002	0.875	1.33	162,23←
7	posteP30P	BTP30P	0.017	0.013	0.02	2,63
8	TP	posteP2J	0.104	0.082	0.13	16,26
9	TP	usine	0.881	0.788	1.18	145,19←
10	posteP2J	BTP2J	0.057	0.046	0.07	8,99
11	Usine	posteP10J	0.356	0.386	0.52	64,49
12	Usine	CF	0.522	0.402	0.66	81,02
13	posteP10J	posteP34P	0.243	0.208	0.32	39,60
14	posteP10J	BTP10J	0.063	0.050	0.08	9,97
15	CF	UT	0.256	0.198	0.32	39,78
16	CF	posteP25P	0.265	0.204	0.33	41,15
17	posteP34P	BTP34P	0.109	0.093	0.14	17,75
18	UT	posteP22P	0.256	0.198	0.32	39,78
19	posteP25P	BTP25P	0.088	0.067	0.11	13,64
20	posteP22P	BTP22P	0.084	0.065	0.11	13,06

Tableau V- 7 : Résultats des branches de la répartition de la puissance

➤ **Les pertes dans chaque branche :**

Le calcul du load flow nous montre les pertes dans chaque branche.

N° Branche	Nœud		Pertes actives [MW]	Pertes actives [Mvar]
	Origine	extrémité		
1	centrale	avenue	0.032	0.013
2	Avenue	posteP1J	0.00	0.000
3	Avenue	telma	0.055	0.020
4	posteP1J	BTP1J	0.006	0.016
5	Telma	posteP30P	0.000	0.000
6	Telma	TP	0.009	0.003
7	posteP30P	BTP30P	0.000	0.000
8	TP	posteP2J	0.000	0.000
9	TP	usine	0.000	0.000
10	posteP2J	BTP2J	0.001	0.004
11	Usine	posteP10J	0.004	0.001
12	Usine	CF	0.000	0.000
13	posteP10J	posteP34P	0.002	0.001
14	posteP10J	BTP10J	0.000	0.003
15	CF	UT	0.000	0.000
16	CF	posteP25P	0.000	0.000
17	posteP34P	BTP34P	0.003	0.004
18	UT	posteP22P	0.000	0.000
19	posteP25P	BTP25P	0.000	0.001
20	posteP22P	BTP22P	0.000	0.002
Totales :			0.113	0.068

Tableau V- 8 : Résultats des pertes dans les branches

B. Validation des résultats :

Tous les résultats du load flow ont été validés par le programme de calcul de l'EPFL (Suisse) par le Dr Pierre André Chamorel (Département d'Electricité).

C. Répartition de la puissance avec simplification du réseau et résultats :

Nous allons voir deux cas pour le calcul du load flow avec simplification du réseau.

Scénario 1 :

➤ **Schéma unifilaire du réseau à simplifier du 1^{er} cas :**

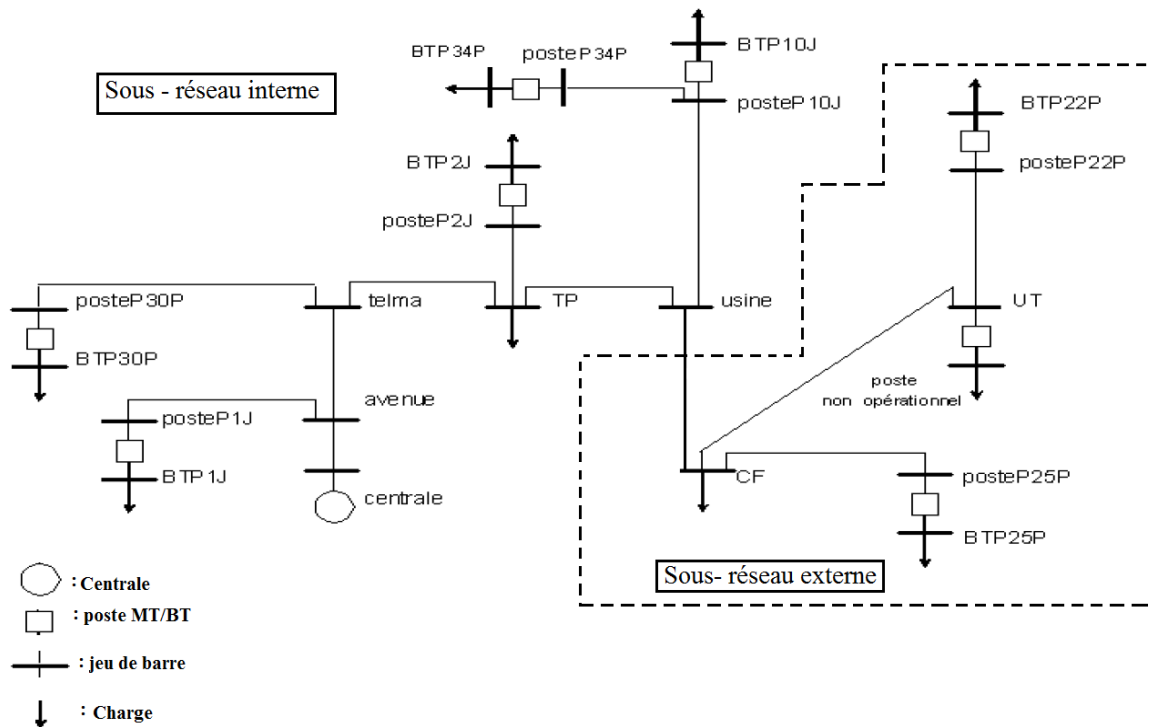


Figure V- 2: Limitation du réseau à simplifier du 1^{er} cas

➤ **Schéma unifilaire du réseau simplifié du 1^{er} cas:**

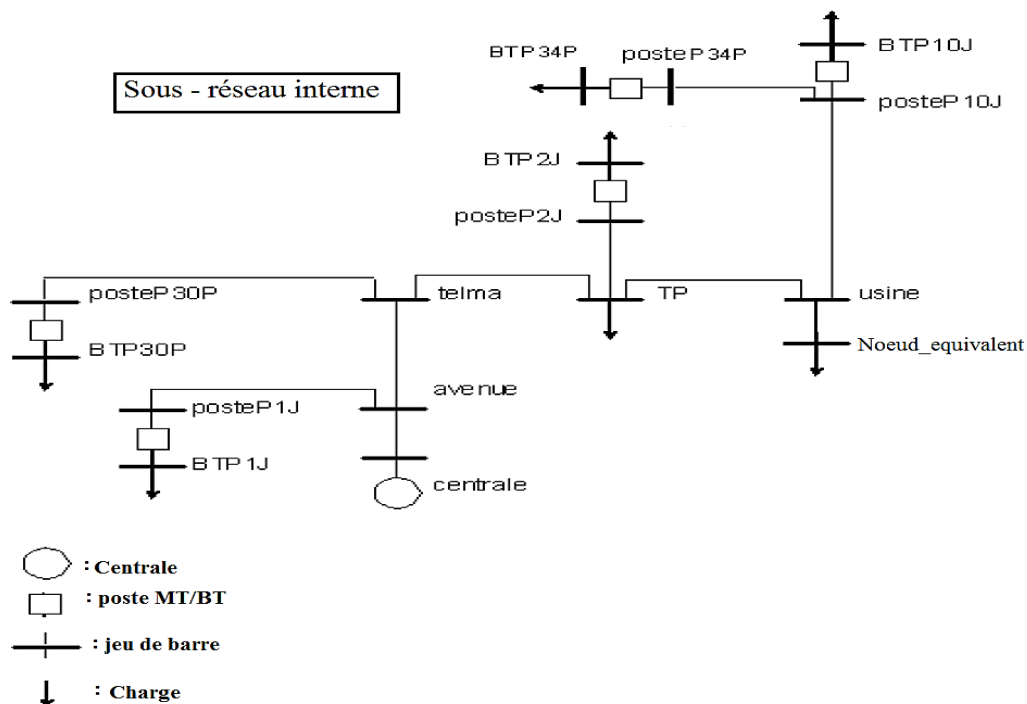


Figure V- 3 : Schéma unifilaire du réseau simplifié du 1^{er} cas

➤ Résultats générales

Nœud bilan : centrale
 Tension du nœud bilan : 5.000 [kV]
 Epsilon : 10^{-7}
 Nombre de nœuds : 15
 Nombre de branches : 14
 Nombre d'itération : 7
 Temps d'exécution : 0.07085 Seconde

➤ Résultats des nœuds avec simplification du réseau :

Noeud	Volt [kV]	$\Delta U/U$ [%]	Angle [°]	Pgen [kW]	Qgen [kW]	Pch [kW]	Qch [kvar]	Vnom [kV]
centrale	5.000	0.00	0.000	1559.38	1261.86	0.00	0	5.00
avenue	4.918	-1.63	0.284	0.00	0.00	16	6	5.00
posteP1J	4.918	-1.63	0.284	0.00	0.00	161	126	5.00
Telma	4.734	-5.32	1.104	0.00	0.00	17	5	5.00
posteP30P	4.734	-5.33	1.105	0.00	0.00	34	26	5.00
TP	4.701	-5.98	1.263	0.00	0.00	7	2	5.00
posteP2J	4.701	-5.98	1.263	0.00	0.00	47	36	5.00
Usine	4.699	-6.03	1.275	0.00	0.00	2	0	5.00
PosteP10J	4.668	-6.65	1.465	0.00	0.00	46	126	5.00
PosteP34P	4.645	-7.10	1.554	0.00	0.00	133	115	5.00
BTP1J	0.205	-6.69	-1.521	0.00	0.00	220	165	0.22
BTP30P	0.357	-5.94	0.703	0.00	0.00	17	13	0.38
BTP2J	0.198	-10.05	-0.457	0.00	0.00	56	42	0.22
BTP10J	0.346	-8.95	-0.138	0.00	0.00	63	47	0.38
BTP34P	0.342	-9.94	1.129	0.00	0.00	106	89	0.38

Tableau V- 9: Résultats des nœuds du réseau simplifié 1^{er} cas

➤ Résultats des branches avec simplification du réseau :

N° Branche	Nœud		P [MW]	Q [Mvar]	S [MVA]	Iadm [A]
	Origine	extrémité				
1	centrale	avenue	1,559	1.262	2.01	231.65←
2	Avenue	posteP1J	0.387	0.307	0.49	58.03
3	Avenue	Telma	1.124	0.936	1.46	171.74←
4	posteP1J	BTP1J	0.226	0.181	0.29	34.03
5	Telma	posteP30P	0.051	0.039	0.06	7.85
6	Telma	TP	1.001	0.872	1.33	161.93←
7	posteP30P	BTP30P	0.017	0.013	0.02	2.63
8	TP	posteP2J	0.104	0.082	0.13	16.25
9	TP	usine	0.881	0.785	1.18	144.89←
10	posteP2J	BTP2J	0.057	0.046	0.07	8.99
11	Usine	PosteP10J	0.356	0.386	0.52	64.49
12	PosteP10J	PosteP34P	0.243	0.208	0.32	39.60
13	PosteP10J	BTP10J	0.063	0.050	0.08	9.97
14	PosteP34P	BTP34P	0.109	0.093	0.14	17.75

Tableau V- 10: Résultats des branches du réseau simplifié 1^{er} cas

➤ **Les pertes dans chaque branche :**

N° Branche	Nœud		Pertes actives [MW]	Pertes actives [Mvar]
	Origine	extrémité		
1	centrale	Avenue	0.032	0.013
2	avenue	posteP1J	0.00	0.000
3	avenue	Telma	0.055	0.020
4	posteP1J	BTP1J	0.006	0.016
5	Telma	posteP30P	0.000	0.000
6	Telma	TP	0.009	0.003
7	posteP30P	BTP30P	0.000	0.000
8	TP	posteP2J	0.000	0.000
9	TP	usine	0.001	0.000
10	posteP2J	BTP2J	0.001	0.004
11	Usine	PosteP10J	0.004	0.001
12	PosteP10J	PosteP34P	0.002	0.001
13	PosteP10J	BTP10J	0.000	0.003
14	PosteP34P	BTP34P	0.003	0.004
Totales :			0.112	0.065

Tableau V- 11: Les pertes dans les branches du réseau simplifié 1^{er} cas

➤ **Scénario 2 :**

➤ **Schéma unifilaire du réseau à simplifier du 2^{ème} cas :**

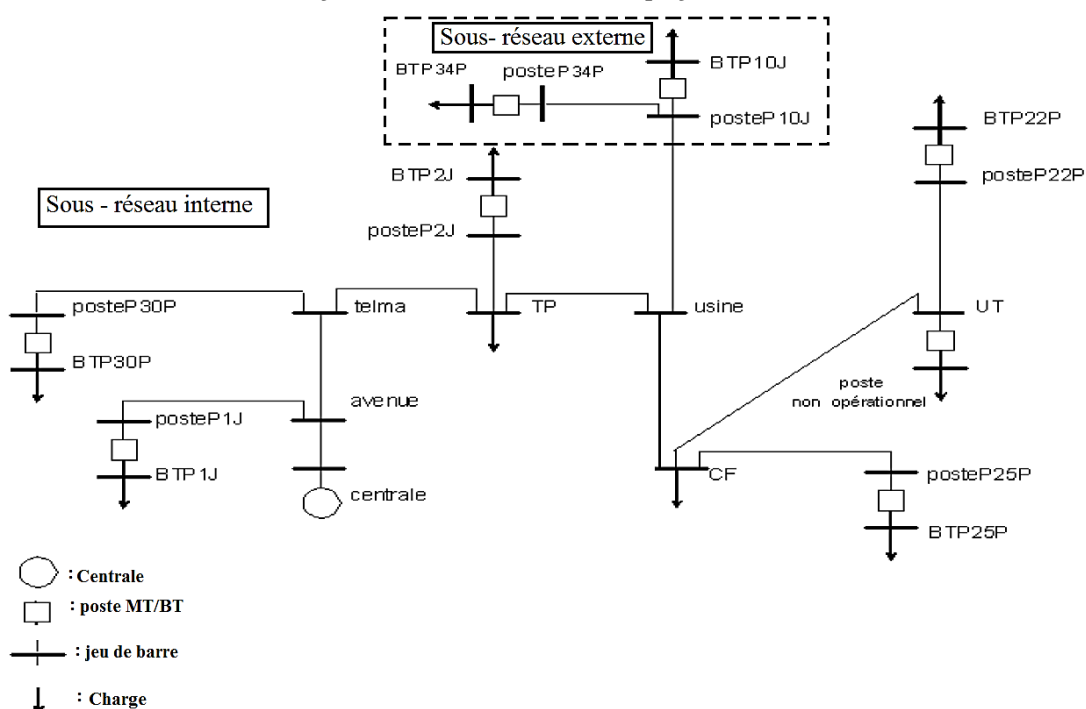


Figure V- 4: Limitation du réseau à simplifier du 2^{ème} cas

➤ **Schéma unifilaire du réseau simplifié du 2^{ème} cas:**

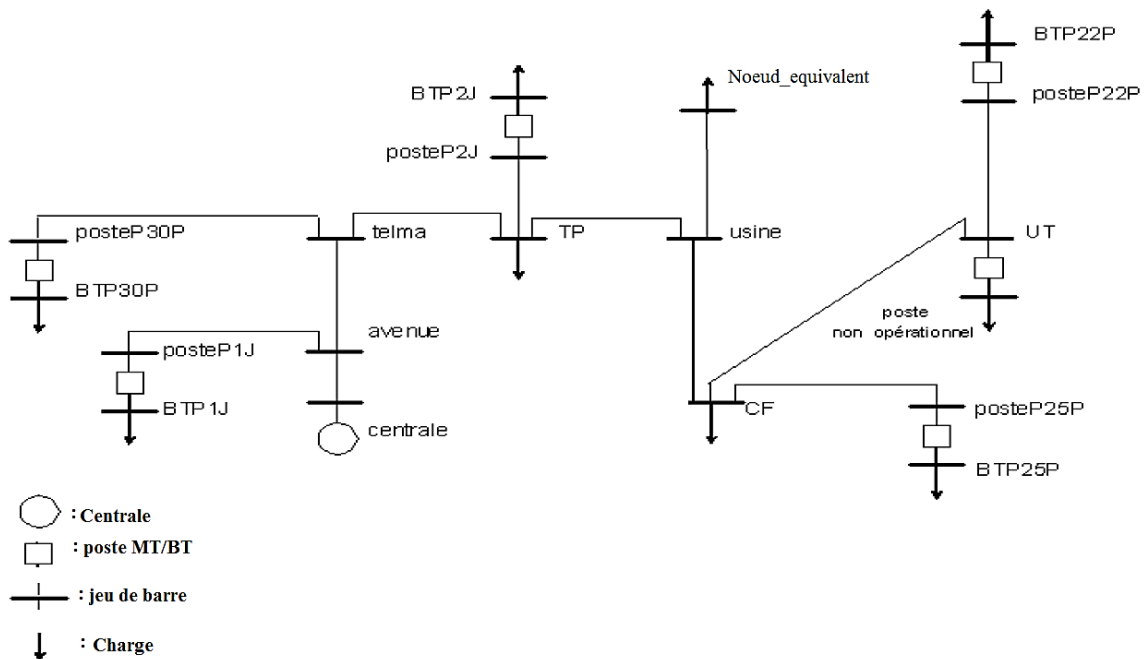


Figure V- 5 : Schéma unifilaire du réseau simplifié du 2^{ème} cas

➤ **Résultats générales**

Nœud bilan	:	centrale
Tension du nœud bilan	:	5.000 [kV]
Epsilon	:	10^{-7}
Nombre de nœuds	:	17
Nombre de branches	:	16
Nombre d'itération	:	5
Temps d'exécution	:	0.0733 seconde

➤ **Résultats des nœuds avec simplification du réseau :**

Noeud	Volt [kV]	$\Delta U/U$ [%]	Angle [°]	Pgen [kW]	Qgen [kW]	Pch [kW]	Qch [kvar]	Vnom [kV]
centrale	5.000	0.00	0.000	1550.70	1256.28	0.00	0	5.00
avenue	4.919	-1.63	0.283	0.00	0.00	16	6	5.00
posteP1J	4.919	-1.63	0.283	0.00	0.00	161	126	5.00
Telma	4.735	-5.29	1.099	0.00	0.00	17	5	5.00
posteP30P	4.735	-5.30	1.100	0.00	0.00	34	26	5.00
TP	4.703	-5.95	1.257	0.00	0.00	7	2	5.00
posteP2J	4.703	-5.95	1.257	0.00	0.00	47	36	5.00
Usine	4.700	-5.99	1.269	0.00	0.00	2	0	5.00
CF	4.700	-6.00	1.270	0.00	0.00	1	0	5.00
UT	4.700	-6.00	1.270	0.00	0.00	0	0	5.00
PosteP25P	4.700	-6.00	1.271	0.00	0.00	177	137	5.00
PosteP22P	4.700	-6.00	1.270	0.00	0.00	172	133	5.00
BTP1J	0.205	-6.69	-1.520	0.00	0.00	220	165	0.22
BTP30P	0.357	-5.94	0.708	0.00	0.00	17	13	0.38
BTP2J	0.198	-10.05	-0.451	0.00	0.00	56	42	0.22
BTP25P	0.354	-6.83	-0.781	0.00	0.00	88	66	0.38
BTP22P	0.353	-7.14	0.408	0.00	0.00	84	63	0.38

Tableau V- 12: Résultats des nœuds du réseau simplifié du 2^{ème} cas

➤ **Résultats des branches avec simplification du réseau :**

N° Branche	Nœud		P [MW]	Q [Mvar]	S [MVA]	Iadm [A]
	Origine	extrémité				
1	centrale	avenue	1,553	1.257	2.00	230,69←
2	Avenue	posteP1J	0.387	0.307	0.49	58,03
3	Avenue	Telma	1.118	0.931	1.45	170,77←
4	posteP1J	BTP1J	0.226	0.181	0.29	34,03
5	Telma	posteP30P	0.051	0.039	0.06	7,85
6	Telma	TP	0.995	0.867	1.32	160,97←
7	posteP30P	BTP30P	0.017	0.013	0.02	2,63
8	TP	posteP2J	0.104	0.082	0.13	16,25
9	TP	usine	0.875	0.781	1.17	143.94←
10	posteP2J	BTP2J	0.057	0.046	0.07	8,99
11	Usine	CF	0.522	0.402	0.66	80.99
12	CF	UT	0.256	0.198	0.32	39.77
13	CF	PosteP25P	0.265	0.204	0.33	41.13
14	UT	PosteP22P	0.256	0.198	0.32	39.77
15	PosteP25P	BTP25P	0.088	0.067	0.11	13.63
16	PosteP22P	BTP22P	0.084	0.065	0.11	13.06

Tableau V- 13: Résultats des branches du réseau simplifié du 2^{ème} cas

➤ **Les pertes dans chaque branche :**

N° Branche	Nœud		Pertes actives [MW]	Pertes actives [Mvar]
	Origine	Extrémité		
1	centrale	Avenue	0.031	0.013
2	avenue	posteP1J	0.000	0.000
3	avenue	Telma	0.055	0.019
4	posteP1J	BTP1J	0.006	0.016
5	Telma	posteP30P	0.000	0.000
6	Telma	TP	0.009	0.003
7	posteP30P	BTP30P	0.000	0.000
8	TP	posteP2J	0.000	0.000
9	TP	Usine	0.001	0.000
10	posteP2J	BTP2J	0.001	0.004
11	Usine	CF	0.000	0.000
12	CF	UT	0.000	0.000
13	CF	PosteP25P	0.000	0.000
14	UT	PosteP22P	0.000	0.000
15	PosteP25P	BTP25P	0.000	0.001
16	PosteP22P	BTP22P	0.000	0.002
Totales :			0.104	0.059

Tableau V- 14: Les pertes dans les branches du réseau simplifié du 2^{ème} cas

III.Discussions des résultats:

La méthode utilisée pour la répartition de puissance est la méthode de Gauss Seidel modifiée. La méthode de Newton-Raphson et ses dérivées présentent des problèmes de convergence pour les réseaux de topologie radiale car le rapport R/X est trop grand.

La méthode de la simplification du réseau nous permet de diminuer les nœuds du réseau en remplaçant le sous-réseau externe par un nœud équivalent tout en préservant la structure du sous-réseau interne.

🚦 Scénario 1 :

- ❖ Dans notre cas, au début on a 21 nœuds; après simplification on a 15 nœuds du sous - réseau interne et 1 nœud équivalent.
- ❖ Cette diminution du nombre de nœuds nous permet d’avoir un gain en temps et en stockage de mémoire puisque avant la simplification du réseau, le temps d’exécution du programme de calcul de la répartition de la puissance est de : 0.0978 seconde. Après simplification du réseau, le temps d’exécution du programme diminue jusqu’à 0.0708 seconde. On a alors un gain en temps de **27.6 %**.
- ❖ En comparant les résultats obtenus entre le réseau original et le réseau simplifié:

➤ **Pour les résultats de tension aux nœuds :**

Résultats sans simplification du réseau				Résultats avec simplification du réseau			
Noeud	Volt [kV]	$\Delta U/U$ [%]	Angle [°]	Noeud	Volt [kV]	$\Delta U/U$ [%]	Angle [°]
centrale	5.000	0.00	0.000	centrale	5.000	0.00	0.000
avenue	4.918	-1.64	0.285	avenue	4.918	-1.63	0.284
posteP1J	4.918	-1.64	0.285	posteP1J	4.918	-1.63	0.284
telma	4.934	-5.33	1.110	Telma	4.734	-5.32	1.104
posteP30P	4.933	-5.33	1.111	posteP30P	4.734	-5.33	1.105
TP	4.701	-5.99	1.270	TP	4.701	-5.98	1.263
posteP2J	4.701	-5.99	1.270	posteP2J	4.701	-5.98	1.263
usine	4.698	-6.03	1.283	Usine	4.699	-6.03	1.275
posteP10J	4.667	-6.66	1.472	PosteP10J	4.668	-6.65	1.465
posteP34P	4.645	-7.11	1.561	PosteP34P	4.645	-7.10	1.554
BTP1J	0.205	-6.69	-1.518	BTP1J	0.205	-6.69	-1.521
BTP30P	0.357	-5.98	0.719	BTP30P	0.357	-5.94	0.703
BTP2J	0.198	-10.09	-0.440	BTP2J	0.198	-10.05	-0.457
BTP10J	0.346	-8.95	-0.131	BTP10J	0.346	-8.95	-0.138
BTP34P	0.342	-9.95	1.136	BTP34P	0.342	-9.94	1.129

Tableau V- 15 : Tableau de comparaison des nœuds du scénario 1

Les résultats obtenus nous montre que les valeurs de la tension nodale sont approchantes avec une erreur de $|\Delta V|_{max} = \mp 0.001 [kV]$ et une erreur de $|\Delta \theta|_{max} = \mp 0.02 [^\circ]$. Les erreurs sont négligeables car la limite de sécurité des réseaux de distributions est respectée (-10% à +6% de la tension nominale).

Cette erreur entraine des différences dans les puissances transitées et les pertes dans les branches (voir Tableau V-14 et V-15) car elles sont en fonctions de la tension aux nœuds.

➤ **Les puissances transitées dans les branches :**

N° Branche	Nœud		Réseau original		Réseau simplifié	
	Origine	extrémité	P [MW]	Q [Mvar]	P [MW]	Q [Mvar]
1	centrale	avenue	1,560	1.265	1,559	1.262
2	Avenue	posteP1J	0.387	0.307	0.387	0.307
3	Avenue	Telma	1.125	0.939	1.124	0.936
4	posteP1J	BTP1J	0.226	0.181	0.226	0.181
5	Telma	posteP30P	0.051	0.039	0.051	0.039
6	Telma	TP	1.002	0.875	1.001	0.872
7	posteP30P	BTP30P	0.017	0.013	0.017	0.013
8	TP	posteP2J	0.104	0.082	0.104	0.082
9	TP	usine	0.881	0.788	0.881	0.785
10	posteP2J	BTP2J	0.057	0.046	0.057	0.046
11	Usine	PosteP10J	0.356	0.386	0.356	0.386
12	PosteP10J	PosteP34P	0.522	0.402	0.243	0.208
13	PosteP10J	BTP10J	0.243	0.208	0.063	0.050
14	PosteP34P	BTP34P	0.063	0.050	0.109	0.093

Tableau V- 16: Tableau de comparaison des puissances transitées du scénario 1

➤ **Les pertes dans les branches :**

N° Branche	Nœud		réseau originale		réseau réduit	
	Origine	extrémité	Pertes		Pertes	
			Actives	Réactives	Actives	Réactives
1	centrale	Avenue	0.032	0.013	0.032	0.013
2	avenue	posteP1J	0.000	0.000	0.000	0.000
3	avenue	Telma	0.055	0.020	0.055	0.020
4	posteP1J	BTP1J	0.006	0.016	0.006	0.016
5	Telma	posteP30P	0.000	0.000	0.000	0.000
6	Telma	TP	0.009	0.003	0.009	0.003
7	posteP30P	BTP30P	0.000	0.000	0.000	0.000
8	TP	posteP2J	0.000	0.000	0.000	0.000
9	TP	usine	0.001	0.000	0.001	0.000
10	posteP2J	BTP2J	0.001	0.004	0.001	0.004
11	Usine	PosteP10J	0.004	0.001	0.004	0.001
12	PosteP10J	PosteP34P	0.002	0.001	0.002	0.001
13	PosteP10J	BTP10J	0.000	0.003	0.000	0.003
14	PosteP34P	BTP34P	0.003	0.004	0.003	0.004
Totales :			0.103	0.056	0.103	0.056

Tableau V- 17: Tableau de comparaison des pertes dans les branches du scénario 1

✚ **Scénario 2 :**

- ❖ Au début on a 21 nœuds; après simplification, il nous reste 17 nœuds du sous - réseau interne et 1 nœud équivalent.
- ❖ Le temps d'exécution du programme de calcul de la répartition de la puissance est de : 0.0978 seconde. Après simplification du réseau, le temps d'exécution du programme diminue jusqu'à 0.0733 seconde. On a alors un gain en temps de **25.05%**.
- ❖ En comparant les résultats obtenus entre le réseau original et le réseau simplifié:

➤ **Pour les résultats de tension aux nœuds :**

Résultats sans simplification du réseau				Résultats avec simplification du réseau			
Noeud	Volt [kV]	$\Delta U/U$ [%]	Angle [°]	Noeud	Volt [kV]	$\Delta U/U$ [%]	Angle [°]
centrale	5.000	0.00	0.000	centrale	5.000	0.00	0.000
avenue	4.918	-1.64	0.285	avenue	4.919	-1.63	0.283
posteP1J	4.918	-1.64	0.285	posteP1J	4.919	-1.63	0.283
telma	4.934	-5.33	1.110	Telma	4.735	-5.29	1.099
posteP30P	4.933	-5.33	1.111	posteP30P	4.735	-5.30	1.100
TP	4.701	-5.99	1.270	TP	4.703	-5.95	1.257
posteP2J	4.701	-5.99	1.270	posteP2J	4.703	-5.95	1.257
usine	4.698	-6.03	1.283	Usine	4.700	-5.99	1.269
CF	4.698	-6.04	1.284	CF	4.700	-6.00	1.270
UT	4.698	-6.04	1.283	UT	4.700	-6.00	1.270
posteP25P	4.698	-6.04	1.284	PosteP25P	4.700	-6.00	1.271
posteP22P	4.698	-6.04	1.283	PosteP22P	4.645	-6.00	1.270
BTP1J	0.205	-6.69	-1.518	BTP1J	0.205	-6.69	-1.520
BTP30P	0.357	-5.98	0.719	BTP30P	0.357	-5.94	0.708
BTP2J	0.198	-10.09	-0.440	BTP2J	0.198	-10.05	-0.451
BTP25P	0.354	-6.87	0.794	BTP25P	0.354	-6.83	-0.781
BTP22P	0.353	-7.18	0.420	BTP22P	0.353	-7.14	0.408

Tableau V- 18 : Tableau de comparaison des nœuds du scénario 2

Les résultats obtenus nous montre que les valeurs de la tension nodale sont assimilables avec une erreur de $|\Delta V|_{max} = \mp 0.002 [kV]$ et une erreur de $|\Delta \theta|_{max} = \mp 0.02 [^\circ]$. Les erreurs sont négligeables car la limite de sécurité des réseaux de distributions est respectée (-10% à +6% de la tension nominale). Cette erreur entraine des différences dans les puissances transitées et les pertes dans les branches (voir Tableau V-19 et V-20) car elles sont en fonctions de la tension aux nœuds.

➤ **Les puissances transitées dans les branches :**

N° Branche	Nœud		Réseau original		Réseau simplifié	
	Origine	extrémité	P [MW]	Q [Mvar]	P [MW]	Q [Mvar]
1	centrale	avenue	1,560	1.265	1,553	1.257
2	Avenue	posteP1J	0.387	0.307	0.387	0.307
3	Avenue	Telma	1.125	0.939	1.118	0.931
4	posteP1J	BTP1J	0.226	0.181	0.226	0.181
5	Telma	posteP30P	0.051	0.039	0.051	0.039
6	Telma	TP	1.002	0.875	0.995	0.867
7	posteP30P	BTP30P	0.017	0.013	0.017	0.013
8	TP	posteP2J	0.104	0.082	0.104	0.082
9	TP	usine	0.881	0.788	0.875	0.781
10	posteP2J	BTP2J	0.057	0.046	0.057	0.046
11	Usine	CF	0.522	0.402	0.522	0.402
12	CF	UT	0.256	0.198	0.256	0.198
13	CF	PosteP25P	0.265	0.204	0.265	0.204
14	UT	PosteP22P	0.256	0.198	0.256	0.198
15	PosteP25P	BTP25P	0.088	0.067	0.088	0.067
16	PosteP22P	BTP22P	0.084	0.065	0.084	0.065

Tableau V- 19: Tableau de comparaison des puissances transitées du scénario 2

➤ **Les pertes dans les branches :**

N° Branche	Nœud		réseau originale		réseau réduit	
			Pertes		Pertes	
	Origine	extrémité	Actives	Réactives	Actives	Réactives
1	centrale	Avenue	0.032	0.013	0.031	0.013
2	avenue	posteP1J	0.000	0.000	0.000	0.000
3	avenue	Telma	0.055	0.020	0.055	0.019
4	posteP1J	BTP1J	0.006	0.016	0.006	0.016
5	Telma	posteP30P	0.000	0.000	0.000	0.000
6	Telma	TP	0.009	0.003	0.009	0.003
7	posteP30P	BTP30P	0.000	0.000	0.000	0.000
8	TP	posteP2J	0.000	0.000	0.000	0.000
9	TP	Usine	0.001	0.000	0.001	0.000
10	posteP2J	BTP2J	0.001	0.004	0.001	0.004
11	Usine	CF	0.000	0.000	0.000	0.000
12	CF	UT	0.000	0.000	0.000	0.000
13	CF	PosteP25P	0.000	0.000	0.000	0.000
14	UT	PosteP22P	0.000	0.000	0.000	0.000
15	PosteP25P	BTP25P	0.000	0.001	0.000	0.001
16	PosteP22P	BTP22P	0.000	0.002	0.000	0.002
Totales :			0.104	0.059	0.103	0.058

Tableau V- 20: Tableau de comparaison des pertes du scénario 2

Les puissances transitées sont calculées par:

$$S_{ij} = V(i) \cdot I_{ij} \quad (5.1)$$

Les pertes dans les branches sont données par :

$$P_{perte} = I_i^2 * R_{ij} = R_{ij} \frac{(P_i^2 + Q_i^2)}{V_i^2} \quad (5.2)$$

$$Q_{perte} = I_i^2 * X_{ij} = X_{ij} \frac{(P_i^2 + Q_i^2)}{V_i^2} \quad (5.3)$$

IV. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons vu les applications de la méthode de la répartition de la puissance et la méthode de la répartition de la puissance avec simplification du réseau. Les résultats obtenus par le programme développé sur MATLAB nous permettent de comparer les résultats obtenus.

A partir des résultats obtenus, on peut constater que la méthodologie utilisé dans le cadre de ce mémoire offre un grand gain en vitesse de calcul.

On peut dire que la méthode de simplification du réseau nous donne des avantages comme la simplicité de calcul, le gain de temps de calcul, et permet d'éviter la limite de la mémoire de stockage en divisant le réseau deux sous réseau.

Conclusions et perspectives :

L'importance de l'étude de la répartition des puissances dans un réseau est capitale, elle nécessite l'élaboration d'une méthode de calcul numérique plus stable et efficace afin de répondre à ce besoin.

Les objectifs de ce mémoire étaient, en partant d'un réseau de grande taille, de simplifier le réseau pour rendre le calcul la répartition de la puissance moins complexe, d'économiser le temps, et de réduire la capacité de mémoire de stockage nécessaire pour le calcul de la répartition de la puissance.

Cette étude nous a permis de voir : les différentes méthodologies de calcul de la répartition de la puissance dans un réseau donnée telles que la méthode de Gauss-Seidel, la méthode de Newton-Raphson et ses dérivées. Et les méthodes de simplification du réseau pour le calcul de la répartition des puissances : la réduction de Kron, la méthode équivalente Ward, la méthode équivalente REI, et la méthode équivalente ETI.

La mise en application du réseau de Morondava, pour comparer les résultats du calcul la répartition de puissance du réseau original et du réseau simplifié, nous a donné des résultats satisfaisants et a permis de bien confirmer la validité et l'efficacité de la méthode. De plus les valeurs trouvées par les deux méthodes se situent dans le domaine délimité par les contraintes fonctionnelles du réseau.

En perspective, nous suggérons une continuité du travail dans les domaines suivants :

- Simplification d'un réseau pour le réseau interconnecté d'Antananarivo
- Simplification d'un réseau pour l'analyse du réseau d'énergie électrique en régime transitoire.

Nous espérons que le résultat de notre travail sera d'un apport modeste, certes, mais néanmoins utile pour les prochaines recherches en vue d'aboutir à une meilleure maîtrise de cette technique.

Bibliographie et webographie:

BIBLIOGRAPHIE

- [ADA, 84] **ADAMA D. Diarra** : « La répartition optimale de la puissance réactive pour le contrôle des tensions de barre d'un réseau électrique par simplex LP ».
- [DIA, 10] **Diana Craciun, 2010** : « Modélisation des équivalents dynamiques des réseaux électriques. Engineering Sciences. »
- [DIR, 11] **Dirk Van Hertem, Hakan Ergun, Priyanko Guha Thakurta, Research group Electa, 2011**: “Power flow calculations”.
- [ERI, 08] **ERIC Dama, 2008/2009** : « Surtensions transitoires et surtensions des manœuvres dans les réseaux d'énergie électrique »
- [FED, 09] **Federico Milano, Kailash Srivastava, 2009**: “Dynamic REI equivalents for short circuit and transient stability analyses”
- [HAI, 08] **HAIMOUR Rachida, 2008/2009** : « Contrôle des Puissances Réactives et des tensions par les Dispositifs FACTS dans un Réseau Electrique »
- [KET, 09] **KETER Samson Kipkirui, 2009**: “De-coupled load flow study method”
- [KHA, 10] **Khaled Alcheikh-Hamoud, 2010**: « Modélisation des grands systèmes électriques interconnectés : application à l'analyse de sécurité dans un environnement compétitif »
- [THA, 08] **Le Thanh Luong, 2008** : « Analyses dynamiques du réseau de distribution en présence des productions décentralisées »
- [LIL, 99] **Jean-Louis LILIEN, 1999/2000** : « Transport et Distribution de l'Énergie Electrique – Manuel de travaux pratiques »
- [HEN, 09] **Martin HENNEBEL, 2009**: « Valorisation des services système sur un réseau de transport d'électricité en environnement concurrentiel »

- [MIH, 09] **MIHAI Gavrilas, OVIDIU Ivanov, GILDA Gavrilas, 2009** : “ REI Equivalent Design for Electric Power Systems with Genetic Algorithms ”
- [ROB, 11] **Robert Łukomski, Tomasz Okon, Kazimierz Wilkosz, 2011** : “ Power system modelling ”
- [SED, 08] **SEDDIKI Zahira, 2008/2009** : Optimisation de l'écoulement de puissance dans un système d'énergie électrique par la méthode du point intérieur
- [SEG, 82] **Séguier Guy et Nottelet Francis, 1982** : «Electrotechnique industrielle. Tec et doc (Lavoisier) : Le transformateur monophasé en régime sinusoïdal »
- [WAN, 08] **X.-F. Wang et al., 2008** : “Modern Power Systems Analysis”
- [ZEH, 07] **ZEHANI RIM, 2007** : « Contribution à l'analyse des méthodes de répartition optimale des puissances dans un réseau de transport d'énergie
- [BAL, 94] **Baldwin, Mili, Phadke, 1994** : “ Dynamic Ward Equivalents for transits Stability Analysis”

WEBOGRAPHIE

- [JIR] <http://www.jirama.mg>

ANNEXE

Programme de répartition de puissance avec/sans simplification du réseau dans Matlab:

Code MATLAB : donnees.m file

```
% *****
% ***** Données du réseau de Bemanongo pour *****

% ***** la répartition de puissance *****
% *****-----*****
function [noeud,branche,Id]=donnees
basemva=100;
basekv=5;

%          Noeud   V[p.u]   Angle[°]   Pch[kW]   Qch[kVa]   Pgen   Vnom[kV]
noeud= [
          1       1       0         0         0       0       5;
          2       1       0        16         6       0       5;
          3       1       0       161       126       0       5;
          4       1       0        17         5       0       5;
          5       1       0        34        26       0       5;
          6       1       0         7         2       0       5;
          7       1       0        47        36       0       5;
          8       1       0         2         0       0       5;
          9       1       0        46       126       0       5;
         10       1       0         1         0       0       5;
         11       1       0       133       115       0       5;
         12       1       0         0         0       0       5;
         13       1       0       177       137       0       5;
         14       1       0       172       133       0       5;
         15       1       0       220       165       0       0.22;
         16       1       0        17        13       0       0.38;
         17       1       0        56        42       0       0.22;
         18       1       0        63        47       0       0.38;
         19       1       0       106        89       0       0.38;
         20       1       0        88        66       0       0.38;
         21       1       0        84        63       0       0.38;];

%          Numero   Noeud de   Noeud d
%          Branche   Depart   arrivé   R [Ohm]   X [Ohm]   RTT   Snom
branche= [
          1         1         2       0.1966     0.0810         1       100 ;
          2         2         3       0.000009    0.0000054       1       100 ;
          3         2         4       0.6235      0.2226         1       100 ;
          4         3        15       0.0146     0.0372       0.044     0.20 ;
          5         4         5       0.0150     0.0050         1       100 ;
          6         4         6       0.1191     0.0419         1       100 ;
          7         5        16       0.0051     0.0397       0.076     0.10 ;
          8         6         7       0.000017    0.000004         1       100 ;
          9         6         8       0.0096      0.0033         1       100 ;
         10         7        17       0.0127     0.0379       0.044     0.063 ;
         11         8         9       0.2905     0.1112         1       100 ;
         12         8        10       0.0019     0.0007         1       100 ;
         13         9        11       0.3195     0.1348         1       100 ;
         14         9        18       0.0029     0.0399       0.076     0.10 ;
         15        10        12       0.0007     0.0007         1       100 ;
         16        10        13       0.0012     0.0006         1       100 ;
         17        11        19       0.0225     0.0306       0.076     0.20 ;
         18        12        14       0.0000155    0.0000095         1       100 ;
         19        13        20       0.0060     0.0385       0.076     0.40 ;
         20        14        21       0.0012     0.0400       0.076     0.25 ;
];
```

```
Id = char('Centrale', 'Avenue', 'PosteP1J', 'Telma', 'PosteP30P', 'TP', 'PosteP2J',
'Usine', 'PosteP10J', 'CF', 'PosteP34P', 'UT', 'PosteP25P', 'PosteP22P', 'BTP1J',
'BTP30P', 'BTP2J', 'BTP10J', 'BTP34P', 'BTP25P', 'BTP22P');
```

Code MATLAB : repartition.m file

```
%*****
%** programme de calcul de la répartition de puissance**
% **** ( Avec simplification du réseau ) ****
%*****

clear all;
clc;

basemva=100;          % Base Sb en [MVA]
basekv=5;             % Base Vb en [kV]
baseI=1000/basekv;    % Base Ib en [kV]
BZ=(basekv^2)/basemva;
[noeud,branche,Id] = donnees;
vrai=1;
while vrai==1
disp('-----**** Calcul de la répartition de puissance :          ****-----
\n');
disp('-----****                                1- Sans reduction          ****-----
\n');
disp('-----****                                2- avec reduction           ****-----
\n');
mode = input('Mode =');
switch mode
    case 1

disp('-----**** Calcul de la répartition de puissance : Sans reduction
****-----\n');
vrai=0;
        break;
    case 2
disp('-----**** Calcul de la répartition de puissance : Sans reduction
****-----\n');
disp('-----**** Entrez les noeuds externes => Exemple : noeud_ext =[8 9
10 15]          ****-----\n');
noeud_ext =[8 9 10 11 12 13 14 18 19 20 21];
%noeud_ext = input('noeud_ext =');
[noeud,branche,Id]=red(noeud,branche,Id,noeud_ext);
vrai=0;
break;

        otherwise
            vrai=1;
end

end

tic

a = branche(:,6);
T=find(a~=1);

Vbase=noeud(:,7);
```

```

SnT=branche(:,7);
nl = branche(:,2);
nr = branche(:,3);
nbr=length(branche(:,1)); nbus = max(max(nl), max(nr));
for n=1:nbr
    if a(n)~=1
branche(n,4)=branche(n,4)*basemva*BZ/SnT(n);
branche(n,5)=branche(n,5)*basemva*BZ/SnT(n);
        else
            end
branche(n,4)=(1/BZ)*branche(n,4);
branche(n,5)=(1/BZ)*branche(n,5);
end

Pl=-(.001/basemva)*noeud(:,4)';
Ql=-(.001/basemva)*noeud(:,5)';

R = branche(:,4);
X = branche(:,5);

a = ones(nbr,1);

Z = R + 1j*X;
y= ones(nbr,1)./Z;

n=length(Pl);
PQ=Pl+i*Ql;
Y=Ybus(branche,a);
V=ones(n,1);
chV=zeros(n-1,1);
tolerance=1;
iter=0;

while tolerance >1e-7;
    iter=iter+1;
    V1=V(2:n);
    V=[1;V1]+conj([0; chV]);
    cPQ=diag(V)*conj(Y)*conj(V);
    chPQ=PQ.'-cPQ;
    chPQ1=chPQ(2:n);
    J=diag(V)*conj(Y)+diag(conj(Y*V));
    J1=J(2:n,2:n);
    chV=(J1\chPQ1);
    tolerance=max(abs(chV));
end
if(mode==2)
nbus=nbus-1;
nbr=nbr-1;
end

Iij = zeros(nbr,nbr);
Sij = zeros(nbr,nbr);
Si = zeros(nbr,1);
for m = 1:nbr
    p = nl(m); q = nr(m);
    Iij(p,q) = -(V(p) - V(q))*Y(p,q);
    Iij(q,p) = -Iij(p,q);
end

```

```

%      Iij = sparse(Iij);
sparse(Iij);
Iijm = abs(Iij);
Iija = angle(Iij);

%% repartitions des puissances des lignes

for m = 1:nbus
    for n = 1:nbus
        if m ~= n
            Sij(m,n) = V(m)*conj(Iij(m,n))*basemva;
        end
    end
end
sparse(Sij);
Pij = real(Sij);
Qij = imag(Sij);

%% Pertes de puissances des lignes
Lij = zeros(nbr,1);
for m = 1:nbr
    p = nl(m); q = nr(m);
    Lij(m) = Sij(p,q) + Sij(q,p);
end
Pcons = real(Lij);
Qcons = imag(Lij);

for i=1:length(T)
    p = nl(T(i)); q = nr(T(i));
    Pij(p,q)=noeud(q,4)/1000+Pcons(T(i));
    Qij(p,q)=noeud(q,5)/1000+Qcons(T(i));
end
Sijmod=abs(Pij+1j*Qij);

Il=zeros(nbr,1);

% Courant dans les branches
for m=1:nbr
    p = nl(m); q = nr(m);
    Il(m)=Sij(p,q)/(V(p));
end

%% Affichage des résultats

Vmod=abs(V);
Vang=angle(V).*(180/pi);

%% Chutes de tensions
dU=(Vmod.*Vbase)-Vbase)*100 ./ Vbase;

Pl=noeud(:,4);
Ql=noeud(:,5);
Qgen=zeros(nbus,1);
Pgen=noeud(:,6);
Pgen(1)=sum(Pcons)+sum(noeud(:,4)/1000);
Qgen(1)=sum(Qcons)+sum(noeud(:,5)/1000);
fprintf(' Programme de répartition de puissance \n')

```

```

fprintf(' Puissance apparente de base Sb: %i \n',basemva)
fprintf(' Noeud bilan : %s \n',Id(1,1:9))
fprintf(' Tension du noeud bilan Vb : %i kV \n',basekv)
fprintf(' Nombre de noeuds : %i \n',nbus)
fprintf(' Nombre de branche : %i \n',nbr)

fprintf('-----\n');
fprintf('      Noeud#          Volt[kV]   dU/U      angle[°]      Pgen[kW]
Qgen[kW]      Pld[kW]      Qld[kW]      Vbase[kV]      \n');
fprintf('=====
===== \n');
for i=1:nbus
    if i==1
        fprintf('      %s          %4.3f      %2.2f      %4.3f      %4.2f      %2.2f
%4i          %4i          %4.3f
\n',Id(i,:),Vmod(i)*Vbase(i),dU(i),Vang(i),Pgen(i)*1000,Qgen(i)*1000,Pl(i),
Ql(i),Vbase(i));
    else
        fprintf('      %s          %4.3f      %2.2f      %2.3f      %4.2f      %5.2f
%4i          %3i          %3.3f          \n',Id(i,:),Vmod(i)*Vbase(i),dU(i),
Vang(i),Pgen(i)*1000,Qgen(i)*1000,Pl(i),Ql(i),Vbase(i));
    end
end

fprintf('-----\n');
fprintf('-----\n');
fprintf('
Resultats branches
\n');
fprintf('-----\n');
fprintf('      Ligne          Noeud de          Noeud d
\n');
fprintf('      #          depart          arrivé          P[kW]          Q[kW]
S [mVa]      I [A] \n');
fprintf('=====
===== \n');

    for i = 1:nbr;

        fprintf('      %4d',i);
        fprintf('      %15s',Id(branche(i,2),:));
        fprintf('      %14s',Id(branche(i,3),:));
        fprintf('      %8.3f', Pij(branche(i,2),branche(i,3)));
        fprintf('      %11.3f', Qij(branche(i,2),branche(i,3)) );
        fprintf('      %7.2f', Sijmod(branche(i,2),branche(i,3)) );
        if isempty(find(i~=T, 1))
            fprintf('      %7.2f\n', Sijmod(branche(i,2),branche(i,3))*100/SnT(i));
        else
            fprintf('
%7.2f\n',Sijmod(branche(i,2),branche(i,3))*baseI/(sqrt(3)*Vmod(branche(i,2)
)));
        end
    end
end

```

```

%% Pertes dans les lignes
fprintf('-----\n');
fprintf('\n');
fprintf('
                                Pertes
\n');
fprintf('-----\n');
fprintf('
Ligne      Noeud de      Noeud d      Pertes
Pertes      \n');
fprintf('
#      depart      arrivé      actives [MW]
reactives [MVAR]      \n');
fprintf('=====
===== \n');

%Calcul pertes totales
Pltot = sum(Pcons);
Qltot = sum(Qcons);

for i = 1:nbr;

%Affichage des pertes dans les branches
    fprintf('    %4d',i);
    fprintf('    %15s',Id(branche(i,2),:));
    fprintf('    %14s',Id(branche(i,3),:));
    fprintf('    %10.3f', Pcons(i));
    fprintf('    %13.3f\n', Qcons(i));
end

%Affichage des pertes totales
fprintf('-----
-----\n');
fprintf('
                                Totals:');
fprintf('    %10.3f', Pltot );
fprintf('    %13.3f\n', Qltot );

toc

```

Code MATLAB : Ybus.m file

```

%*****
%** Formation de la matrice admittance**
%**** Entree les donnees du branche ****
%*****
function Y=Ybus (branche,a)

nl = branche(:,2);
nr = branche(:,3);

```

```

R = branche(:,4);
X = branche(:,5);
nbr=length(branche(:,1)); nbus = max(max(nl), max(nr));
Z = R + 1j*X; y= ones(nbr,1)./Z; %admittance des branches
for n = 1:nbr
Ybus=zeros(nbus,nbus); % initialisation de Y
% formation des elements non-diagonaux
for k=1:nbr;
Ybus(nl(k),nr(k))=Ybus(nl(k),nr(k))-y(k)*a(k);
Ybus(nr(k),nl(k))=Ybus(nl(k),nr(k));
end
end
% formation des elements diagonaux
for n=1:nbus
for k=1:nbr
if nl(k)==n
Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k)*(a(k)^2);
elseif nr(k)==n
Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k);
else
end
end
end
end
Y=Ybus;

```

Code MATLAB : red.m file

```

% ***** Programme de Simplification du réseau *****
%-----
%*****
%-----
function [new_noeud,new_branche,new_Id]=red(noeud,branche,Id,noeud_ext)

%% donnees originales
[xxx,coln]=size(noeud);
[xxx,colb]=size(branche);
SnT=branche(:,7); % Puissance nominale Transfo
nl = branche(:,2); % Noeud depart
nr = branche(:,3); % noeud d'arrivé
nbr=length(branche(:,1)); % Nombre de branche
nbus = max(max(nl), max(nr)); % Nombre de noeud

%% donnees externes
nbus_ext=length(noeud_ext);

%% initialisations des donnees
new_nbus = nbus-nbus_ext+1;
new_nbr = new_nbus-1;
new_Id='';
new_noeud=zeros(new_nbus,coln);
new_branche=zeros(new_nbr,colb);
noeud_int=zeros(new_nbus,1);
num_brint=zeros(new_nbr,1);
num_brext=zeros(nbus_ext,1);
a=1;
b=1;
for m=1:nbr

```

```

        if isempty(find(nl(m)==noeud_ext, 1))
            num_brint(a) =m;           % Numero du branche des noeud
interne
            a=a+1;
            if length(find(nr(m)==noeud_ext))==1
                noeud_frontiere= nr(m);
                num_brfron=m;
                num_brext(b) =m;
                b=b+1;
            end
        else
            num_brext(b) =m;
            b=b+1;
        end
    end
end
a=1;
for m=1:nbus
    if isempty(find(m==noeud_ext, 1))
        noeud_int(a)=m;
        a=a+1;
    else
    end
end

%% Les nouvelles donnees du réseau réduits
for m=1:new_nbus
    if m~=new_nbus
        new_noeud(m,:)= noeud(noeud_int(m),:);
        new_Id(m,:)= Id(noeud_int(m),:);
    else
        new_noeud(m,:)= noeud(noeud_frontiere,:);
        new_noeud(m,4)=sum(noeud(noeud_ext,4));
        new_noeud(m,5)=sum(noeud(noeud_ext,5));
        new_Id(m,:)= 'Noeud_eq ';
    end
    new_noeud(m,1)= m;
end
k=0;
for m=1:new_nbr

    if nr(m)~=noeud_frontiere
        new_branche(m-k,:)=branche(num_brint(m),:);
        new_branche(m-k,2)= find(nl(num_brint(m))==noeud_int);
        new_branche(m-k,3)= find(nr(num_brint(m))==noeud_int);
        new_branche(m-k,1)=m-k;
    else
        new_branche(new_nbr,:)=branche(num_brfron,:);
        new_branche(new_nbr,4)=sum(branche(num_brext,4))/(nbus_ext);
        new_branche(new_nbr,5)=sum(branche(num_brext,5))/(nbus_ext);
        new_branche(new_nbr,2)= find(nl(num_brint(m))==noeud_int);
        new_branche(new_nbr,3)= new_nbus;
        new_branche(m,1)=new_nbr;
        k=1;
    end
end;
end;

```

Résultats du programme : sans simplification du réseau électrique

```

-----**** Calcul de la répartition de puissance :      ****-----\n
-----****              1- Sans reduction              ****-----\n
-----****              2- avec reduction               ****-----\n

```

Mode =1

```

-----**** Calcul de la répartition de puissance : Sans reduction      ****-----\n

```

Programme de répartition de puissance

Puissance apparente de base Sb: 100

Noeud bilan : Centrale

Tension du noeud bilan Vb : 5 kV

Nombre de noeuds : 21

Nombre de branche : 20

Noeud#	Volt[kV]	dU/U	angle[°]	Pgen[kW]	Qgen[kW]	Pld[kW]	Qld[kW]	Vbase[kV]
Centrale	5.000	0.00	0.000	1560.01	1265.38	0	0	5.000
Avenue	4.918	-1.64	0.285	0.00	0.00	16	6	5.000
PostePlJ	4.918	-1.64	0.285	0.00	0.00	161	126	5.000
Telma	4.734	-5.33	1.110	0.00	0.00	17	5	5.000
PosteP30P	4.733	-5.33	1.111	0.00	0.00	34	26	5.000
TP	4.701	-5.99	1.270	0.00	0.00	7	2	5.000
PosteP2J	4.701	-5.99	1.270	0.00	0.00	47	36	5.000
Usine	4.698	-6.03	1.283	0.00	0.00	2	0	5.000
PostePl0J	4.667	-6.66	1.472	0.00	0.00	46	126	5.000
CF	4.698	-6.04	1.284	0.00	0.00	1	0	5.000
PosteP34P	4.645	-7.11	1.561	0.00	0.00	133	115	5.000
UT	4.698	-6.04	1.283	0.00	0.00	0	0	5.000
PosteP25P	4.698	-6.04	1.284	0.00	0.00	177	137	5.000
PosteP22P	4.698	-6.04	1.283	0.00	0.00	172	133	5.000
BTP1J	0.205	-6.69	-1.518	0.00	0.00	220	165	0.220
BTP30P	0.357	-5.98	0.719	0.00	0.00	17	13	0.380
BTP2J	0.198	-10.09	-0.440	0.00	0.00	56	42	0.220
BTP10J	0.346	-8.95	-0.131	0.00	0.00	63	47	0.380
BTP34P	0.342	-9.95	1.136	0.00	0.00	106	89	0.380
BTP25P	0.354	-6.87	0.794	0.00	0.00	88	66	0.380
BTP22P	0.353	-7.18	0.420	0.00	0.00	84	63	0.380

Resultats branches

Ligne	Noeud de	Noeud d
-------	----------	---------

#	depart	arrivé	P[kW]	Q[kW]	S [mVa]	I [A]
=====						
1	Centrale	Avenue	1.560	1.265	2.01	231.94 <---
2	Avenue	PosteP1J	0.387	0.307	0.49	58.03
3	Avenue	Telma	1.125	0.939	1.47	172.03 <---
4	PosteP1J	BTP1J	0.226	0.181	0.29	34.03
5	Telma	PosteP30P	0.051	0.039	0.06	7.85
6	Telma	TP	1.002	0.875	1.33	162.23 <---
7	PosteP30P	BTP30P	0.017	0.013	0.02	2.63
8	TP	PosteP2J	0.104	0.082	0.13	16.26
9	TP	Usine	0.881	0.788	1.18	145.19 <---
10	PosteP2J	BTP2J	0.057	0.046	0.07	8.99
11	Usine	PosteP10J	0.356	0.386	0.52	64.49
12	Usine	CF	0.522	0.402	0.66	81.02
13	PosteP10J	PosteP34P	0.243	0.208	0.32	39.60
14	PosteP10J	BTP10J	0.063	0.050	0.08	9.97
15	CF	UT	0.256	0.198	0.32	39.78
16	CF	PosteP25P	0.265	0.204	0.33	41.15
17	PosteP34P	BTP34P	0.109	0.093	0.14	17.75
18	UT	PosteP22P	0.256	0.198	0.32	39.78
19	PosteP25P	BTP25P	0.088	0.067	0.11	13.64
20	PosteP22P	BTP22P	0.084	0.065	0.11	13.06

Pertes

Ligne	Noeud de	Noeud d	Pertes	Pertes
#	depart	arrivé	actives[MW]	reactives[MVAR]
=====				
1	Centrale	Avenue	0.032	0.013
2	Avenue	PosteP1J	0.000	0.000
3	Avenue	Telma	0.055	0.020
4	PosteP1J	BTP1J	0.006	0.016
5	Telma	PosteP30P	0.000	0.000
6	Telma	TP	0.009	0.003
7	PosteP30P	BTP30P	0.000	0.000
8	TP	PosteP2J	0.000	0.000
9	TP	Usine	0.001	0.000
10	PosteP2J	BTP2J	0.001	0.004

11	Usine	PosteP10J	0.004	0.001
12	Usine	CF	0.000	0.000
13	PosteP10J	PosteP34P	0.002	0.001
14	PosteP10J	BTP10J	0.000	0.003
15	CF	UT	0.000	0.000
16	CF	PosteP25P	0.000	0.000
17	PosteP34P	BTP34P	0.003	0.004
18	UT	PosteP22P	0.000	0.000
19	PosteP25P	BTP25P	0.000	0.001
20	PosteP22P	BTP22P	0.000	0.002

Totals:	0.113	0.068
---------	-------	-------

Elapsed time is 0.097821 seconds.

Résultats du programme : avec simplification du réseau électrique

Scénario 1 :

-----**** Calcul de la répartition de puissance : ****-----\n

-----**** 1- Sans reduction ****-----\n

-----**** 2- avec reduction ****-----\n

Mode =2

-----**** Calcul de la répartition de puissance : Sans reduction ****-----\n

-----**** Entrez les noeuds externes => Exemple : noeud_ext =[8 9 10 15] ****-----\n

noeud_ext =[10 13 12 14 20 21]

Programme de répartition de puissance

Puissance apparente de base Sb: 100

Noeud bilan : Centrale

Tension du noeud bilan Vb : 5 kV

Nombre de noeuds : 15

Nombre de branche : 14

Noeud#	Volt[kV]	dU/U	angle[°]	Pgen[kW]	Qgen[kW]	Pld[kW]	Qld[kW]	Vbase[kV]
=====								
Centrale	5.000	0.00	0.000	1559.38	1261.86	0	0	5.000
Avenue	4.918	-1.63	0.284	0.00	0.00	16	6	5.000
PosteP1J	4.918	-1.63	0.284	0.00	0.00	161	126	5.000
Telma	4.734	-5.32	1.104	0.00	0.00	17	5	5.000

PosteP30P	4.734	-5.33	1.105	0.00	0.00	34	26	5.000
TP	4.701	-5.98	1.263	0.00	0.00	7	2	5.000
PosteP2J	4.701	-5.98	1.263	0.00	0.00	47	36	5.000
Usine	4.699	-6.03	1.275	0.00	0.00	2	0	5.000
PosteP10J	4.668	-6.65	1.465	0.00	0.00	46	126	5.000
PosteP34P	4.645	-7.10	1.554	0.00	0.00	133	115	5.000
BTP1J	0.205	-6.69	-1.519	0.00	0.00	220	165	0.220
BTP30P	0.357	-5.97	0.713	0.00	0.00	17	13	0.380
BTP2J	0.198	-10.09	-0.446	0.00	0.00	56	42	0.220
BTP10J	0.346	-8.95	-0.138	0.00	0.00	63	47	0.380
BTP34P	0.342	-9.94	1.129	0.00	0.00	106	89	0.380

Resultats branches

Ligne	Noeud de	Noeud d				
#	depart	arrivé	P [kW]	Q [kW]	S [mVa]	I [A]
1	Centrale	Avenue	1.559	1.262	2.01	231.65 <---
2	Avenue	PosteP1J	0.387	0.307	0.49	58.03
3	Avenue	Telma	1.124	0.936	1.46	171.74 <---
4	PosteP1J	BTP1J	0.226	0.181	0.29	34.03
5	Telma	PosteP30P	0.051	0.039	0.06	7.85
6	Telma	TP	1.001	0.872	1.33	161.93 <---
7	PosteP30P	BTP30P	0.017	0.013	0.02	2.63
8	TP	PosteP2J	0.104	0.082	0.13	16.26
9	TP	Usine	0.881	0.785	1.18	144.89 <---
10	PosteP2J	BTP2J	0.057	0.046	0.07	8.99
11	Usine	PosteP10J	0.356	0.386	0.52	64.49
12	PosteP10J	PosteP34P	0.243	0.208	0.32	39.60
13	PosteP10J	BTP10J	0.063	0.050	0.08	9.97
14	PosteP34P	BTP34P	0.109	0.093	0.14	17.75

Pertes

Ligne	Noeud de	Noeud d	Pertes	Pertes
#	depart	arrivé	actives[MW]	reactives[MVAR]
=====				
1	Centrale	Avenue	0.032	0.013
2	Avenue	PosteP1J	0.000	0.000
3	Avenue	Telma	0.055	0.020
4	PosteP1J	BTP1J	0.006	0.016
5	Telma	PosteP30P	0.000	0.000
6	Telma	TP	0.009	0.003
7	PosteP30P	BTP30P	0.000	0.000
8	TP	PosteP2J	0.000	0.000
9	TP	Usine	0.001	0.000
10	PosteP2J	BTP2J	0.001	0.004
11	Usine	PosteP10J	0.004	0.001
12	PosteP10J	PosteP34P	0.002	0.001
13	PosteP10J	BTP10J	0.000	0.003
14	PosteP34P	BTP34P	0.003	0.004

Totals:			0.112	0.065

Elapsed time is 0.070856 seconds.

Scénario 2 :

```

-----**** Calcul de la répartition de puissance :      ****-----\n
-----****              1- Sans reduction              ****-----\n
-----****              2- avec reduction               ****-----\n

Mode =2

-----**** Calcul de la répartition de puissance : Sans reduction      ****-----\n
-----****  Entrez les noeuds externes => Exemple : noeud_ext =[8 9 10 15]      ****-----\n
noeud_ext =[9 11 18 19]

Programme de répartition de puissance

Puissance apparente de base Sb: 100

Noeud bilan : Centrale

Tension du noeud bilan Vb : 5 kV

Nombre de noeuds : 17

Nombre de branche : 16

```

Noeud#	Volt[kV]	dU/U	angle[°]	Pgen[kW]	Qgen[kW]	Pld[kW]	Qld[kW]	Vbase[kV]
Centrale	5.000	0.00	0.000	1550.70	1256.28	0	0	5.000
Avenue	4.919	-1.63	0.283	0.00	0.00	16	6	5.000
PosteP1J	4.919	-1.63	0.283	0.00	0.00	161	126	5.000
Telma	4.735	-5.29	1.099	0.00	0.00	17	5	5.000
PosteP30P	4.735	-5.30	1.100	0.00	0.00	34	26	5.000
TP	4.703	-5.95	1.257	0.00	0.00	7	2	5.000
PosteP2J	4.703	-5.95	1.257	0.00	0.00	47	36	5.000
Usine	4.700	-5.99	1.269	0.00	0.00	2	0	5.000
CF	4.700	-6.00	1.270	0.00	0.00	1	0	5.000
UT	4.700	-6.00	1.270	0.00	0.00	0	0	5.000
PosteP25P	4.700	-6.00	1.271	0.00	0.00	177	137	5.000
PosteP22P	4.700	-6.00	1.270	0.00	0.00	172	133	5.000
BTP1J	0.205	-6.69	-1.520	0.00	0.00	220	165	0.220
BTP30P	0.357	-5.94	0.708	0.00	0.00	17	13	0.380
BTP2J	0.198	-10.05	-0.451	0.00	0.00	56	42	0.220
BTP25P	0.354	-6.83	0.781	0.00	0.00	88	66	0.380
BTP22P	0.353	-7.14	0.408	0.00	0.00	84	63	0.380

Resultats branches

Ligne	Noeud de	Noeud d				
#	depart	arrivé	P[kW]	Q[kW]	S [mVa]	I [A]
1	Centrale	Avenue	1.553	1.257	2.00	230.69 <---
2	Avenue	PosteP1J	0.387	0.307	0.49	58.03
3	Avenue	Telma	1.118	0.931	1.45	170.77 <---
4	PosteP1J	BTP1J	0.226	0.181	0.29	34.03
5	Telma	PosteP30P	0.051	0.039	0.06	7.85
6	Telma	TP	0.995	0.867	1.32	160.97 <---
7	PosteP30P	BTP30P	0.017	0.013	0.02	2.63
8	TP	PosteP2J	0.104	0.082	0.13	16.25
9	TP	Usine	0.875	0.781	1.17	143.94 <---
10	PosteP2J	BTP2J	0.057	0.046	0.07	8.99

11	Usine	CF	0.522	0.402	0.66	80.99
12	CF	UT	0.256	0.198	0.32	39.77
13	CF	PosteP25P	0.265	0.204	0.33	41.13
14	UT	PosteP22P	0.256	0.198	0.32	39.77
15	PosteP25P	BTP25P	0.088	0.067	0.11	13.63
16	PosteP22P	BTP22P	0.084	0.065	0.11	13.06

Pertes

Ligne	Noeud de	Noeud d	Pertes	Pertes
#	depart	arrivé	actives [MW]	reactives [MVAR]
=====				
1	Centrale	Avenue	0.031	0.013
2	Avenue	PosteP1J	0.000	0.000
3	Avenue	Telma	0.055	0.019
4	PosteP1J	BTP1J	0.006	0.016
5	Telma	PosteP30P	0.000	0.000
6	Telma	TP	0.009	0.003
7	PosteP30P	BTP30P	0.000	0.000
8	TP	PosteP2J	0.000	0.000
9	TP	Usine	0.001	0.000
10	PosteP2J	BTP2J	0.001	0.004
11	Usine	CF	0.000	0.000
12	CF	UT	0.000	0.000
13	CF	PosteP25P	0.000	0.000
14	UT	PosteP22P	0.000	0.000
15	PosteP25P	BTP25P	0.000	0.001
16	PosteP22P	BTP22P	0.000	0.002

Totals:			0.104	0.059

Elapsed time is 0.073359 seconds.

Auteur : RANAIVOSON Dama Mikendrisoa

Téléphone : 0337183739

Directeur de mémoire : Pr ANDRIANAHARISON Yvon

Nombre de page : 111

Nombre de tableau : 21

Nombre de figure : 54



Titre : Etude comparative du Load Flow par la méthode de simplification du réseau d'énergie électrique.

Résumé :

L'accroissement du nombre des industries et de la population augmente la taille du réseau électrique : les lignes de transmissions, les transformateurs, et les charges deviennent plus nombreux.

Par conséquent, le calcul de la répartition de puissance du réseau électrique devient plus complexe, prend beaucoup de temps et nécessite plus de mémoire de stockage.

Le but de cette thèse est de simplifier le réseau afin de diminuer la complexité du calcul de la répartition de puissance et d'économiser le temps de calcul pour un grand réseau.

Un programme numérique a été développé pour la simulation d'un réseau test. Les résultats satisfaisants permettent de vérifier l'efficacité des méthodes proposées.

Mots clés : load flow, simplification du réseau électrique, équivalent statique

Title: Comparative study of Load Flow with the simplification method of the electrical power network

Abstract:

The growth of industries and the population number increase the size of electric network: the lines of transmissions, the transformers, and loads become more numerous.

Consequently, the calculation of electrical network power flow become more complex, takes lot of time and require more memory of storage.

The aim of this thesis is to simplify the network in order to decrease the complexity of the calculation of network power flow and to economize computational time.

A numeric program were developed for the simulation of a network test. The satisfactory results permit to prove the efficiency of the methods proposed.

Key words: load flow, electrical network simplification, static equivalent