

**UNIVERSITE D'ANTANANARIVO
ECOLE NORMALE SUPERIEURE
E.N.S. AMPEFILOHA**

**DEPARTEMENT DE FORMATION INITIALE
C.E.R PHYSIQUE CHIMIE
N° D'ORDRE : 241 / PC**

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES POUR L'OBTENTION DU CERTIFICAT
D'APTITUDE PEDAGOGIQUE DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE
(CAPEN)**

**ELABORATION D'UN COURS EN LIGNE
SUR LA DYNAMIQUE DU PROGRAMME
DES CLASSES TERMINALES C ET D.**

Présenté par :

RANAIVOSON Joseph

Le 09 Novembre 2006

Directeur de Mémoire :

ANDRIANARIMANANA Jean Claude Omer

Professeur

Année Universitaire : 2005 - 2006

**UNIVERSITE D'ANTANANARIVO
ECOLE NORMALE SUPERIEURE
E.N.S. AMPEFILOHA**

**DEPARTEMENT DE FORMATION INITIALE
C.E.R PHYSIQUE CHIMIE
N° D'ORDRE :241 / PC**

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES POUR L'OBTENTION DU CERTIFICAT
D'APTITUDE PEDAGOGIQUE DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE
(CAPEN)**

**ELABORATION D'UN COURS EN LIGNE
SUR LA DYNAMIQUE DU PROGRAMME
DES CLASSES TERMINALES C ET D.**

Présenté par :

RANAIVOSON Joseph

Le 09 Novembre 2006

Président de Jury : Madame RAZAFIMBELO Judith, Professeur Titulaire

Juges : - RASOANAIVO René Yves, Ph. D et Maître de Conférence

-RASOLONDRAMANITRA Henri, Ph. D et Maître de Conférence

**Directeur de Mémoire : ANDRIANARIMANANA Jean Claude Omer,
Professeur.**

Année Universitaire : 2005 – 2006.

REMERCIEMENTS

Nous nous devons d'adresser nos remerciements à tous ceux qui ont contribué à l'achèvement du présent mémoire, notamment :

- A notre président du Jury,
Madame RAZAFIMBELO Judith qui, malgré ses occupations, a accepté volontairement de présider le jury de ce mémoire ;

- A nos juges,
Monsieur RASOANAIVO René Yves et Monsieur RASOLONDRAMANITRA Henri qui ont consenti d'estimer la valeur et la qualité du présent travail, et d'en apporter des critiques constructives. Nous leur en sommes très reconnaissants ;

- A notre Directeur de Mémoire,
Monsieur ANDRIANARIMANANA Jean Claude Omer, qui a voulu nous apporter son aide pour le parachèvement de ce mémoire, et malgré ses lourdes responsabilités, a consacré ses temps pour nous diriger, nous conseiller et nous encourager dans toutes nos recherches. Nous lui adressons nos remerciements.

Mais nous ne pouvons oublier tous ceux qui ont voulu collaborer, de loin ou de près, pour réaliser ce travail.

Nous citons particulièrement et nous remercions respectivement :

- Notre promotion,
- Nos parents, nos frères, notre sœur, qui nous ont soutenu et aidé pour la réalisation du présent travail, en particulier notre frère ZOANY Pierre Fidèle qui nous a prêté mains fortes durant notre travail ;
- Enfin à tous nos amis et connaissances, qui nous ont soutenu durant de long mois.

A tous nous exprimons notre tendre affection !

TABLE DES MATIERES

	Pages
INTRODUCTION.....	1
 Première partie : CONCEPTION DU COURS DE DYNAMIQUE DES CLASSES TERMINALES C ET D.	 3
 I. MOUVEMENT DE TRANSLATION DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE.....	 3
I.1. Généralités	3
I.1.1. Quelques définitions	3
I.1.2. Rappel cinématique.....	6
I.2. Relation fondamentale de la dynamique pour un solide en translation.....	10
I.2.1. Principe de l'inertie : (première loi de newton).....	10
I.2.2. Relation $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_i$ dans un repère galiléen.....	10
I. 2.3. Principe de l'action et de la réaction : (troisième loi de newton)	11
 II. MOUVEMENT DE ROTATION DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE.....	 14
II.1. Mouvement de rotation d'un point matériel autour d'un axe fixe.....	14
II.1.1. Rappel cinématique	14
II.1.2. Etude dynamique.....	16
II.2. Rotation d'un solide autour d'un axe fixe Δ	16
II.2.1. Moment d'une force par rapport à un axe fixe Δ	16
II.2.2. Couple de force.....	17
II.3. Relation fondamentale de la dynamique appliquée à un solide en rotation.	18
II.3.1. Moment d'inertie.....	18
II.3.2. Théorème des accélérations angulaires.....	18
II.3.3. Moment d'inertie de quelques solides homogènes par rapport à un axe de symétrie.....	20
II.3.4. Théorème de Huygens.....	23
 III. THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE.....	 25
III.1. Energie cinétique d'un point matériel.....	25
III.2. Energie cinétique d'un système de points matériels.....	25
III.2.1. Définition.....	25
III.2.2. Solide en mouvement de translation.....	25
III.2.3. Solide en mouvement de rotation.....	26

	Pages
III.2.4. Solide en mouvement complexe.....	26
III.3. Travail d'une force	27
III.3.1. Travail d'une force constante	27
III.3.2. Travail d'une force d'intensité variable	29
III.3.3. Travail au cours d'une rotation.....	30
III.3.4. Travail d'un couple de torsion.....	31
III.4. Enoncé du Théorème de l'Energie Cinétique.....	31
IV. ENERGIE POTENTIELLE.....	32
IV. 1. Notion d'énergie potentielle.....	32
IV. 2. Energie potentielle de pesanteur.....	32
IV. 3. Energie potentielle élastique.....	34
IV. 4. Energie potentielle de torsion.....	35
V. ENERGIE MECANIQUE.....	38
V. 1. Energie mécanique de pesanteur.....	38
V.2. Energie mécanique élastique.....	39
V. 3. Energie mécanique de torsion.....	40
V. 4. Conservation de l'énergie mécanique.....	41
 Deuxième partie : EXPLOITATIONS DES LOGICIELS, POUR LA MISE EN LIGNE DU COURS PREPARE.....	 42
I.. PRESENTATION DU LOGICIEL.....	42
II. UTILISATION DU LOGICIEL.....	42
III. TRAITEMENT DANS LE MACROMEDIA DREAMWEAVER.....	42
III.1. Organisation des fichiers.....	42
III.2 .Importance du site.....	43
III.3. Le plan du site.....	44

	Pages
III.4. Ouverture du logiciel, enregistrement et ouverture de fichiers.....	45
III.5. Propriété de la page.....	48
III.6. La palette d'objet.....	49
III.7. Les liens.....	54
IV. ENREGISTREMENT D'IMAGE TRAITEE EN MICROSOFT PHOTODRAW DANS LE SITE.....	55
V. ENREGISTREMENT D'IMAGE TRAITEE EN PAINT DANS LE SITE.....	56
VI. TRAITEMENT DE MACROMEDIA FLASH MX.....	57
VI.1. Ouverture du logiciel Macromedia Flash MX.....	57
VI.2. Enregistrement de flash dans le site.....	58
VI.3. Présentation de la page dans l'Internet	59
 Troisième partie : APPLICATIONS	 60
I. OBJECTIFS DES ACTIVITES	60
II MODE OPERATOIRE DE RESOLUTION D'UN PROBLEME DE MECANIQUE AYANT POUR OBJET LA DETERMINATION DU MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SYSTEME	60
III. APPLICATIONS DE LA RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE EN TRANSLATION.....	61
III.1. Objectifs.....	61
III.2. Applications.....	61
III.2.1. Fil d'attache de la petite poupée suspendue au rétroviseur intérieur d'un mobile.....	61
III.2.2. Tondeuse à gazon sur coussin d'air.....	63
III.2.3. Une poulie homogène qui soutient deux solides.....	63
III.2.4. Solide glissant sur un plan incliné.....	65

	Pages
III.2.5. Une poulie qui soutient deux solides dont l'un glisse sur un plan incliné.....	66
III.2.6. Glissement de deux solides sur un double plan incliné.....	67
IV. APPLICATION SUR LE THEOREME DE HUYGENS.....	69
IV.1 Objectifs.....	69
IV.2. Moment d'inertie d'un système {2sphères, tige}.....	69
V. APPLICATIONS DE LA RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE EN ROTATION.....	70
V.1. Objectifs.....	70
V.2. Un cylindre homogène qui soutient un solide (S)	70
V.3. : Un cylindre homogène qui soutient un solide (S) et traversé par une tige.	72
V.4. Une poulie qui soutient deux solides.....	73
V.5. Système de deux sphères et une tige.....	75
VI. APPLICATION DU THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE.....	76
VI.1. Objectifs.....	76
VI.2. chute libre sans vitesse initiale.....	76
VI.3. Mouvement de projectiles.....	77
VI.4. Glissement d'un skieur sur une piste.....	78
VI.5. Pendule simple.....	80
VII. APPLICATION DE LA CONSERVATION DE L' ENERGIE MECANIQUE.....	82
VII1. Objectifs.....	82
VII.2. Un projectile lancé avec vitesse initiale.....	82
VII.3. pendule simple avec un ressort.....	83
VII.4. Solide (S) soumis à l'action d'un ressort.....	84
VII.5. Pendule pesant.....	85
<u>CONCLUSION</u>	88

LISTE DES FIGURES

	Pages
Figure 001 : Mobile assimilable à un point matériel.....	3
Figure 002 : Système indéformable ou solide.....	4
Figure 003 : Un repère cartésien $\mathfrak{R} (0, \vec{i})$	4
Figure 004 : Repère cartésien $\mathfrak{R} (0, \vec{i}, \vec{j})$ pour étudier un mouvement plan.....	4
Figure 005 : Repère cartésien $\mathfrak{R} (0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ pour étudier un mouvement dans l'espace.....	4
Figure 006 : Repère de Frenet $\mathfrak{R} (M, \vec{t}, \vec{n}, \vec{k})$	5
Figure 007 : Repère Géocentrique.....	5
Figure 008 : Repère de Copernic.....	5
Figure 009 : Repère Galiléen.....	5
Figure 010 : Vecteur quantité de mouvement d'un point matériel.....	6
Figure 011 : Vecteur quantité de mouvement d'un solide.....	6
Figure 012 : Trajectoire d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne.....	6
Figure 013 : Représentation graphique de la vitesse d'un mobile en mouvement rectiligne uniforme.....	7
Figure 014 : Représentation graphique de l'accélération d'un mobile en mouvement rectiligne uniforme.....	7
Figure 015 : Représentation graphique de l'équation horaire d'un mobile en mouvement rectiligne uniforme.....	7
Figure 016 : Représentation graphique de l'accélération d'un mobile en mouvement rectiligne uniformément varié.....	8
Figure 017 : Représentation graphique de la vitesse d'un mobile en mouvement rectiligne uniformément varié	
Figure 018 : Représentation graphique de l'équation horaire d'un mobile en mouvement rectiligne uniformément varié.....	8
Figure 019 : Solide (S) soumis à l'action d'un ressort.....	9
Figure 020 : Trajectoire d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne Sinusoïdal.....	10
Figure 021 : Représentation graphique du poids d'un solide de masse m qui en chute libre.....	11
Figure 022 : Illustration schématique du théorème de centre d'inertie.....	11

	Pages
Figure 023 : Principe de l'action et de l'interaction (forces opposées).....	13
Figure 024 : Trajectoire d'un mobile animé d'un mouvement circulaire.....	14
Figure 025 : Résultante des forces extérieures appliquées à un point matériel en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ).....	16
Figure 026 : Représentation graphique des Bras de levier de forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$	17
Figure 027 : Couple de forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$	17
Figure 028 : Différence entre forces opposées et couple de forces.....	17
Figure 029 : Solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ).....	18
Figure 030 : Résultante des forces appliquées à un solide en rotation.....	19
Figure 031 : Cerceau ou jante ou circonférence pesante de masse m et de rayon R.....	20
Figure 032 : Disque homogène de masse m et de rayon R.....	20
Figure 033 : Cylindre homogène de masse m, de rayon R et de hauteur h.....	21
Figure 034 : Tige homogène de masse m et de longueur l.....	21
Figure 035 : Sphère homogène de masse m et de rayon R dont l'axe passe le Centre O.....	22
Figure 036 : Sphère homogène de masse m et de rayon R dont l'axe passe par sa circonférence.....	22
Figure 037 : Masse ponctuelle de masse m qui se trouve à une distance l de l'axe (Δ).....	22
Figure 038 : Système matériel : {Tige T+ Cylindre C+ 2 solides}.....	23
Figure 039 : Solide en rotation autour de deux axes.....	23
Figure 040 : Tige homogène de masse m et de longueur l en rotation autour d'un axe fixe (Δ) passant par l'une des ses extrémités.....	24
Figure 041 : Disque homogène de masse m, de rayon R en rotation autour d'un axe fixe (Δ) qui se trouve à la distance $\frac{R}{2}$ de son centre O.....	24
Figure 042 : Disque homogène de masse m, de rayon R en rotation autour d'un axe fixe (Δ) qui se trouve en un point de sa circonférence.....	24
Figure 043 : Point matériel M animé d'un mouvement de translation.....	25
Figure 044 : Solide rectangulaire en mouvement de translation.....	25
Figure 045 : Solide quelconque en mouvement complexe.....	26
Figure 046 : Bille en mouvement complexe sur une table horizontale.....	26

	Pages
Figure 047 : Bille en mouvement complexe sur un plan incliné.....	27
Figure 048 : Translation du vecteur force constante $\vec{F}$ sur le point A à B.....	27
Figure 049 : Déplacement quelconque d'une force constante $\vec{F}$	28
Figure 050 : Déplacement quelconque de la chute d'un corps.....	28
Figure 051 : Direction et sens sur Ox de la force $\vec{F}$ d'intensité variable de A à B....	29
Figure 052 : Allongement d'un ressort au cours de son mouvement.....	29
Figure 053 : Trajectoire d'un point matériel en rotation autour d'un axe fixe (Δ).....	30
Figure 054 : Portion d'un arc de cercle.....	30
Figure 055 : Direction de la force constante $\vec{F}$ sur la trajectoire circulaire.....	30
Figure 056 : Deux forces de directions parallèles et de sens contraires diamétralement opposées.....	30
Figure 057 : Rotation d'une tige autour d'un axe fixe (Δ).....	31
Figure 058 : Chute d'un corps sans vitesse initiale.	32
Figure 059 : Solide (S) en translation rectiligne sur la ligne de plus grande pente du plan incliné.....	33
Figure 060 : Allongement du ressort à l'instant considéré.....	34
Figure 061 : Pendule de torsion.....	36
Figure 062 : Représentation graphique du moment du couple de torsion en fonction de son élancement angulaire θ	36
Figure 063 : Mouvement d'un projectile de vitesse $\vec{V}_0$	39
Figure 064 : Glissement d'un ressort sur une tige horizontale.....	40
Figure 065 : Représentation du site.....	44
Figure 066 : L'arborescence de site comportant 2 rubriques.....	44
Figure 067 : Ouverture du logiciel Macromedia Dreamweaver.....	45
Figure 068 : Enregistrement d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver.....	45
Figure 069 : Lieu d'enregistrement d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver.....	46
Figure 070 : Enregistrement sous d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver.....	46
Figure 071 : Lieu d'enregistrement sous d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver.....	47
Figure 072 : Ouverture d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver.....	47
Figure 073 : Ouverture d'un nouveau fichier sur Macromedia Dreamweaver.....	47

	Pages
Figure 074 : Fermeture d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver.	48
Figure 075 : Ouverture d'un ensemble de styles applicables aux pages de Macromedia Dreamweaver.....	48
Figure 076 : Propriétés de la page de Macromedia Dreamweaver.....	49
Figure 077 : Ouverture des palettes d'objet sur l'écran de Macromedia Dreamweaver.....	50
Figure 078 : Quelques palettes d'objet de Macromedia Dreamweaver.....	50
Figure 079 : Insertion Flash dans le dossier image animée.....	50
Figure 080 : Palettes des propriétés de Flash sur l'écran de Macromedia Dreamweaver.....	51
Figure 081 : Caractéristiques d'une insertion d'image survolée sur le page de Macromedia Dreamweaver.....	51
Figure 082 : Insertion Tableau sur la page de Macromedia Dreamweaver.....	52
Figure 083 : Caractéristiques d'un Tableau sur la page de Macromedia Dreamweaver.....	52
Figure 084 : Caractéristiques du texte dans la page de Macromedia Dreamweaver.....	53
Figure 085 : Palettes de propriétés de Texte sur l'écran de Macromedia Dreamweaver.....	54
Figure 086 : Création d'un Lien sur d'autre page de Macromedia Dreamweaver...	55
Figure 087 : Enregistrement d'une image PhotoDraw dans le dossier Image du site.....	55
Figure 088 : Fenêtre d'enregistrement d'une image PhotoDraw dans le dossier Image du site.....	56
Figure 089 : Enregistrement sous d'une image Paint dans le dossier Image du site.....	56
Figure 090 : Ouverture du logiciel Macromedia Flash MX.....	57
Figure 091 : Première fenêtre du logiciel Macromedia Flash MX.....	58
Figure 092 : Deuxième fenêtre du logiciel Macromedia Flash MX.....	58
Figure 093 : Enregistrement sous d'une image animée.....	58
Figure 094 : Fil inextensible qui soutient une masse ponctuelle de masse m au repos.....	62

	Pages
Figure 095 : Fil inextensible qui soutient une masse ponctuelle de masse m à l'instant t quelconque.....	62
Figure 096 : Une poulie homogène qui soutient deux solides.....	63
Figure 097 : Représentation des forces appliquées sur les deux solides.....	64
Figure 098 : Solide rectangulaire glissant sur un plan incliné.....	65
Figure 099 : Solide glissant sur un plan incliné.....	65
Figure 100 : Une poulie qui soutient deux solides dont l'un glisse sur un plan incliné.....	66
Figure 101 : Glissement de deux solides sur un double plan incliné.....	67
Figure 102 : Représentation des forces appliquées sur le système de deux masses.....	68
Figure 103 : Système de deux sphères et d'une tige.....	69
Figure 104 : Un cylindre homogène qui soutient un solide (S).....	70
Figure 105 : Forces appliquées sur un cylindre homogène qui soutient un solide (S).....	71
Figure 106 : Un cylindre homogène qui soutient un solide (S) et traversé par une tige (T).....	72
Figure 107 : Une poulie qui soutient deux solides.....	73
Figure 108 : forces appliquées à la poulie qui soutient deux solides.....	73
Figure 109 : Système de deux sphères et une tige.....	75
Figure 110 : Un tremplin ABC.....	77
Figure 111 : Glissement d'un skieur sur une piste ABCED.....	78
Figure 112 : Position de la bille pour l'angle θ et θ_0	80
Figure 113 : Forces appliquées sur la bille.....	80
Figure 114 : Un projectile lancé avec vitesse initiale.....	82
Figure 115 : Oscillation d'une tige OB.....	83
Figure 116 : Allongement du ressort à l'instant t	85
Figure 117 : Position du solide A suivant l'angle α et α_m	85

LISTE DE TABLEAU

	Page
Tableau 1 : Formes d'énergies aux positions correspondant aux points A et O.....	85

INTRODUCTION

L'enseignement requiert énormément des aptitudes pédagogiques, des compétences particulières afin de mieux transmettre les connaissances théoriques et pratiques aux apprenants. Les connaissances théoriques dispensées en salles, une fois acquises par les élèves, leur permettent d'approfondir davantage et d'appréhender d'une manière pragmatique les divers phénomènes naturels. De son côté, les connaissances pratiques nécessitent des travaux dans les laboratoires qui reposent essentiellement sur des expériences itératives indispensables à l'enseignement et à l'apprentissage des sciences physiques.

A l'heure actuelle, certains pays déjà développés accordent des places prépondérantes à l'utilisation de l'ordinateur dans les activités pédagogiques. Cette informatisation de l'enseignement présente plusieurs facettes d'avantages. Grâce aux nouvelles techniques d'information et de communication, il existe déjà des aspects de l'apprentissage pédagogique intitulés « cours en ligne » entre autres l'EO [1,2] (Enseignement Assisté par Ordinateur), l'EXAO [3,4] (Expérimentation Assisté par Ordinateur). Ces systèmes d'apprentissage sur ordinateur commencent progressivement à gagner du terrain dans quelques pays en voie de développement à tel point que l'informatisation des enseignements tend à envahir d'innombrables domaines pédagogiques. Cependant l'exploitation de cette nouvelle technique, n'est pas encore introduite par le Ministère tutelle, c'est la raison pour laquelle nous avons choisi comme sujet de mémoire :

« ELABORATION D'UN COURS EN LIGNE SUR LA DYNAMIQUE DU PROGRAMME DES CLASSES TERMINALES C ET D ».

Dans la dynamique, le mouvement constituait un problème majeur et parfois mystérieux pendant plusieurs d'années. Dans la vie quotidienne, on rencontre plusieurs mouvements tels que : les morceaux de papier emportés par le vent, une voiture qui circule, un bateau sur la mer, un chariot entraîné par des chevaux,...Tous ces mouvements s'avèrent tellement compliqués que de multitudes problématiques surgissent, entre autres :

- ♣ Comment présenter et exprimer les cas relatifs aux sciences physiques à l'aide de cette nouvelle approche ?
- ♣ Quelles seront les solutions efficaces pour résoudre les problèmes y afférents ?

- ♣ En quoi consisteraient éventuellement les avantages et les inconvénients conséquents aux cours en ligne?
- ♣ Comment devrait-on aborder un cours en ligne concernant la dynamique dans les classes secondaires?

Le choix du présent travail de mémoire se fixe comme objectif de répondre à toutes ces questions.

Afin d'exécuter tous les travaux, il faut d'abord disposer les outils informatiques suivants :

- ♣ Un ordinateur,
- ♣ Une unité de traitement des données,
- ♣ Des périphériques de sortie.

L'unité de traitement est constituée de six logiciels :

- ♣ Macromedia Dreamweaver 8,
- ♣ Macromedia Flash MX,
- ♣ Adobe photoshop CS,
- ♣ Microsoft PhotoDraw version 2,
- ♣ Microsoft office Word 2003,
- ♣ Paint.

Les périphéries de sortie sont l'écran de l'ordinateur et l'imprimante.

Notre travail consiste à :

- ♣ Elaborer un cours en ligne sur la dynamique du programme de terminales C et D.
- ♣ Introduire la Technologie d'Information et de Communication dans l'enseignement des sciences physique.

Ce mémoire est divisé en trois parties : dans la première partie, nous avons conçu un cours de dynamique des classes Terminales C et D ; la deuxième partie comporte les exploitations des logiciels pour la mise en ligne du cours préparé et la troisième partie contient les applications du cours dynamique dans les classes Terminales C et D.

Première partie :

CONCEPTION DU COURS DE DYNAMIQUE DES CLASSES TERMINALES C ET D

MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

DEFINITION

La dynamique est l'étude des mouvements d'un corps soumis à l'action d'une ou de plusieurs forces. Elle fait partie de la branche de la mécanique, branche de la physique qui étudie le mouvement des corps et les forces auxquelles ils sont soumis. Cette définition s'applique à la mécanique dite classique, par opposition à la mécanique quantique dont l'objet est l'étude de la dynamique des systèmes à faible action (en particulier des particules élémentaires, atomes et molécules).

La mécanique classique couvre plusieurs domaines d'études : la statique, la cinématique et la dynamique. Chacun de ces domaines peut être abordé selon trois approches différentes : newtonienne, analytique ou relativiste.

Dans la dynamique, notre étude concerne deux mouvements, à savoir le mouvement de translation et le mouvement de rotation du centre d'inertie d'un solide.

I.. MOUVEMENT DE TRANSLATION DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

I.1.. GENERALITES :

I.1.1 Quelques définitions : [5]

a) Point matériel :

On peut assimiler le mobile à un point matériel si les dimensions du mobile sont petites devant celle de la trajectoire (longueur, rayon, ...) et définie sa trajectoire. (Figure 1).

Exemples :

- Un avion à réacteur en vol peut être assimilé à un point matériel par un observateur terrestre,
- Un mobile peut être assimilé à un point matériel si ses dimensions sont petites devant les dimensions de la trajectoire.



Figure1: Mobile assimilable à un point matériel

b) Solide :

Un solide est un ensemble de points matériels dont la distance entre les points composants est constante. (Figure 2)

Un solide est dit mécaniquement isolé s'il n'est soumis à aucune force extérieure (Cas idéal).

Un solide est dit pseudo isolé si la résultante de toutes les forces extérieures qui lui

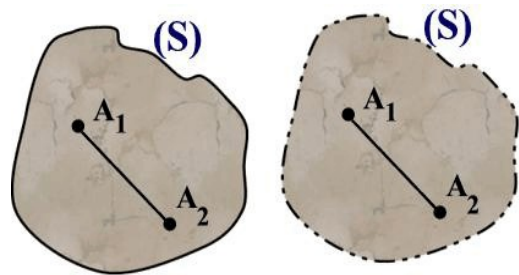


Figure 2 : Système indéformable ou solide.

sont appliquées est nulle : $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$

c) Référentiel :

Un référentiel est un solide servant de référence pour décrire le mouvement des corps (ou des mobiles).

d) Repère :

Un repère est un système d'axes liés au référentiel choisi et servant à repérer la position du mobile sur une droite (Figure 3), dans un plan (Figure 4) ou dans l'espace (Figure 5). Nous utilisons un repère d'axes orthonormés :

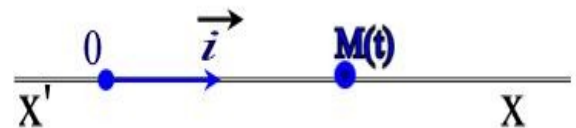


Figure 3 : Un repère cartésien $\mathcal{R} (0, \vec{i})$.

- ♣ Un repère cartésien $\mathcal{R} (0, \vec{i})$; $\mathcal{R} (0, \vec{i}, \vec{j})$; $\mathcal{R} (0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ invariable dans le référentiel [5].

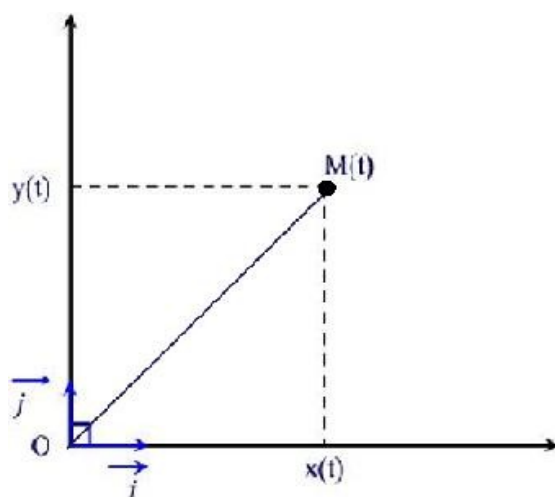


Figure 4 : Repère cartésien $\mathcal{R} (0, \vec{i}, \vec{j})$ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$.

Le vecteur $\vec{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$

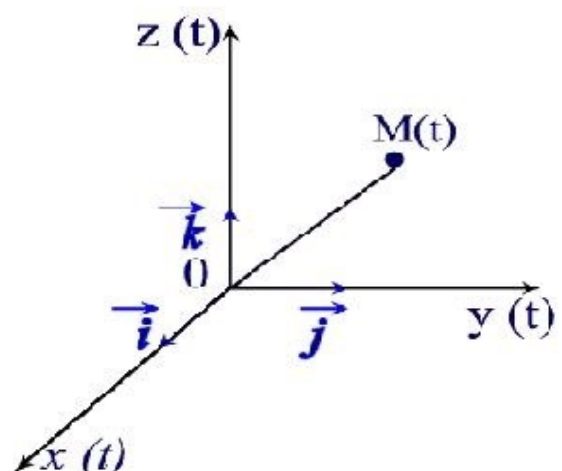


Figure 5 : Repère cartésien $\mathcal{R} (0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Le vecteur $\vec{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$.

♣ Un repère de Frenet $\mathcal{R}(M, \vec{t}, \vec{n}, \vec{k})$

mobile par rapport au référentiel (Figure 6). La base de Frenet est un repère mobile lié au mouvement du mobile M, son origine est le point M auxquels sont associés les vecteurs unitaires :

- $\vec{t}$: tangente à la trajectoire et dirigé dans le sens positif choisi sur la trajectoire,
- $\vec{n}$: normal à $\vec{t}$ et dirigé vers l'intérieur de la concavité.

Citons quelques repères particuliers :

- Le repère terrestre : repère lié à la surface de la terre [6].
- Le repère géocentrique : repère lié au centre de la terre (Figure 7).

- Un repère géocentrique est un repère dont l'origine est le centre de la terre et les trois axes sont orientés vers trois étoiles fixes [6]. Il est à noter que $\vec{k}$ n'est pas confondu avec l'axe des pôles [7].

- Le repère de Copernic : [6]

Un repère de Copernic est un repère orthonormé $\mathcal{R}(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dont l'origine O est au centre d'inertie du système solaire et dont les trois axes sont dirigés vers les étoiles $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ fixes (Figure 8).

- Le repère Galiléen: [6]

Un repère Galiléen est un repère orthonormé $\mathcal{R}(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dont l'origine O est la terre et dont les trois axes sont dirigés vers les étoiles $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ fixes (Figure 9).

Nous remarquons que :

- Tout repère lié à la terre peut être considéré comme un repère galiléen,

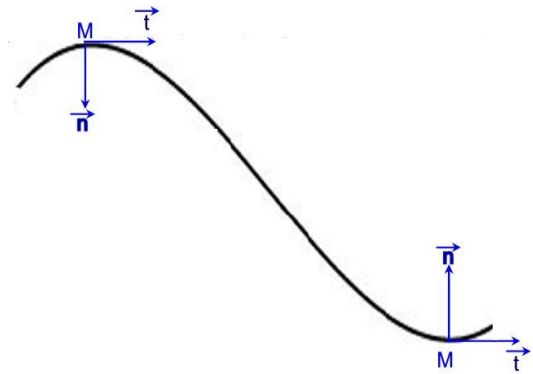


Figure 6 : Pour étudier le mouvement de rotation du centre d'inertie d'un solide, on utilise un repère de

Frenet $\mathcal{R}(M, \vec{t}, \vec{n}, \vec{k})$.

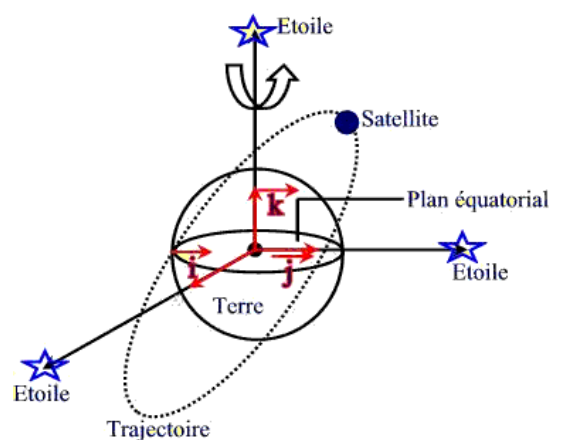


Figure 7 : Repère géocentrique

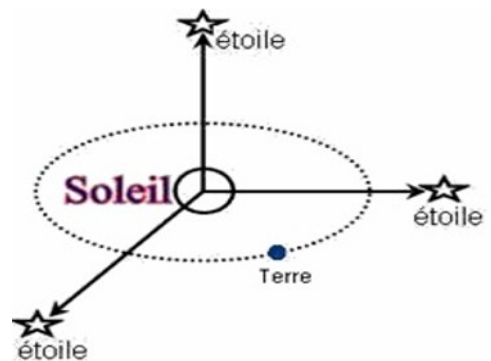


Figure 8 : Repère de Copernic

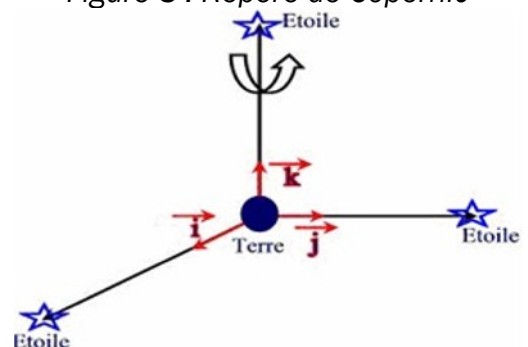


Figure 9 : Repère galiléen

- Les repères galiléens sont en translation les uns par rapports aux autres.

e) Centre d'inertie d'un solide [8]

Considérons un solide pseudo isolé, de centre de gravité G en mouvement par rapport à un référentiel terrestre. Alors le point G est animé d'un mouvement rectiligne uniforme, il est appelé : centre d'inertie d'un solide. Mathématiquement, on écrit qu'un point G est centre de gravité ou barycentre de n masses $m_1, m_2, \dots, m_n$ placées en des points $M_1, M_2, \dots, M_n$. Si, pour tout point O, on a la relation :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1 \overrightarrow{OM_1} + m_2 \overrightarrow{OM_2} + \dots + m_n \overrightarrow{OM_n}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

G est en fait la moyenne des points $M_1, M_2, \dots, M_n$ pondérés par les coefficients $m_1, m_2, \dots, m_n$.

f) Vecteur quantité de mouvement d'un solide [5]

Soit un solide (S) de masse m et dont le centre d'inertie G est animé d'une vitesse $\overrightarrow{v_G}$

à l'instant t (Figure11). Le vecteur quantité de mouvement de ce solide à cet instant est :

$$\overrightarrow{p} = m \overrightarrow{v_G} \text{ de norme } p = m.v_G.$$

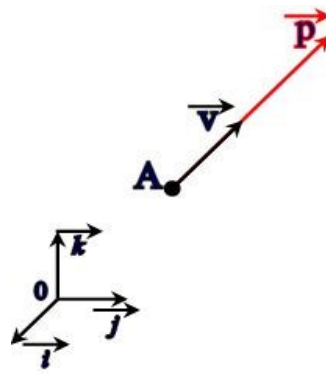


Figure 10 : Vecteurs quantité de mouvement d'un point matériel

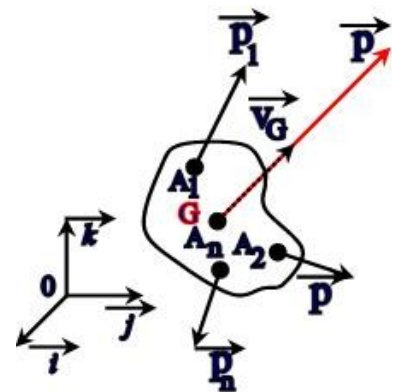


Figure 11 : Vecteurs quantité de mouvement d'un solide

I.1.2. Rappel cinématique [6]

a). Mouvement rectiligne

Définition :

Un mouvement est dit rectiligne lorsque la trajectoire est une droite (Figure12). Pour repérer la position d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne, il suffit de prendre un repère $\mathcal{R}(0, \vec{i})$ confondu avec la trajectoire.

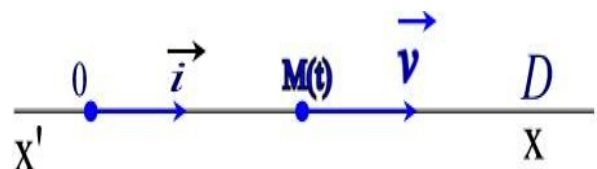


Figure 12 : Trajectoire d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne

Equation de mouvement :

- Vecteur position $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$.
- Vecteur vitesse $\vec{v} = \frac{dOM}{dt}\vec{i} = v\vec{i}$, v est le module du vecteur vitesse
- Vecteur accélération $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{i}$.

I.1.2. Mouvement rectiligne uniforme

Définition :

Un mouvement est dit rectiligne uniforme lorsque la trajectoire est une droite et de vitesse constante (Figure13).

Vecteur accélération : $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{i} = \vec{0}$ (Figure14)

Vecteur vitesse : $\vec{v} = v_0\vec{i}$ (v_0 : vitesse initiale)

Equation horaire : $x = v_0 t + x_0$

(x_0 : abscisse initiale et v_0 vitesse initiale) (Figure15).

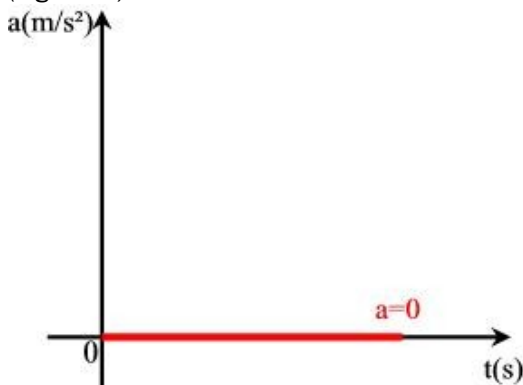


Figure 14 : Représentation graphique de l'accélération d'un mobile en mouvement rectiligne uniforme.

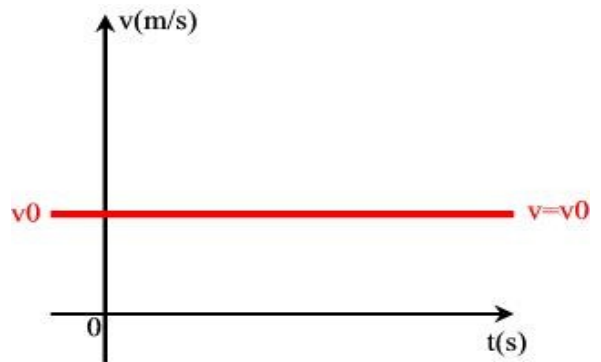


Figure 13 : Représentation graphique de la vitesse d'un mobile en mouvement rectiligne uniforme.

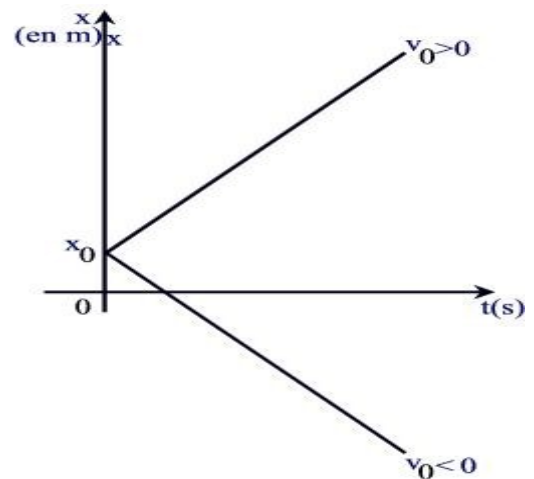


Figure 15 : Représentation graphique de l'équation horaire d'un mobile en mouvement rectiligne uniforme

I.1.3. Mouvement rectiligne uniformément varié :

Définition :

Un mouvement est dit rectiligne uniformément varié si la trajectoire est une droite et si l'accélération est constante (non nulle).

Vecteur accélération : $\vec{a} = a\vec{u}$ ($a \neq 0$) (Figure 16)

Vitesse : $v = at + v_0$ (Figure 17)

Equation horaire : $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

(x_0 : abscisse initiale et v_0 vitesse initiale)

(Figure 18).

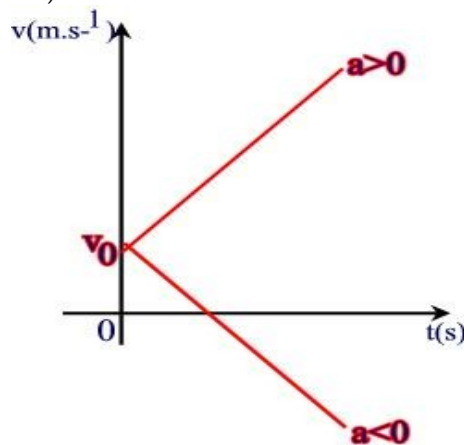


Figure 17 : Représentation graphique de la vitesse d'un mobile en mouvement rectiligne uniformément varié.

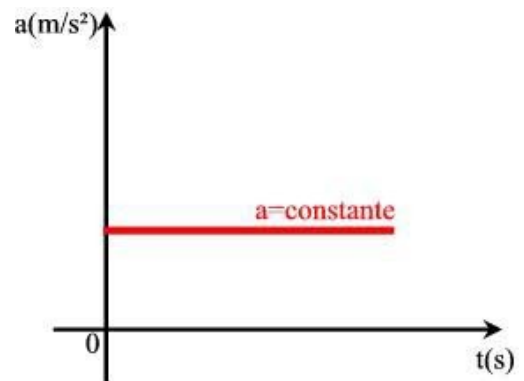


Figure 16 : Représentation graphique de l'accélération d'un mobile en mouvement rectiligne uniformément varié.

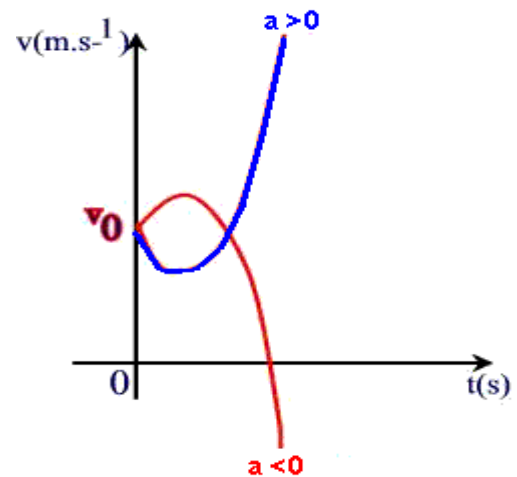


Figure 18 : Représentation graphique de l'équation horaire d'un mobile en mouvement rectiligne uniformément varié.

Exemple :

L'équation horaire du mouvement s'écrit : $x(t) = t^2 - 2t + 2$

Les unités sont celles du système international

Déterminer : a) l'accélération

b) la vitesse initiale

c) l'abscisse initiale

Réponse : a) accélération : $x(t) = t^2 - 2t + 2$

Après deux dérivations successives, on a : $a = 2 \text{ m.s}^{-2}$

b) vitesse initiale : $V = at + v_0 = 2t - 2$ donc $v_0 = -2 \text{ m.s}^{-2}$

c) abscisse initiale : Pour $t=0$, $x = 0^2 - 2 \cdot 0 + 2$ donc $x = 2$

Remarques :

Pour savoir si un mouvement est accéléré ou retardé, on cherche le signe du produit $a.v$.

- Si le produit $a.v > 0$, alors le mouvement est dit **accéléré**
- Si le produit $a.v < 0$, alors le mouvement est dit **retardé**

Exemple :

L'équation horaire d'un mobile animé de mouvement rectiligne uniformément varié est : $x(t) = -t^2 + 4t - 2$ $0 < t < 10s$

Sur quels intervalles de temps le mouvement est-il retardé ? accéléré ?

$$v = \frac{dx}{dt} = -2t + 4, \text{ donc } a = \frac{dv}{dt} = -2 \text{ m.s}^{-2} < 0$$

La vitesse s'annule si est seulement si $v=0$, alors $-2t+4 = 0$, Donc $t=2s$

t	0	2	10
v	+	-	
a	-	-	
a.v	-	+	

Si t appartient à $[0, 2s]$, le mouvement est retardé

Si t appartient à $] 2s, 10s]$, le mouvement est accéléré

I.1.4. Mouvement sinusoïdal [5] :

Un point mobile M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal (exemple : un solide soumis à l'action d'un ressort *Figure 19*) si sa trajectoire est une droite (*Figure 20*) et son équation horaire s'écrit :

$$x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi), \text{ avec } X_m > 0$$

Où $X_m(m)$: amplitude de mouvement

$X(m)$: Élongation

ω (en rad/s) : pulsation

$(\omega t + \varphi)$ en rad/s : phase à l'instant t et φ (en rad) : phase initial

Vitesse et accélération

$$x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Vitesse : } v = \frac{dx}{dt} = X_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Accélération : } a = \frac{dv}{dt} = -X_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

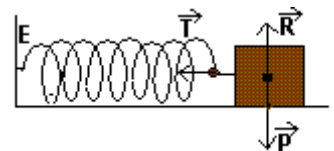


Figure 19 : Solide (S) soumis à l'action d'un ressort

Propriétés

a) $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)$

Pour tout t , $-1 < \sin(\omega t + \varphi) < 1$

Si $X_m > 0$, $-X_m < x(t) < X_m$

$$-X_m < x(t) < X_m$$

La trajectoire est donc un segment de droite de longueur : $l = 2X_m$

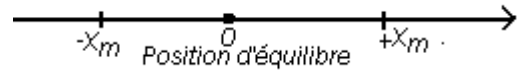


Figure 20 : Trajectoire d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal

b) $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)$

$$a(t) = -X_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \text{ donc } a(t) = -\omega^2 x(t)$$

L'accélération est proportionnelle à l'élongation

Période – Fréquence

Un mouvement rectiligne sinusoïdal est un mouvement périodique.

Sa période est : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et la fréquence est l'inverse de la période $N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

I.2. RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE POUR UN SOLIDE EN TRANSLATION

I.2.1. Principe de l'inertie : (premier loi de Newton) [9]

La première loi de la mécanique est appelée principe de l'inertie que formula au XVII^e siècle par le scientifique anglais Isaac Newton. Cette formulation est comme suit : « Dans un référentiel Galiléen, si aucune force extérieure n'est appliquée à un corps (solide isolé ou pseudo isolé), ce dernier se trouve soit au repos, soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme à vitesse constante ».

I.2.2 Relation $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_i$ dans un repère galiléen [5]

(Relation Fondamentale de la Dynamique: R.F.D

ou Théorème du Centre d'Inertie: T.C.I)

a) Cas d'une chute libre :

Considérons un solide (S), de masse m , qui tombe en chute libre sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$ (Figure 21). Evaluons ses quantités de mouvement.

A $t = 0$, $\vec{v}_0 = \vec{0}$ donc $\vec{p}_0 = m\vec{v}_0 = \vec{0}$

A l'instant t , la vitesse est $\vec{v}$ donc :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Si t petit, on a :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t - 0} = \frac{m\vec{v}}{t} = m\vec{g} = \vec{P}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{P} = \sum \vec{F}_i$$

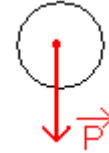


Figure 21 : Représentation graphique du poids d'un solide de masse m qui tombe en chute libre.

b) Cas général [5] :

Dans les repères galiléens, la somme des vecteurs forces appliquées à un solide, à l'instant de date t , est égale à la dérivée par rapport au temps de son vecteur quantité

de mouvement $\vec{p}$ alors : $\sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

c) Théorème de centre d'inertie : [9]

c.1) Démonstration :

Comme $\vec{p} = m\vec{v}_G$, nous avons,

$$\sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}_G) = m \frac{d\vec{v}_G}{dt} + v_G \frac{dm}{dt}$$

$$\text{Soit } \sum \vec{F}_i = m\vec{a} + v_G \frac{dm}{dt}$$

Avec $\vec{a}$ accélération du système.

Lorsque la masse est constante, le principe fondamental de la dynamique devient

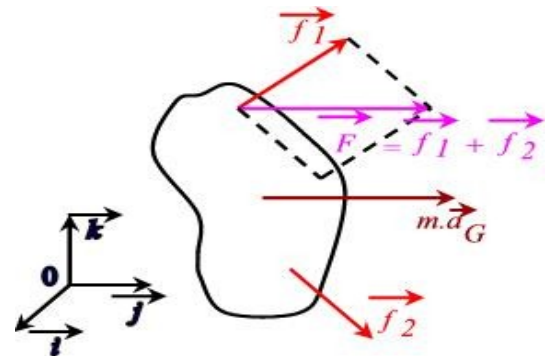


Figure 22 : Illustration schématique du Théorème de Centre d'inertie.

$$\boxed{m\vec{a}_G = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i} \quad (\text{2ème loi de Newton : Figure 22})$$

c.2) Enoncé du théorème de centre d'inertie :

« Dans un référentiel Galiléen, la somme des vecteurs forces appliquées à un solide, à l'instant de date t , est égale au produit de la masse du solide par le vecteur

accélération de son centre d'inertie »

$$\boxed{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}_G}$$

d) Conséquences de la relation $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_i$ [5]

d.1). Conservations de la quantité de mouvement

Considérons un solide isolé (ou pseudo isolé)

Dans ce cas $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$, ainsi $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_i = \vec{0}$, c'est à dire $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$,

D'où $\vec{p}$ est un vecteur constant.

La quantité de mouvement d'un solide isolé ou pseudo isolé se conserve

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 = \dots = \vec{p}_i.$$

Enoncé: « La quantité de mouvement d'un système des points matériels quelconque, qui n'est pas soumis à aucune force, se conserve ».

d.2). Nature du mouvement

- Si un solide est isolé ou pseudo isolé : $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$;

Donc, $\frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}_G = \sum \vec{F}_i = \vec{0}$, C'est-à-dire, $m\vec{a}_G = \vec{0}$, $\vec{a}_G = \vec{0}$.

D'où $\vec{v}_G$ est un vecteur constant ; par conséquent le mouvement est rectiligne uniforme.

Enoncé: « Le centre d'inertie d'un solide soumis à des forces dont les actions se compensent (ou à aucune force), a un mouvement rectiligne et uniforme s'il est en mouvement, et reste au repos s'il est au repos ».

- Si $\sum \vec{F}_i$ est constant, alors $\vec{a}_G = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}$ est constant et G a un mouvement

rectiligne uniformément accéléré si sa vitesse initiale est nulle.

Enoncé: « Lorsqu'un solide est soumis, dans un repère Galiléen, à des forces dont la somme est constante, le mouvement de son centre d'inertie est rectiligne uniformément varié ».

I. 2.3. PRINCIPE DE L'ACTION ET DE LA REACTION : (TROISIEME LOI DE NEWTON) [10]

La troisième loi de Newton énonce qu'un corps exerçant une force sur un autre corps subit en retour une force de même intensité, de même direction mais de sens opposé. Autrement dit, si un solide 1 exerce sur un solide 2 une force, le solide 2 exercera sur le solide 1 une force, et on

$$\text{aura : } \vec{f}_{1/2} + \vec{f}_{2/1} = \vec{0} \quad (\text{Figure 23})$$

Exemple

Lorsqu'un corps A exerce sur un corps B, une action mécanique caractérisée par une force $\vec{F}_{A \rightarrow B}$, le corps B exerce sur le corps A une réaction caractérisée par $\vec{F}_{B \rightarrow A}$.

Que les corps soient au repos ou en mouvement, les forces caractérisant l'interaction sont directement opposées : $\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$.

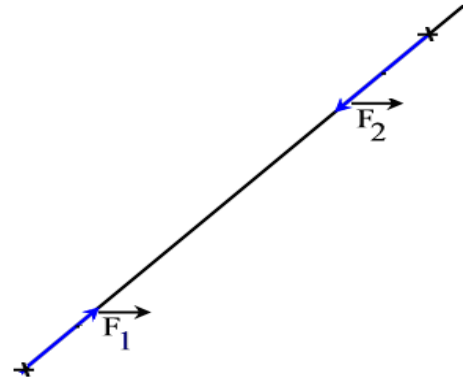


Figure 23 : Principe de l'action et de la réaction (forces opposées)

II. MOUVEMENT DE ROTATION DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE

II.1. Mouvement de rotation d'un point matériel autour d'un axe fixe

II.1.1. Rappel cinématique [6]

a. Mouvement circulaire :

- Définition :

Un point mobile M est animé d'un mouvement circulaire lorsque la trajectoire est une portion de cercle ou un cercle.

- Abscisse curviligne :

Sur la trajectoire, on choisie un point origine O et un sens positif (Figure 24). La position M du mobile par rapport à O est l'arc $s(t) = OM$ appelé abscisse curviligne.

- Abscisse angulaire :

Cet arc OM qui est fonction du temps, repéré par l'angle θ est appelé abscisse

angulaire. $\theta = \frac{s}{R}$ R c'est le rayon de courbure.

L'angle θ fonction du temps est appelé équation horaire du mouvement.

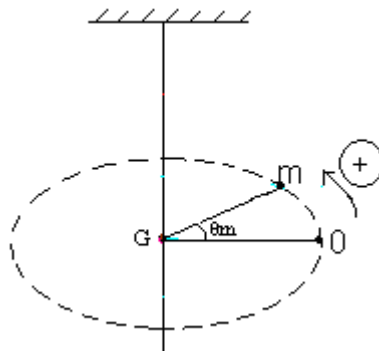


Figure 24 : Trajectoire d'un mobile animé d'un mouvement circulaire.

- Vitesse angulaire :

C'est la dérivée de l'équation horaire du mouvement par rapport au temps. On la note

$\dot{\theta}$ ou ω . Etablissons la relation entre la vitesse linéaire v et la vitesse angulaire ω .

Orientons la trajectoire dans le sens trigonométrique. On a $s(t) = R\theta$ (θ en radian).

La vitesse du mobile est $v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega$, Donc $v = R\omega$.

ω Vitesse angulaire en rad.s^{-1}

R rayon de la trajectoire en mètre (m)

v vitesse linéaire en mètre par seconde (m.s^{-1})

- Accélération angulaire :

C'est la dérivée de vitesse angulaire w par rapport au temps.

Elle est notée par $\ddot{\theta}$. $\ddot{\theta} = \frac{dw}{dt}$ $\ddot{\theta}$ en rad.s⁻².

Conséquence : Expression du vecteur accélération en fonction des variables angulaires dans le repère de Frenet :

L'accélération normale est : $a_n = \frac{R^2 \dot{\theta}^2}{R} = R \dot{\theta}^2$; Donc $a_n = R \dot{\theta}^2$

L'accélération tangentielle sera : Donc $a_t = R \ddot{\theta}$

b. Mouvement circulaire uniforme

- Définition

Un mouvement est donc dit circulaire uniforme si la trajectoire est une portion de cercle (ou un cercle) et sa vitesse angulaire étant constante. $\dot{\theta} = \text{constante}$

- Les équations du mouvement :

- Equation de l'accélération $\ddot{\theta} = 0$,

- Equation de vitesse $\dot{\theta} = \omega t + \theta_0$

Autrement dit $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R\dot{\theta})}{dt} = R \frac{d\dot{\theta}}{dt} = 0$.

L'accélération est réduite à l'accélération normale $a = a_n = R \dot{\theta}^2$

- Conséquence :

$w = \text{constante}$; accélération centripète (orienté vers le centre de la trajectoire)

c. Mouvement circulaire uniformément varié :

- Définition

Un mouvement est dit circulaire uniforme si la trajectoire est une portion de cercle (ou un cercle) et son accélération est constante. $\ddot{\theta} = \text{constante}$

- Les équations du mouvement :

- Equation de vitesse angulaire $w(t) = \ddot{\theta} t + w_0$,

- Equation horaire de mouvement $\theta(t) = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t^2 + w_0 t + \theta_0$

En éliminant la variable t entre l'équation de vitesse et de l'accélération, on a la relation indépendante de temps : $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\ddot{\theta}(\theta - \theta_0)$

II.1.2. Etude dynamique :

Soit $\mathcal{M}_\Delta$ le moment par rapport à l'axe (Δ) de la force $\vec{F}$.

Soit $\vec{F}$ la résultante de toutes les forces extérieures appliquées à un point matériel de masse m , en mouvement de rotation autour d'un axe fixe Δ (Figure 25).

En appliquant le Théorème du Centre d'Inertie à la

$$\begin{aligned} \text{masse } m \quad \sum_i \vec{F}_i = \vec{F} = m\vec{a} &= m(\vec{a}_n + \vec{a}_t) \\ &= m\vec{a}_n + m\vec{a}_t = \vec{F}_n + \vec{F}_t \end{aligned}$$

$$\text{avec } F_n = m \frac{v^2}{R} = mR\omega^2 = mR\dot{\theta}^2 \text{ et } F_t = m \frac{dv}{dt} = mR\ddot{\theta}$$

$$\mathcal{M}_\Delta = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_n) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_t),$$

$$\text{Or } \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_n) = 0 \quad (\vec{F}_n \text{ rencontre l'axe } (\Delta)) \text{ et } \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_t) = F_t \cdot R = m \cdot R^2 \cdot \ddot{\theta}$$

$$\text{Donc } \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = m \cdot R^2 \cdot \ddot{\theta}$$

Unités : $\mathcal{M}_\Delta$ en Newton fois mètre (N.m)

m en kilogramme (kg)

R en mètre

$\ddot{\theta}$ en radian par seconde carré (rad.s⁻²)

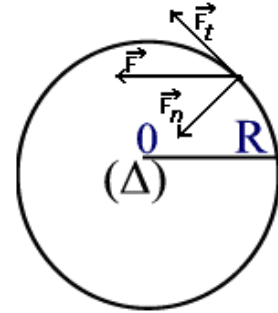


Figure 25 : Résultante de toutes les forces extérieures appliquées à un point matériel

II.2. ROTATION D'UN SOLIDE AUTOUR D'UN AXE FIXE Δ :

II.2.1. Moment d'une force par rapport à un axe fixe Δ [10]

Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à l'axe Δ que l'on note $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ est l'expression mathématique traduisant les faits de rotation de la force sur le solide autour de l'axe fixe Δ . Ainsi si la force $\vec{F}$ n'entraîne pas le solide dans sa rotation son moment est nul.

C'est le cas d'une force $\vec{F}$ dont la droite d'action coupe l'axe ou/et parallèle à cet axe de rotation. Le moment de la force $\vec{F}$ par rapport à Δ est : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F \cdot d$.

* d : bras de levier c'est-à-dire la distance de la droite d'action de $\vec{F}$ à Δ . (Figure 26)

Remarque :

Le moment d'une force est une grandeur algébrique :

- ♣ il est positif (moment moteur) si la force $\vec{F}$ entraîne le solide dans le sens positif de rotation ;
- ♣ il est négatif (moment résistant) si $\vec{F}$ s'oppose au sens positif choisi

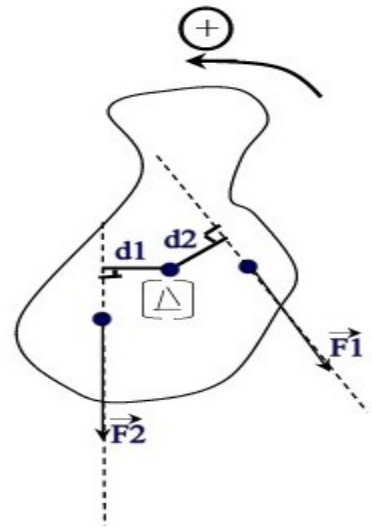


Figure 26 : Représentation graphique des Bras de levier des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.

II.2.2. Couple de forces : [10]

a- Définition :

Un couple de forces est un ensemble de deux forces de direction parallèle de sens opposé mais de même intensité (Figure 27).

Le moment du couple ($\vec{F}_1, \vec{F}_2$) est le moment résultant :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) &= \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_1) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_2) \\ &= F_1 d_1 + F_2 d_2 = F_1 (d_1 + d_2) \end{aligned}$$

Or $F_1 = F_2$ donc $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = F_1 d$ avec $d = d_1 + d_2$ (d : bras de levier du couple c'est à dire la distance qui sépare les deux directions des deux forces).

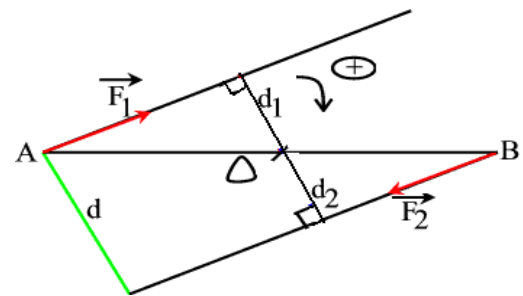


Figure 27 : Couple des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$

b- Remarques : [7]

-Le moment du couple est indépendant de l'axe de rotation ainsi on dit indifféremment couple ou moment de couple.

-Ne pas confondre forces opposées (3^e loi de Newton) et couple de forces (Figure 28).

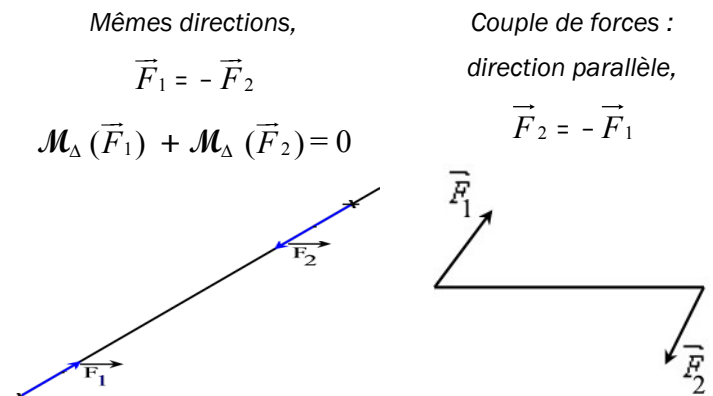


Figure 28 Différence entre forces opposées et couple
des forces.

II.3. RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE APPLIQUEE A UN SOLIDE EN ROTATION

II.3.1. Moment d'inertie

Considérons un solide (S) mobile autour d'un axe (Δ) (Figure 29).

Soient $M_1, M_2, M_3, \dots, M_i$ des points matériels appartenants à ce solide. Chacun d'eux est caractérisé par sa masse $m_1, m_2, m_3, \dots, m_i$ et par le rayon $r_1, r_2, r_3, \dots, r_i$ de sa trajectoire circulaire.

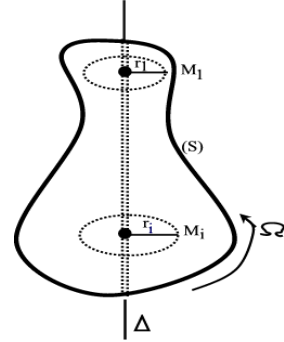


Figure 29 : Solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ).

Tous ses points ont même vitesse angulaire ω ou $\dot{\theta}$ et même accélération angulaire.

La somme algébrique des moments par rapport à l'axe Δ de toutes les forces extérieures qui s'exercent sur le solide est :

$$\begin{aligned}\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\overrightarrow{F_{app}}) &= \mathcal{M}_{1/\Delta} + \mathcal{M}_{2/\Delta} + \dots + \mathcal{M}_{i/\Delta} \\ &= m_1 \cdot r_1^2 \cdot \ddot{\theta} + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \ddot{\theta} + \dots + m_i \cdot r_i^2 \cdot \ddot{\theta} \\ &= \left(\sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 \right) \cdot \ddot{\theta}, \text{ Donc } \sum \mathcal{M}_{\Delta}(\overrightarrow{F_{app}}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}\end{aligned}$$

Avec $J_{(\Delta)} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2$: moment d'inertie du solide (S) par rapport à l'axe (Δ).

$J_{(\Delta)}$ est exprimé en kilogramme fois mètre carré (kg. m²).

II.3.2. Théorème des accélérations angulaires

a) Démonstration

Considérons un point M_i du solide de masse m_i , distant de r_i de l'axe de rotation fixe Δ .

Soit $\overrightarrow{F}_i$ la résultante de toutes les forces qui lui sont appliquées (Figure 30). A l'instant

t quelconque où la vitesse angulaire du solide est $\dot{\theta}$ et son accélération angulaire $\ddot{\theta}$,

l'accélération du point M_i est $\vec{a}_i$ dont les composantes dans la base de Frenet sont :

$$\begin{aligned} a_{it} &= r \cdot \ddot{\theta} \\ a_{in} &= r \cdot \dot{\theta}^2 \quad \vec{F}_i = \vec{F}_{it} + \vec{F}_{in} + \vec{F}_{ik} \\ a_{ik} & \end{aligned}$$

En appliquant le Théorème du Centre d'Inertie au point

$$\begin{aligned} M_i : \vec{F}_i &= m_i \vec{a}_i = m_i (\vec{a}_{it} + \vec{a}_{in} + \vec{a}_{ik}) \\ &= m_i \vec{a}_{it} + m_i \vec{a}_{in} + m_i \vec{a}_{ik} = \vec{F}_{it} + \vec{F}_{in} + \vec{F}_{ik} \end{aligned}$$

Le moment $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i)$ de toutes les forces appliquées à ce point M_i est :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) &= \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{it}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{in}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ik}) \\ &= F_{it} r_i = m_i a_{it} r_i, \text{ donc } \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = m_i r_i^2 \ddot{\theta} \end{aligned}$$

Pour le solide, le moment résultant de toutes les forces appliquées à tous les points du solide est donc :

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = \sum \mathcal{M}(\vec{F}_{i/\Delta}) = \sum_i m_i r_i^2 \ddot{\theta} = \ddot{\theta} \sum_i m_i r_i^2$$

Finalement $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = J_\Delta \ddot{\theta}$, C'est le théorème des accélérations angulaires ou relation fondamentale de la dynamique appliquée à un solide en rotation. Théorème

des accélérations angulaires : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) + \sum \mathcal{M}^C = J_\Delta \ddot{\theta}$

Unités : $\mathcal{M}_\Delta$ en Newton fois mètre (N.m) ,

$J_{(\Delta)}$ en kilogramme fois mètre carré (kg.m²)

$\ddot{\theta}$ en radian par seconde carré (rad.s⁻²)

b) Cas particulier :

- si $\sum \mathcal{M}_\Delta = 0$ alors $\ddot{\theta} = 0$ donc $\dot{\theta} = \text{constante}$
- $\ddot{\theta} = 0$ Théorème des moments $\sum \mathcal{M}_\Delta = 0$ (Équilibre de rotation)
- $\dot{\theta} = 0$, on a un mouvement de rotation uniforme d'équation horaire : $\theta(t) = \omega t + \theta_0$
- Si $\mathcal{M}_\Delta = \text{constante}$, on a un mouvement de rotation uniformément varié

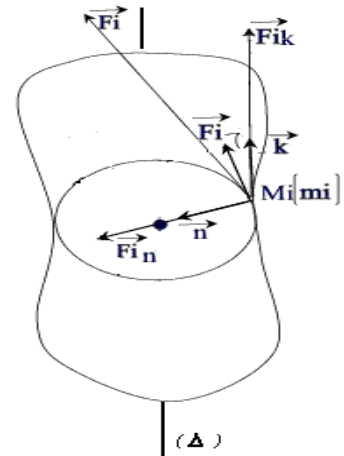


Figure 30 : Résultante des forces appliquées à un solide en rotation.

c) Enoncé du Théorème [11]

La somme algébrique des moments par rapport à l'axe de rotation des forces extérieures appliquées à un solide, est égale au produit de son moment d'inertie par

rapport à cet axe par son accélération angulaire : $\sum \mathcal{M}\left(\frac{\vec{F}}{\Delta}\right) = \sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} + \sum \mathcal{M}_C = J_{\Delta} \ddot{\theta}$.

II.3.3. Moment d'inertie de quelques solides homogènes par rapport à un axe de symétrie

a) Cerceau ou jante ou circonférence pesante de masse m et de rayon R: (Figure 31)

On a : $J_{(\Delta)} = \sum m_i . r_i^2$, Or les masses sont réparties

sur la circonférence de rayon R, Donc $\forall i \quad r_i = R$

$$J_{(\Delta)} = \left(\sum m_i \right) . R^2, \text{ or } \left(\sum m_i \right) = m$$

m (masse du cerceau), D'où $J_{(\Delta)} = m . R^2$ [12]

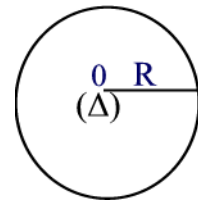


Figure 31 : Cerceau ou jante ou Circonférence pesante de masse m et de rayon R

b) Disque homogène de masse m et de rayon R [12]:

Considérons la couronne comprise entre r et r + dr, (Figure 32)

sa surface est $ds = (\pi . r^2)'$, donc $ds = 2\pi . r . dr$,

sa masse est $dm = \rho . ds$ (ρ s'appelle masse surfacique),

son moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ) est :

$$dJ_{(\Delta)} = dm . r^2 = 2 . \rho . \pi . r^3 . dr .$$

D'où le moment d'inertie du disque est :

$$J_{(\Delta)} = \int_0^R dJ_{(\Delta)} = \int_0^R 2\pi . \rho . r^3 . dr = 2\pi . \rho \int_0^R r^3 . dr = \frac{2\pi \rho}{4} [r^4]_0^R -$$

$$J_{(\Delta)} = \frac{1}{2} \pi . \rho . R^4$$

D'autre part la masse totale du disque est : $m = \rho . s = \rho \pi . R^2$

$$\text{Donc } J_{(\Delta)} = \frac{1}{2} \rho \pi . R^2 . R^2, \text{ D'où } J_{(\Delta)} = \frac{1}{2} m . R^2$$

Unités : $J_{(\Delta)}$ en kilogramme fois mètre carré (kg.m²)

m en kilogramme (kg)

R en mètre (m)

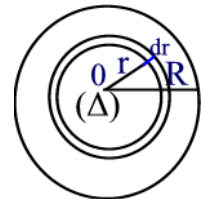


Figure 32 : Disque homogène de masse m et de rayon R.

c) Cylindre homogène de masse m, de rayon R et de hauteur h[12] :

Considérons la couronne comprise entre r et r + dr (Figure 33),

sa surface est : $ds = 2\pi \cdot r \cdot dr$,

son volume est : $dv = h \cdot ds = 2\pi \cdot h \cdot r \cdot dr$,

sa masse est $dm = \rho \cdot dv$ (ρ s'appelle masse volumique),

son moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ) est : $dJ_{(\Delta)} = dm \cdot r^2 = 2\pi \cdot \rho \cdot h \cdot r^3 \cdot dr$

Le moment d'inertie du cylindre est :

$$J_{(\Delta)} = 2\pi \cdot \rho \cdot h \cdot \int_0^R r^3 \cdot dr$$

$$J_{\Delta} = \frac{1}{2} \rho \pi h \cdot [r^4]_0^R = \frac{1}{2} \pi \cdot \rho \cdot h \cdot R^4$$

La masse totale du cylindre est : $m = \rho \cdot v = \rho \pi \cdot R^2 \cdot h$

$$\text{D'où } J_{(\Delta)} = \frac{1}{2} m \cdot R^2$$

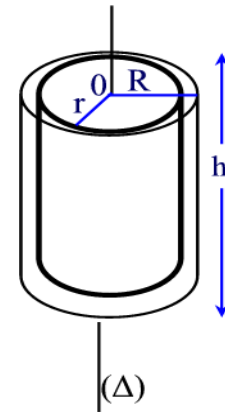


Figure 33 : Cylindre homogène de masse m , de rayon R et de hauteur h .

d) Tige homogène de masse m et de longueur l [12] :

Considérons une portion de la tige comprise entre x et $x + dx$ (Figure 34),

sa masse est $dm = \lambda \cdot dx$ (λ s'appelle masse linéique),

son moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ) est :

$$dJ_{(\Delta)} = dm \cdot x^2 = \lambda \cdot x^2 \cdot dx.$$

Le moment d'inertie de la tige donc :

$$J_{(\Delta)} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \lambda \cdot x^2 \cdot dx = \lambda \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \cdot dx = \frac{\lambda}{3} \left[x^3 \right]_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} = \frac{\lambda}{3} \left(\frac{l^3}{8} + \frac{l^3}{8} \right) = \frac{1}{12} \lambda l^3$$

D'autre part la masse de la tige est : $m = \lambda$, D'où $J_{(\Delta)} = \frac{1}{12} m \cdot l^2$

Remarque :

Si la longueur de la tige est $L = 2l$ alors :

$$J_{(\Delta)} = \frac{1}{12} m \cdot L^2 = \frac{1}{12} m (2l)^2, \text{ D'où } J_{(\Delta)} = \frac{1}{3} m \cdot l^2$$

Unités : $J_{(\Delta)}$ en kilogramme fois mètre carré ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)

m en kilogramme (kg)

R en mètre (m)

e) Sphère de masse m et de rayon R :

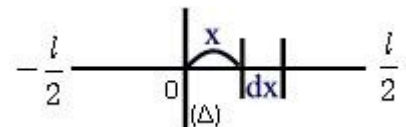


Figure 34 : Tige homogène de masse m et de longueur l .

e.1) Par rapport au centre O [12] :

Considérons la couronne comprise entre r et $r + dr$, (Figure 35).

Son volume est : $dV = 4\pi \cdot r^2 \cdot dr$,

sa masse est $dm = \rho \cdot dV = 4\pi \cdot \rho \cdot r^2 \cdot dr$ (ρ s'appelle masse volumique),

son moment d'inertie par rapport à l'axe passant par le centre O est :

$$dJ_{(0)} = dm \cdot r^2 = 4\pi \cdot \rho \cdot r^4 \cdot dr$$

Le moment d'inertie de la sphère est :

$$J_{(0)} = 4\pi \cdot \rho \int_0^R r^4 \cdot dr = \frac{4\pi \cdot \rho}{5} \left[r^5 \right]_0^R = \frac{4}{5} \pi \cdot \rho \cdot R^5$$

Or la masse totale de sphère est $m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$

$$\text{Donc } J_{(0)} = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot \frac{3}{5} R^2, \quad \text{D'où } J_{(0)} = \frac{3}{5} m \cdot R^2$$

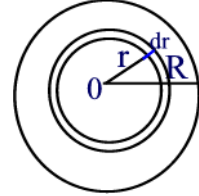


Figure 35 : Sphère homogène de masse m et de rayon R dont l'axe passe par le centre O

e.2) Par rapport à un diamètre : [12]

On démontre que Sphère homogène de masse m et de rayon R dont l'axe passe par sa circonférence (Figure 36)

$$J_{(0,x)} + J_{(0,y)} + J_{(0,z)} = 2J_{(0)}$$

$$J_{(0,x)} = J_{(0,y)} = J_{(0,z)} = J_{(\Delta)}$$

$$3J_{(\Delta)} = 2J_{(0)}$$

$$J_{(\Delta)} = \frac{2}{3} J_{(0)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} m \cdot R^2$$

$$\text{D'où } J_{(\Delta)} = \frac{2}{5} m \cdot R^2$$

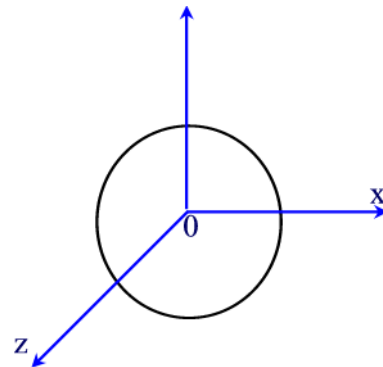


Figure 36 : Sphère homogène de masse m et de rayon R dont l'axe passe par sa circonférence.

f) Masse ponctuelle de masse m qui se trouve à une distance l de l'axe (Δ)

Considérons un élément de volume dv de cette masse ponctuelle (Figure 37),

son moment d'inertie par rapport à l'axe passant par le centre O est : $dJ = r \cdot dv \cdot l^2$.

Le moment d'inertie de la masse est :

$$J = \sum \rho \, dv \, l^2 = \rho \, l^2 \sum dv = l^2 \rho \cdot v = l^2 \cdot m$$

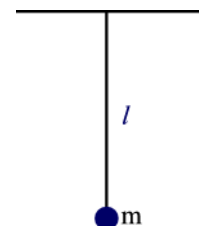


Figure 37 : Masse ponctuelle de masse m

or $ru = m$ donc $J_{(\Delta)} = ml^2$

qui se trouve à une distance l de l'axe (Δ) .

Remarque :

Le moment d'inertie d'un système matériel par rapport à un axe de rotation est égal à la somme des moments d'inerties de chaque élément qui constitue le système.

Exemple :

Une tige T de masse $M=180\text{g}$ de longueur $2l=40\text{cm}$ est fixée sur une boîte cylindrique de masse $m=100\text{g}$ de rayon $R=10\text{cm}$ le long de diamètre de la tige. Sur les extrémités A et B de la tige sont fixés deux solides de masse $m=100\text{g}$ chacune (Figure 38). L'ensemble est mobile autour de l'axe de révolution du cylindre dont la masse est uniformément répartie sur sa circonférence et cet axe est aussi l'axe de symétrie de la tige. Calculer le moment d'inertie du système tournant par rapport à (Δ) ?

Réponse :

Système : { tige T + cylindre C + les 2 solides }

$$\begin{aligned} J_{\Delta} &= J_{T/\Delta} + J_{C/\Delta} + J_{A/\Delta} + J_{B/\Delta} \\ &= \frac{1}{12} M (2l)^2 + m l^2 + 2 m' l^2 \\ &= \frac{1}{3} M l^2 + m l^2 + 2 m' l^2 \end{aligned}$$

$$\text{Finalement } J_{\Delta} = \left(\frac{M}{3} + 2m' \right) l^2 + m R^2$$

$$J_{\Delta} = 0,105 \text{ kg.m}^2$$

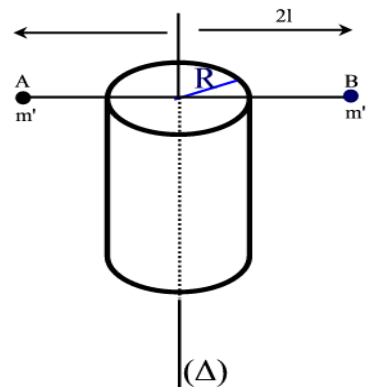


Figure 38 : Système matériel :

{ tige T + cylindre C + les 2 solides } .

II.3.4. THEOREME DE HUYGENS [11]:

Soit un solide de masse m pouvant tourner autour de l'axe (Δ) (Figure 39), soit (Δ_G) un axe parallèle à (Δ) et passant par le centre d'inertie G du solide.

$$\text{On a : } J_{(\Delta)} = J_{(\Delta_G)} + m.d^2$$

Unités :

$J_{(\Delta)}$ et $J_{(\Delta_G)}$ en kilogramme fois mètre carré (kg.m^2)

m en kilogramme (kg)

d: distance entre les deux axes exprimée en mètre (m)

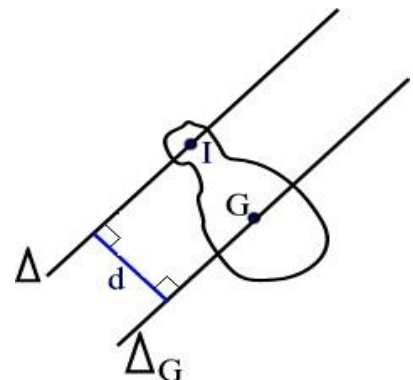


Figure 39 : Solide en rotation autour de deux axes.

APPLICATIONS : Application 1. : Moment d'inertie d'une tige :

Calculer le moment d'inertie d'une tige homogène, de masse m et de longueur l par rapport à un axe passant par l'une des ses extrémités (Figure 40).

Réponse :

D'après le théorème de HUYGENS

$$J(\Delta) = J(\Delta_G) + md^2 \text{ avec } J(\Delta_G) = \frac{1}{12} ml^2$$

$$\text{et } d = \frac{l}{2}, \text{ donc } J(\Delta_G) = J \frac{1}{12} ml^2 + m \left[\frac{l}{2} \right]^2$$

Finalement : $J(\Delta) = \frac{1}{3} ml^2$

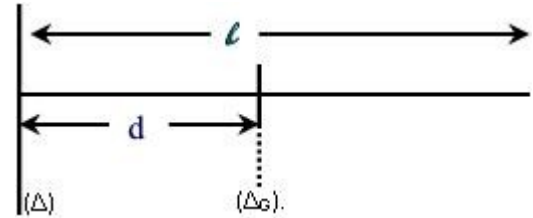


Figure 40 : Tige homogène de masse m et de longueur l en rotation autour d'un axe fixe (Δ) passant par l'une des ses extrémités.

Application 2. Moment d'inertie d'un disque homogène :

a) Calculer le moment d'inertie d'un disque homogène, de masse m et de rayon R par rapport à un axe perpendiculaire à son plan et passant par un point O' situé à la

distance $\frac{R}{2}$ (Figure 41)

Réponse : D'après le théorème de HUYGENS

$$J(\Delta) = J(\Delta_O) + md^2 \text{ Avec } J(\Delta_O) = \frac{1}{2} mR^2$$

$$\text{et } d = \frac{R}{2}, \text{ Donc } J(\Delta_O) = \frac{1}{2} mR^2 + m \left[\frac{R}{2} \right]^2$$

Finalement $J(\Delta) = \frac{3}{4} mR^2$

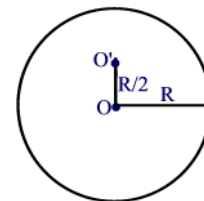


Figure 41 : Disque homogène de masse m , de rayon R en rotation autour d'un axe fixe (Δ) qui se trouve à la distance $R/2$ de son centre O .

b) Calculer le moment d'inertie d'un disque homogène, de masse m et de rayon R par rapport à un axe perpendiculaire à son plan et passant par un point de sa circonférence (Figure 42).

Réponse : D'après le théorème de HUYGENS

$$J(\Delta) = J(\Delta_O) + md^2, \text{ avec } J(\Delta_O) = \frac{1}{2} mR^2$$

$$\text{et } d = R, \text{ Donc } J(\Delta_O) = \frac{1}{2} mR^2 + mR^2$$

Finalement : $J(\Delta) = \frac{3}{2} mR^2$

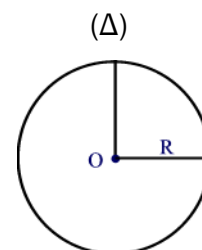


Figure 42 : Disque homogène de masse m , de rayon R en rotation autour d'un axe fixe Δ qui se trouve en un point de sa circonférence.

III. THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

Comme toute énergie, l'énergie cinétique s'exprime en joules (J). L'énergie cinétique est une notion fondamentale en physique, en particulier en dynamique (mécanique). L'énergie cinétique d'un système est la somme des énergies cinétiques des corps qui le composent.

On distingue deux formes d'énergie cinétique : l'énergie cinétique de translation et l'énergie cinétique de rotation.

III.1. ENERGIE CINETIQUE D'UN POINT MATERIEL [10]

Un point matériel M de masse m , est animé d'un mouvement de translation,

possédant une vitesse $\vec{v}$ (Figure 43)

Son énergie cinétique est : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ (J) v :

valeur algébrique du vecteur vitesse $\vec{v}$.



Figure 43 : Point matériel M animé d'un mouvement de translation.

III.2. ENERGIE CINETIQUE D'UN SYSTEME DE POINTS MATERIELS

III.2.1. Définition [10] : L'énergie cinétique d'un système de points matériels est la

somme des énergies cinétiques de tous ses points : $E_c = \sum \frac{1}{2}m_i v_i^2$ (J)

III.2.2. Solide en mouvement de translation [10]

Considérons un solide $S = \{M_1, M_2, M_3, \dots, M_n\}$ de masses respectives $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ et animés des vitesses $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$. (Figure 44)

Mouvement de translation donc, tous les points du solide ont même vitesse :

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 = \dots = \vec{V}_G = \dots = \vec{V}_n = \vec{V}$$

Ou $v_1 = v_2 = \dots = v_G = \dots = v_n = v$.

L'énergie cinétique est donc :

$$\begin{aligned} E_c &= \sum \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2}m_n v_n^2 \\ &= \frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 + \dots + \frac{1}{2}m_n v^2 = \frac{1}{2}v^2(m_1 + m_2 + \dots + m_n) \end{aligned}$$

Or $m_1 + m_2 + \dots + m_n = M$, c'est-à-dire $\sum m_i = M$ (masse du solide);

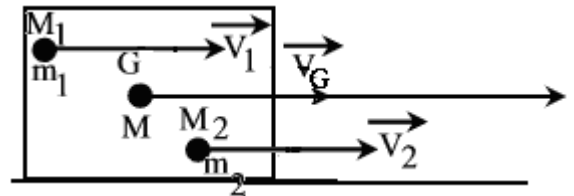


Figure 44 : Solide rectangulaire en mouvement de translation.

Finalement $E_C = \frac{1}{2} M v^2$ (J)

III.2.3. Solide en mouvement de rotation [10]:

Soit : ce solide (S) est constitué de n points matériels $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ de masses respectives $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ se trouvant à $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ de l'axe de rotation (Δ). (Figure 29). Au même instants tous les points du solide ont même vitesse angulaire Ω :

M_1 a la vitesse linéaire $v_1 = r_1 \cdot \Omega$.

M_2 a la vitesse linéaire $v_2 = r_2 \cdot \Omega$.

M_n a la vitesse linéaire $v_n = r_n \cdot \Omega$.

L'énergie cinétique est donc : $E_C = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n v_n^2$

$$E_C = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \Omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \Omega^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n r_n^2 \Omega^2, \text{ Donc } E_C = \frac{1}{2} \Omega^2 \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Avec $\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_{S/\Delta}$: moment d'inertie du solide (S) par rapport à l'axe de rotation (Δ).

Finalement $E_C = \frac{1}{2} J_{\Delta} \Omega^2$ E_C exprimée en joule (J), Ω exprimé en rad.s^{-1} ,

J_{Δ} est appelé moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (Δ). Il dépend de la répartition des masses du solide autour de l'axe (Δ). C'est une grandeur toujours positive dont l'unité dans le système international n'a pas reçu de nom particulier : le kilogramme mètre carré (kg.m^2)

III.2.4. Solide en mouvement complexe (Figure 45)

Illustration

-G en mouvement curviligne,
-les autres points en mouvement de rotation.

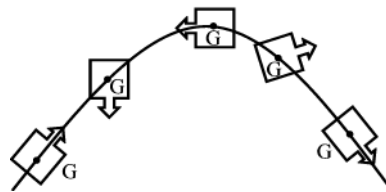


Figure 45 : Solide quelconque en mouvement complexe.

On pourra en général décomposer son mouvement :

- En mouvement de translation de son centre d'inertie G
- En un mouvement de rotation autour d'un axe passant par G.

L'énergie cinétique est donc, $E_C = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} J_{\Delta} \Omega^2$

$\frac{1}{2} M v^2$: représente l'énergie cinétique de translation

M : masse du solide supposé au centre d'inertie du

solide

v_G : vitesse du centre d'inertie G du solide

$\frac{1}{2} J_{\Delta} \Omega^2$: représente l'énergie cinétique de rotation autour d'un axe fixe passant par G.

J_{Δ} est appelé moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (Δ) et Ω la vitesse angulaire du solide autour de l'axe (Δ).

Application

Evaluer l'énergie cinétique d'une bille homogène de masse M qui roule sans glisser sur un plan quelconque à un instant où $\vec{V}_G = \vec{V}$. (Figure 47)

Réponse :

$$\text{On a : } E_C = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} J_{\Delta} \Omega^2 \text{ avec } J_{\Delta} = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\text{et } \Omega = \frac{v}{R} \text{ donc } \Omega^2 = \frac{v^2}{R^2}$$

$$J_{\Delta} = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} M R^2 \frac{v^2}{R^2}$$

$$= \frac{1}{2} M v^2 + \frac{2}{10} M v^2 = \frac{7}{10} M v^2, \text{ Donc } E_C = \frac{7}{10} M v^2$$

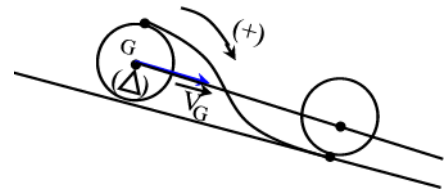


Figure 46 : Bille en mouvement
Complexe sur une table horizontale.

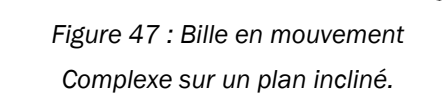


Figure 47 : Bille en mouvement
Complexe sur un plan incliné.

III.3. TRAVAIL D'UNE FORCE :

III.3.1. Travail d'une force constante :

a) Définition du travail :

Cette notion de travail fait intervenir deux facteurs : le facteur « force » et le facteur « déplacement ». L'existence de ces deux facteurs implique la production d'un travail.

Pour un déplacement d'un point d'application A à B, le travail effectué par une force

constante (en direction, sens et intensité) (Figure 48) est défini par : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$

Géométriquement on a :

$$\|\vec{F}_T\| = \|\vec{F}\| \cdot \cos \alpha \text{ et}$$

$$\|\vec{F}_N\| = \|\vec{F}\| \cdot \sin \alpha$$

La force $\vec{F}$ est décomposée en composante normale et composante tangentielle :

$$\vec{F} = \vec{F}_N + \vec{F}_T$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_N) + W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_T)$$

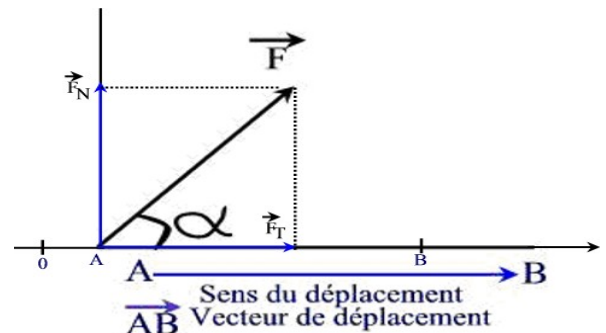


Figure 48 : Translation du vecteur force constante $\vec{F}$ sur le point A à B.

Or $\vec{F}_N$ ne travaille pas si le point d'application de $\vec{F}$ se déplace de A vers B ; Donc

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_N) = 0, \text{ Finalement } W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_T) = \|\vec{F}\| \|\overrightarrow{AB}\| \cos \alpha$$

b) Remarques:

- Si $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\vec{F}$ sollicite le mouvement, le travail est moteur donc $W(\vec{F}) > 0$.
- Si $\alpha = 0$, $W(\vec{F}) = 0$, le travail est nul, la force ne travaille pas.
- Si $\alpha > \frac{\pi}{2}$, s'oppose au déplacement, le travail est résistant, donc $W(\vec{F}) < 0$.
- Une propriété du travail : L'expression $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$ reste toujours valable pour un déplacement quelconque du point d'application de force constante. (Figure 49)

Le travail de la force $\vec{F}$ au cours de déplacement $\overrightarrow{AB}$ est :

$$\begin{aligned} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) &= \vec{F} \cdot \overrightarrow{AC} + \vec{F} \cdot \overrightarrow{CD} + \dots + \vec{F} \cdot \overrightarrow{KB} \\ &= \vec{F} (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \dots + \overrightarrow{KB}) \end{aligned}$$

Donc

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$

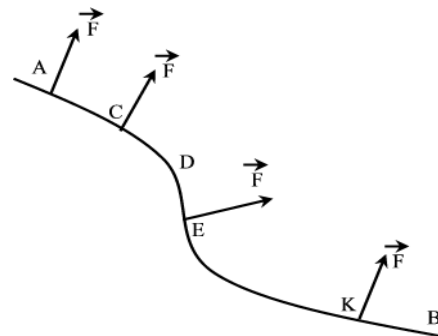


Figure 49 : Déplacement quelconque d'une force constante $\vec{F}$.

« Le travail d'une force constante au cours d'un déplacement quelconque du point d'application est égal au produit scalaire du vecteur force $\vec{F}$ par le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$ ».

Exemple : Travail du poids d'un corps

En un lieu donné, le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé constant ; le champ de pesanteur est dit uniforme. Le poids d'un corps est donc une force constante en ce lieu. Calculons le travail effectué par le poids d'un corps au cours d'un déplacement quelconque de son point d'application (Figure 50).

h : dénivellation entre les points A et B ou différence des niveaux : $h = z_A - z_B$. Dans les 3 chemins (1), (2), (3), le travail du poids P de A vers B est le même :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = P(z_A - z_B) = P \cdot h. \text{ Donc le travail du poids}$$

est indépendant du chemin suivi, il ne dépend que de la différence de niveau du point de départ et du point d'arriver.

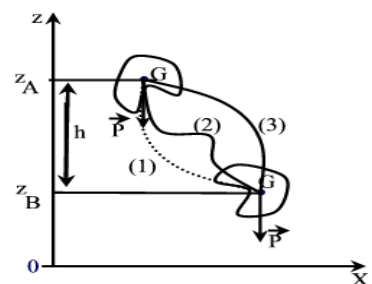


Figure 50 : Déplacement quelconque de la chute d'un corps.

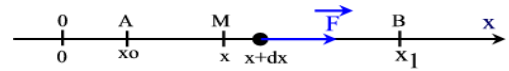
Remarques : - Travail moteur : de A vers B : $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \|\vec{P}\| \cdot h = + m\|\vec{g}\| \cdot h$

- Travail résistant : de B vers A : $W_{B \rightarrow A}(\vec{P}) = - \|\vec{P}\| \cdot h = - m\|\vec{g}\| \cdot h$

III.3.2. Travail d'une force d'intensité variable : [13]

$\|\vec{F}\| = f(x)$: l'intensité de $\vec{F}$ dépend de x.

Soit M un point matériel se déplaçant sur l'axe



Ox (Figure 51), la force $\vec{F}$ de direction Ox varie au

Figure 51 : Direction et sens sur Ox de la force $\vec{F}$ d'intensité variable de A à B.

cours du déplacement : donc $\|\vec{F}\| = f(x)$.

Lorsque le point M va de A à B, quel est le travail de $\vec{F}$?

Le travail élémentaire dW, lorsque le point M se déplace de x à (x+dx) est : $dW = \|\vec{F}\|$

$\cdot dx = f(x) dx$. Le travail effectué par la force $\vec{F}$ de A à B est donc $W = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx$.

Exemple : Travail de la force de rappel d'un ressort

La force de rappel est la force qui tend à ramener le système vers la position d'équilibre. $F = -kx$.

Pour un allongement du ressort (Figure 45); le travail est $dW = F \cdot dx = -kx \cdot dx$.

Sous l'effet de la force de rappel, pour passer de x_1 à x_2 , cette force de rappel effectue un travail

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx = -k \int_{x_1}^{x_2} (x) dx = -k \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_1}^{x_2}$$

$$\text{Finalement } W = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2$$

Le travail correspond au travail de force intérieure, car la force $\vec{F}$ est une force intérieure.

Remarques :

- Si $x_1 > x_2$ le travail est moteur : le travail correspond au travail de la force intérieure, car la force $\vec{F}$ est une force intérieure.

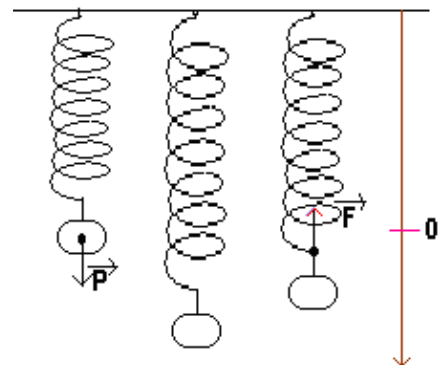


Figure 52 : Allongement d'un ressort au cours de son mouvement.

- Si la position du point d'application de $\vec{F}$ passe de x_1 à 0 (position d'équilibre). Le

travail de la force $\vec{F}$ est : $W(\vec{F}) = \frac{1}{2} kx_1^2$

III.3.3. Travail au cours d'une rotation : [13]

Un point matériel M parcourt un cercle (Figure 53),
la résultante des forces appliquées est $\vec{F}$.

Quel est le travail effectué par $\vec{F}$ lorsque M passe
de A à B ?

Décomposons $\vec{F}$ en $\vec{f}_z, \vec{f}_2, \vec{f}_n$. $\vec{F} = \vec{f}_z + \vec{f}_2 + \vec{f}_n$

($\vec{f}_z$ et $\vec{f}_n$ sont perpendiculaire au déplacement,

donc leur travail pour faire tourner M est nul) :

$$\mathcal{M}(\vec{f}_z)_{/\Delta} = 0, \quad \mathcal{M}(\vec{f}_n)_{/\Delta} = 0$$

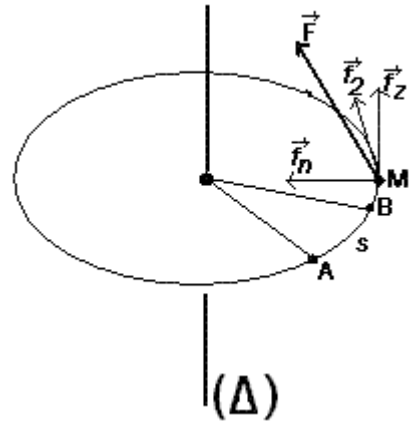


Figure 53 : Trajectoire d'un point matériel en rotation autour d'un axe fixe (Δ).

Pour un petit arc de cercle (Figure 54) ; le travail élémentaire est :

$$dW = f_2 ds = f_2 d\theta = \mathcal{M}(\vec{f}_2) d\theta = \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} d\theta$$

Le travail de A à B est $W = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \mathcal{M} d\theta$

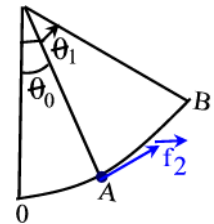


Figure 54 : Portion d'un arc de cercle.

Cas particulier

$$dW = FRd\theta = \mathcal{M} d\theta$$

$\vec{F}$ est supposé constante en intensité et de
direction tangente à la trajectoire circulaire (Figure

$$55): \quad W = \int_0^\theta \mathcal{M} d\theta = \mathcal{M} \int_0^\theta d\theta = \mathcal{M}\theta$$

Finalement : $W = \mathcal{M}\theta$ (W en joule)

$\mathcal{M}$: moment exprimé en N.m et θ en rad

Remarque : s'il s'agit d'un couple de force (Figure 56)

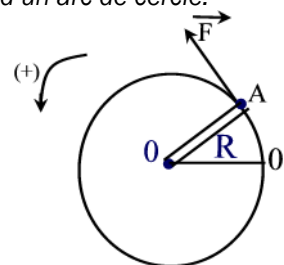


Figure 55 : Direction de la force constante sur la trajectoire circulaire.

$$\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$$

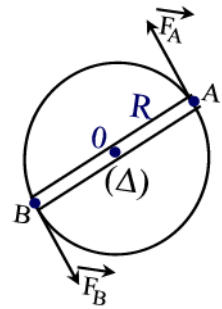
$$\mathcal{M}(\vec{F}) = \mathcal{M}(\vec{F})_{A/\Delta} + \mathcal{M}(\vec{F})_{B/\Delta}$$

$$W(\vec{F}) = W(\vec{F}_A) + W(\vec{F}_B)$$

$$W(\vec{F}) = 2FR\theta = F\|\overline{AB}\|\theta = Fd\theta$$

$d = 2R$: diamètre de la trajectoire

Figure 56 : Deux forces de directions parallèles et de sens contraires diamétralement opposées.



III.3.4. D. Travail d'un couple de torsion :

Le moment de rappel est : $\mathcal{M} = -C\theta$

$$dW = \mathcal{M} d\theta = -C\theta d\theta$$

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mathcal{M} d\theta = -C \int_{\theta_1}^{\theta_2} \theta d\theta = -C \left[\frac{\theta^2}{2} \right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$\text{Finalement : } W = \frac{1}{2} C \theta_1^2 - \frac{1}{2} C \theta_2^2$$

De θ_1 à la position d'équilibre (Figure 57),

$$\text{on a : } W = \frac{1}{2} C \theta_1^2$$

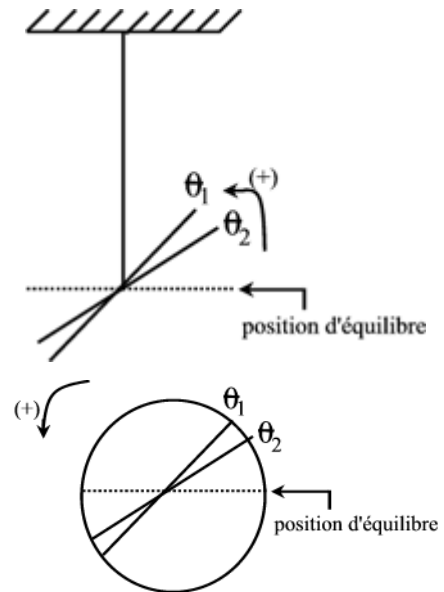


Figure 57 : Rotation d'une tige autour d'un axe fixe.

III.4. ENONCE DU THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE : [10]

Le théorème de l'énergie cinétique stipule que :

« Dans un référentiel Galiléen, la variation d'énergie cinétique pendant un intervalle de temps d'un solide est égale à la somme algébrique des travaux des forces intérieures et extérieures qui lui sont appliquées pendant cet intervalle de temps. »

Autrement dit, si un solide passe d'un état initial 1 à un état final 2 en effectuant un travail $W_{1 \rightarrow 2}$, on peut écrire :

$$\Delta E_C = E_{C2} - E_{C1} = \sum W_{1 \rightarrow 2} \vec{F}_{ext} + \sum W_{1 \rightarrow 2} \vec{F}_{int}$$

Remarque :

Pour un solide : $\sum W_{1 \rightarrow 2} \vec{F}_{\text{int}} = 0$.

IV. ENERGIE POTENTIELLE

IV. 1. Notion d'énergie potentielle

Lorsqu'un corps tombe en chute libre d'une hauteur h ou glisse sur un plan incliné, son poids fournit un travail égal à $m \cdot g \cdot h$. Plus le corps est à l'altitude élevée, plus il peut fournir du travail en tombant. On dit que par sa position par rapport au sol, ce corps possède de l'énergie en réserve appelée énergie potentielle. Elle n'est fonction de la position du corps par rapport au sol.

Si nous convenons de dire qu'au sol un corps a une énergie potentielle nulle ; à une altitude h , il possédera une énergie potentielle $\varepsilon_p = m \cdot g \cdot h$.

IV.2. Energie potentielle de pesanteur : [10]

Lorsqu'un corps solide, sans vitesse initiale, tombe d'un point A (cote z_A) à un point B (cote z_B). (Figure 58)

Le théorème de l'énergie cinétique nous permettons d'écrire :

$$\frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot (z_A - z_B),$$

Or $v_A = 0$ donc $\frac{1}{2} m \cdot v_B^2 = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$

Nous pouvons donc écrire, en groupant tous les termes relatifs à un même point dans

un même membre : $\frac{1}{2} m \cdot v_B^2 = m \cdot g \cdot z_B = m \cdot g \cdot z_A$

Il est évident que cette relation doit être vraie quelle que soit la position de B en

dessous de A, $\frac{1}{2} m \cdot v_C^2 + m \cdot g \cdot z_C = m \cdot g \cdot z_A$

La quantité $\frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot z = \varepsilon$ apparaît comme une grandeur conservative, c'est-à-dire une grandeur constante pour le corps tombant en chute libre.

Cette propriété est-elle particulière à la chute libre ?

Considérons un solide S en translation rectiligne suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné (Figure 59). Le centre d'inertie G est en A, le solide ayant la vitesse v_A , à la date t_A , et parvient en B à la date t_B , le solide ayant la vitesse v_B . La variation de

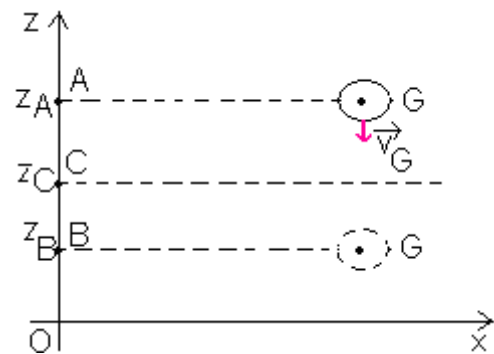


Figure 58 : Chute d'un corps sans vitesse

Initiale (Axe orienté vers le haut et $g = \|\vec{g}\|$).

l'énergie cinétique de S pendant la date ($t_B - t_A$) est égale à la somme de travaux de toutes les forces qui lui sont appliquées.

Nous pouvons à considérer les travaux :

- des forces de pesanteur qu'exerce la terre sur S, la somme de ses forces est égale au poids de S, le travail de vecteur $\vec{P}$ vaut :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m.g(z_A - z_B),$$

z étant la cote du centre d'inertie G du solide.

- des forces de contact exercées par le plan incliné sur S, la somme de ces forces (réaction du plan) est égale à vecteur $\vec{R}$, le travail de celle-ci vaut : $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB}$

Si nous admettons que le solide glisse sans frottement, le travail de ces forces est alors nul : $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB}$

$$= R.AB.\cos(\vec{R}, \vec{AB})$$

Or $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ d'où $\boxed{W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0}$

- des forces de résistance de l'air que l'on peut négliger ;

Nous pouvons écrire : $Ec(B) - Ec(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$

$$Ec(B) - Ec(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$$

Soit $\frac{1}{2}m.v_B^2 - \frac{1}{2}m.v_A^2 = m.g(z_A - z_B)$, D'où $\frac{1}{2}m.v_A^2 + m.g.z_A = \frac{1}{2}m.v_B^2 + m.g.z_B$

La quantité $\frac{1}{2}m.v^2 + m.g.z = \epsilon$, ou encore $Ec + m.g.h = \epsilon$, apparaît comme une grandeur conservative, c'est-à-dire une grandeur constante au cours du temps.

Théorème relatif à la variation de l'énergie potentielle de pesanteur :

La variation de l'énergie potentielle d'un pesanteur système est égale à l'opposée de la somme algébrique des travaux de toutes les forces conservatives.

Cette énergie potentielle a comme expression : $\Delta Ep_p = - \sum \vec{W}$ (Force conservative)

$$Ep_2 - Ep_1 = -(m.g.z_1 - m.g.z_2)$$

$$Ep_{p2} = m.g.z_2 + Constante$$

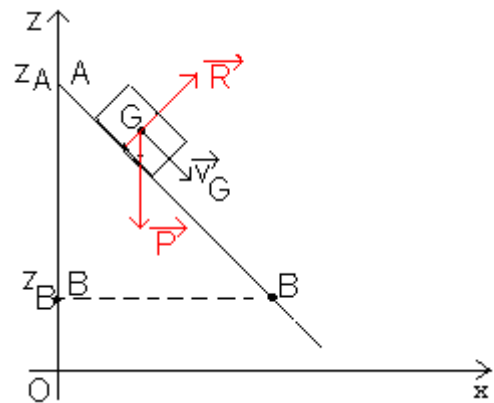


Figure 59 : Solide S en translation rectiligne sur la ligne de plus grande pente du plan incliné.

$$Ep_{p1} = m.g.z_1 + \text{Constante} \quad \text{Donc} \quad Ep_p = m.g.z + \text{constante}$$

L'énergie potentielle de pesanteur ne dépend que des variables de position (cote du centre d'inertie) C'est une énergie de position, de situation.

Unités : l'énergie potentielle se mesure en joule (J).

On remarque que, en effet, l'énergie potentielle dépend de la cote de référence choisie, mais sa variation entre deux points n'en dépend pas.

IV.3. Energie potentielle élastique : [13]

Considérons un ressort à spires non jointives de raideur k , de masse négligeable.

Accrochons un solide S de poids $\vec{P} = m.\vec{g}$ à ce ressort dont l'autre extrémité est fixée en E à une paroi fixe. (Figure 60).

Ce ressort, de masse négligeable a une réponse linéaire. S se déplace sans frottement sur un plan horizontal.

Ecartons la masse m d'une distance horizontale x_0 . Nous aurons des oscillations du solide.

- A une date t_A , l'allongement du ressort est x_A et la vitesse de S est v_A

- A une date ultérieure t_B , l'allongement du ressort est x_B et la vitesse v_B

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au solide pendant la durée $t_B - t_A$:

- La variation d'énergie cinétique vaut : $Ec(B) - Ec(A) = \frac{1}{2} m.v_B^2 - \frac{1}{2} m.v_A^2$

- Calculons les travaux des forces appliquées à S :

- Le poids $\vec{P}$ et la réaction du plan sont des forces à direction verticale, donc perpendiculaire au déplacement horizontal de S : leurs travaux sont nuls.

- Le travail de la tension de vecteur $\vec{T}$ du ressort :

Une force de rappel de vecteur $\vec{T}$ appelée tension du ressort est une force variable qui est proportionnelle à son allongement

$x = x_B - x_A$; $\vec{T} = -k.x.\vec{u}$. Pour chercher le travail de cette force vecteur $\vec{T}$ variable, reprenons l'expression du travail

élémentaire $\delta W = \vec{T} \cdot \delta \vec{l}$. Soit un axe $(x'x, \vec{u})$

portant le ressort (ou qui lui soit parallèle)

dont l'origine O coïncide avec l'extrémité libre du ressort non tendu (allongement nul)

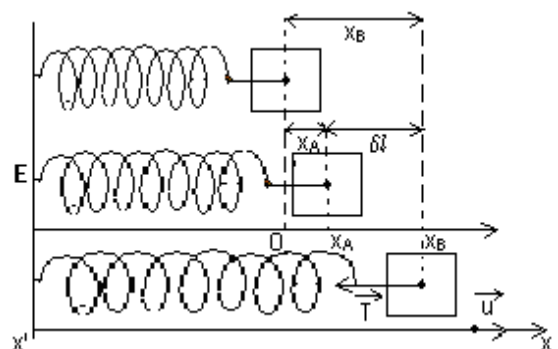


Figure 60 : Allongement du ressort à l'instant considéré.

Nous pouvons écrire : $\vec{T} = -k.x.\vec{u}$, avec : $\delta \vec{l} = \delta x.\vec{u}$, Donc $\delta W = -k.x.\vec{u}.\delta x.\vec{u} = -k.x.\delta x.\vec{u}^2$,
 Soit $\delta W = -k.x.\delta x$ car $\vec{u}^2 = 1$

Lorsque l'allongement du ressort passe de x_A à x_B , le travail de la tension du ressort

$$\text{devient : } W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = \int_A^B \delta W = \int_{x_A}^{x_B} -k.x.\delta x = -k. \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_A}^{x_B} = -k. \left[\frac{x_B^2}{2} - \frac{x_A^2}{2} \right] = \frac{-k}{2} (x_B^2 - x_A^2)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = \frac{1}{2}k(x_A^2 - x_B^2) = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

$$\text{Soit : } Ec(B) - Ec(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2 \text{ C'est-à-dire } \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}kx_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}kx_B^2$$

La quantité $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = E$, ou encore $E = Ec + \frac{1}{2}kx^2$ a une valeur constante au cours du temps.

Théorème relatif à la variation de l'énergie potentielle élastique :

La variation de l'énergie potentielle élastique d'un système est égale à l'opposé de la somme algébrique des travaux de toutes les forces conservatives.

Cette énergie potentielle a pour expression $\Delta Ep_e = - \sum \overline{W}$ (Force conservative)

$$Ep_{eB} - Ep_{eA} = - \overline{W}_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = \frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2,$$

$$Ep_{eB} = \frac{1}{2}kx_B^2 + \text{Constante et}$$

$$Ep_{eA} = \frac{1}{2}kx_A^2 + \text{Constante. Donc } Ep_e = \frac{1}{2}k(\text{allongement})^2 + \text{constante}$$

L'énergie potentielle élastique apparaît de nouveau comme une énergie de position, elle ne dépend que de la variable de position x.

IV. 1.4 ENERGIE POTENTIELLE DE TORSION : [13]

Considérons un pendule de torsion constitué par un fil métallique et par un solide (Figure 61). Ecartons le pendule d'un angle θ_m à partir de sa position d'équilibre puis lâchons le sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$. Soit θ son élongation angulaire à une instant t . Pour maintenir le fil tordu, l'opérateur doit exercer sur le solide de centre

d'inertie G un couple dont le moment par rapport à l'axe (Δ) est proportionnel à l'élongation angulaire θ : $\mathcal{M}_\Delta = C\theta$.

A chaque instant, le moment des forces exercées est opposé au sommet des forces de torsion d'après le principe de l'action et de la réaction :

$$\mathcal{M}'_\Delta = -C\theta$$

La relation $\mathcal{M}_\Delta = -\mathcal{M}'_\Delta$ (principe de l'action et de la réaction) reste valable lorsque le fil est en rotation, à condition de pouvoir négliger la masse du fil.

C est une constante positive qui ne dépend que de la géométrie du fil et de la nature : elle est appelée constante de torsion du fil.

Calculons le travail des forces pour réaliser progressivement une torsion du fil de la valeur zéro à la valeur θ_m .

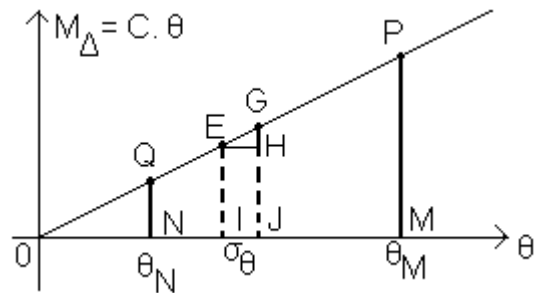
Reprenons l'expression du travail élémentaire : $\delta W = \mathcal{M}_\Delta \cdot \delta\theta = C\theta \cdot \delta\theta$

Le travail cherché est donc égale à :

$$W_{0 \rightarrow M}(\mathcal{M}_\Delta) = \sum_{0 \rightarrow \theta_m} \delta W = \sum_{0 \rightarrow \theta_m} C\theta \cdot \delta\theta$$

Calculons cette somme par une méthode graphique.

Représentons $\mathcal{M}_\Delta = C\theta$.



($\mathcal{M}_\Delta$ en ordonnées et θ en abscisse)

Figure 62 : Représentation graphique du moment du couple de torsion en fonction de son élongation angulaire θ .

Nous obtenons une droite de constante de torsion C . (Figure 62).

Le moment $\mathcal{M}_\Delta = C\theta$ correspond sur le graphique le segment IE. Le déplacement élémentaire $\delta\theta$, correspond sur le graphique du segment IJ. Le travail élémentaire $\delta W = C\theta \cdot \delta\theta$, correspond le produit IE · IJ qui est l'aire du petit rectangle IJHE, elle est par ailleurs pratiquement égale à l'aire du trapèze IJGE (puisque $\delta\theta$ est très petit).

$\sum_{0 \rightarrow \theta_m} C\theta \cdot \delta\theta$ Correspond donc à la somme des aires des petits trapèzes juxtaposés et relatifs à la suite des déplacements élémentaires $\delta\theta$ tel que : $\sum_{0 \rightarrow \theta_m} \delta\theta = \theta_m$

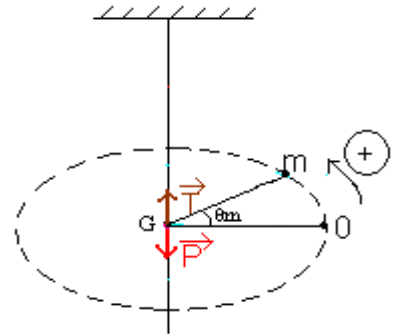


Figure 61 : Pendule de torsion

Cette somme des aires est égale à l'aire du triangle OMP, le travail, $W_{0 \rightarrow M}(m_\Delta)$ correspond le produit $\frac{1}{2} MP \cdot OM$, Or $MP = C \cdot \theta_M$ Donc $\frac{1}{2} MP \cdot OM = \frac{1}{2} C \cdot \theta_M \cdot \theta_M$

Nous montrons finalement que $W_{0 \rightarrow M}(\mathcal{M}_\Delta) = \frac{1}{2} C \cdot \theta_m^2$

Ce travail ne dépend que de la position finale de l'angle θ_M . Calculons maintenant le travail du moment $\mathcal{M}_\Delta$ par rapport à Δ pour réaliser une torsion de fil de valeur θ_N à θ_M (et non plus de 0 à θ_m) Puisque ce travail ne dépend que des positions finale et initiale, nous avons :

$$W_{N \rightarrow M}(\mathcal{M}_\Delta) = W_{N \rightarrow 0}(\mathcal{M}_\Delta) + W_{0 \rightarrow M}(\mathcal{M}_\Delta) = W_{0 \rightarrow M}(\mathcal{M}_\Delta) - W_{0 \rightarrow N}(\mathcal{M}_\Delta)$$

$$\text{Finalement } W_{N \rightarrow M}(\mathcal{M}_\Delta) = \frac{1}{2} C \cdot \theta_m^2 - \frac{1}{2} C \cdot \theta_n^2$$

Considérons un solide en rotation autour de l'axe Δ . Soit θ l'élongation angulaire à un instant t. Chaque point de ce solide a une vitesse angulaire ω à l'instant t.

Soit ω_A la vitesse angulaire du solide pour l'élongation θ_A et à la date t_A .

Soit ω_B la vitesse angulaire du solide pour l'élongation θ_B et à la date t_B .

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au solide pendant la durée t_A - t_B

$$\Delta Ec = \sum \overline{W}(\text{Forces appliquées})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} J_\Delta \omega_B^2 - \frac{1}{2} J_\Delta \omega_A^2 &= \sum \overline{W}_{A \rightarrow B}(\mathcal{M}_\Delta) \\ &= - \left(\frac{1}{2} C \theta_B^2 - \frac{1}{2} C \theta_A^2 \right) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} J_\Delta \omega_B^2 + \frac{1}{2} C \theta_B^2 = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_A^2 + \frac{1}{2} C \theta_A^2.$$

La quantité $\frac{1}{2} J \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 = E$ ou encore $E = Ec_R + \frac{1}{2} C \theta^2$ a une valeur constante au cours du temps.

Théorème relatif à la variation de l'énergie potentielle de torsion

La variation de l'énergie potentielle est égale à la somme algébrique des travaux des moments de toutes les forces conservatives.

$$\Delta Ep_C = - \sum \overline{W}_{A \rightarrow B}(\text{Moment par rapport à l'axe } \Delta \text{ des forces conservatives})$$

$$Ep_{cB} - Ep_{cA} = \frac{1}{2} C \theta_B^2 - \frac{1}{2} C \theta_A^2$$

$$Ep_{cB} = \frac{1}{2} C \theta_B^2 + \text{Constante}$$

$$Ep_{cA} = \frac{1}{2} C \theta_A^2 + \text{Constante} \quad \text{Donc } Ep_c = \frac{1}{2} C (\text{élongation})^2 + \text{constante}$$

L'énergie potentielle de torsion apparaît de nouveau comme une énergie de position, elle ne dépend que de la variable de position θ .

V. ENERGIE MECANIQUE

V. 1. ENERGIE MECANIQUE DE PESANTEUR : [13]

Posons $Ep_p = m \cdot g \cdot z + \text{constante}$, l'énergie potentielle du solide dans le champ de pesanteur. La somme $E = Ec + Ep_p$ de l'énergie cinétique Ec et de l'énergie potentielle Ep_p est appelée énergie mécanique totale du solide dans le champ de pesanteur. Cette énergie mécanique est une grandeur conservative si le système est isolé, c'est-à-dire une grandeur constante au cours du temps.

Exemples :

- Energie mécanique du satellite :

Considérons un satellite artificiel de la terre de masse m qui évolue à une altitude h où

l'accélération g de la pesanteur est donnée par la relation $g = g_0 \frac{R^2}{(R + h)^2}$.

- g_0 : accélération de pesanteur au niveau du sol à un lieu donné,
- R : rayon de la terre,
- h : altitude.

Le satellite décrit un mouvement circulaire autour de la terre.

Déterminer l'énergie mécanique du satellite lorsqu'il atteint une vitesse v .

Réponse

Par définition : $Em = Ep_e + Ec$

A $t=0$, $Em_0 = Ep_{p0} + Ec_0$

On prendra nulle l'énergie potentielle de pesanteur à la surface de la terre, $Ep_{p0} = 0$.

$$Em_0 = 0 + \frac{1}{2} m v_0^2 \text{ et } Em_0 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

A l'instant $t > 0$, $Em = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$

Or d'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E = Ec - Ec_0 = W(\vec{P})$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh. \text{ D'où } \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_0^2$$

Finalement on a $Em=Em_0$, l'énergie mécanique est donc une grandeur constante au cours du temps.

- Energie mécanique du projectile :

Un projectile M est lancé d'un point O, à l'instant $t=0$, avec une vitesse V_0 inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontal vers un mur AB de hauteur h située à une distance L du point O. Déterminer l'énergie mécanique du projectile lorsqu'il atteint une vitesse v à une instante t .

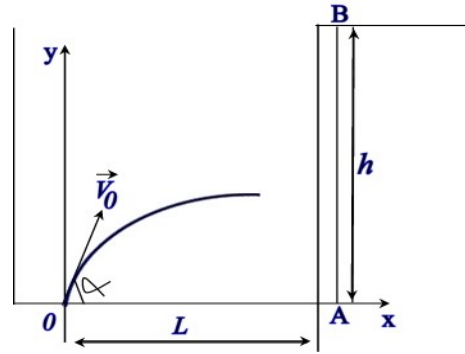


Figure 63 : Mouvement d'un projectile de vitesse $\vec{V}_0$

Réponse

Par définition : $Em = Ep_e + Ec$

A $t=0$, $Em_0 = Ep_{p0} + Ec_0$

On prendra nulle l'énergie potentielle de pesanteur à la surface de la terre, $Ep_{p0} = 0$.

Donc $Em_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$, A l'instant $t>0$, $Em = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$.

Remarque : d'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta Ec = \sum \overline{W} \text{ (Forces appliquées)}$$

$$\Delta Ec = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh. \quad \text{Soit} \quad \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_0^2$$

Finalement on a $Em=Em_0$, l'énergie mécanique est donc une grandeur constante au cours du temps.

V.2. ENERGIE MECANIQUE ELASTIQUE : [13]

Posons $Ep_c = \frac{1}{2}kx^2$ l'énergie potentielle élastique du solide soumis à l'action du ressort,

à la position de référence correspond dans ce cas à un allongement nul ($x=0$).

La somme $E = Ep_c + Ec$ de l'énergie cinétique Ec et de l'énergie potentielle élastique

Ep_c est appelée énergie mécanique totale du solide soumis à l'action du ressort.

Cette énergie mécanique est une grandeur conservative si le système est isolé, c'est-à-dire une grandeur constante au cours du temps.

Exemple : Oscillateur sinusoïdal de translation

Considérons un solide (S) de masse m , de centre d'inertie G , soumis à l'action d'un ressort de raideur k , pouvant glisser sans frottement le long d'une tige horizontale.

Ecartons le solide (S) d'une amplitude

$\overrightarrow{G_0 G_m} = X_m \vec{i}$ à partir de la position

d'équilibre puis laissons-le sans vitesse initiale. Donner l'énergie mécanique de cet oscillateur si l'on convient de prendre une énergie potentielle nulle à la position d'équilibre ($x=0$).

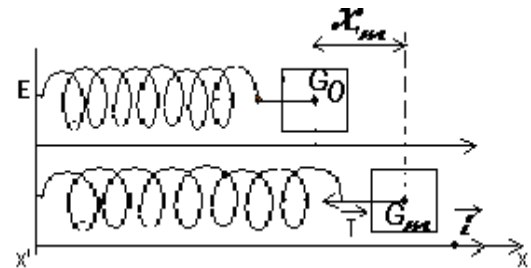


Figure 64 : Glissement d'un ressort sur une tige horizontale.

Réponse : Par définition : $E_m = E_{p_e} + E_c$

D'une part : $E_{p_e} = \frac{1}{2} kx^2 + C$, A l'équilibre : $x=0$, $E_{p_e} = \frac{1}{2} kx^2 + C = 0$ donc $C = 0$

Par suite $E_{p_e} = \frac{1}{2} kx^2$ avec $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$, Donc $E_{p_e} = \frac{1}{2} kX_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

D'autre part, $E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mX_m^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$, avec $\omega^2 = \frac{k}{m}$

D'où $E_c = \frac{1}{2} kX_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$, Alors $E_m = \frac{1}{2} kX_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} kX_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

$$E_m = \frac{1}{2} kX_m^2 [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)], \text{ Or } \sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi) = 1$$

Finalement

$$E_m = \frac{1}{2} kX_m^2$$

k , X_m sont des constantes, l'énergie mécanique est donc une grandeur constante au cours du temps.

V.3. ENERGIE MECANIQUE DE TORSION : [13]

Posons E_{p_c} l'énergie potentielle de torsion du solide en rotation autour de l'axe Δ à l'instant t (Figure 61). La somme $E = E_{c_R} + E_{p_c}$ de l'énergie cinétique de rotation E_{c_R} et de l'énergie potentielle de torsion E_{p_c} est appelée énergie mécanique totale du solide en rotation autour de l'axe Δ à cet instant t . Cette énergie mécanique est une grandeur constante au cours du temps si le système est isolé.

Exemple : Oscillateur sinusoïdal de rotation

Considérons un pendule de torsion constitué par un solide soumis à l'action d'un fil de torsion de constante C et passant par le centre d'inertie G du solide (*Figure 61*).

Ecartons le pendule d'un angle θ_m à partir de sa position d'équilibre puis lâchons le sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

Donner l'énergie mécanique de ce pendule si l'on convient de prendre, l'énergie potentielle est nulle à la position d'équilibre.

Réponse : Par définition : $E_m = E_{p_c} + E_c$

D'une part : $E_{p_c} = \frac{1}{2} C \theta^2 + C_i$, à l'équilibre : $\theta=0$, $E_{p_c} = \frac{1}{2} C \theta^2 + C_i = 0$ donc $C_i = 0$

Par suite $E_{p_c} = \frac{1}{2} C \theta^2 + C_i$, avec $\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi)$, Donc $\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi)$

D'autre part, $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \theta_m^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$, avec $\omega^2 = \frac{C}{J_\Delta}$

D'où $E_c = \frac{1}{2} C \theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$, Alors $E_m = \frac{1}{2} C \theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} C \theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

$$E_m = \frac{1}{2} C \theta_m^2 [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)], \text{ Or } \sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi) = 1$$

Finalement $E_m = \frac{1}{2} C \theta_m^2$

Remarque : (C , θ_m , sont des constantes, l'énergie mécanique est donc une grandeur constante au cours du temps).

V.4. CONSERVATION DE L'ENERGIE MECANIQUE : [14]

Si le solide est soumis aux forces telles que leur travail soit égal à :

$$W_{1 \rightarrow 2} = E_p(1) - E_p(2)$$

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à ce solide donne :

$$E_{c_2} - E_{c_1} = W_{1 \rightarrow 2} = E_p(1) - E_p(2)$$

$$\text{Soit : } E_{c_2} + E_{p_2} = E_{c_1} + E_{p_1} \text{ (A)}$$

L'équation (A) exprime la conservation de l'énergie mécanique : le solide soumis aux forces considérées est alors un système conservatif.

La fonction E ne dépend que des valeurs actuelles des paramètres définissant la position et la vitesse du solide. Comme l'énergie potentielle, elle n'est définie complètement qu'une fois choisie la position de référence.

Nous remarquons qu'il y a conservation de l'énergie mécanique pour les systèmes conservatifs. Un système est conservatif si toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées, autres que le poids, effectuent un travail nul. Pour qu'un système soit conservatif, il est indispensable que les frottements qui s'exercent sur lui soient nuls ou négligeables.

Deuxième partie :

EXPLOITATIONS DES LOGICIELS, POUR LA MISE EN LIGNE DU COURS PREPARE

I.. PRESENTATION DU LOGICIEL

Les relations en dynamique nécessitent l'utilisation du « Microsoft Equation 3.0 » ou « Math Type 5.0 équation » dans Microsoft Word (Insertion- objet- Microsoft Equation 3.0 ou Math Type 5.0 équation). Le cours est illustré par des figures (ou images) que nous avons préparé dans Paint (Démarrer – Programmes- Accessoires – Paint). Ces figures sont ensuite traitées par les logiciels Microsoft PhotoDraw et Adobe Photodraw CS pour animation. Des animations peuvent aussi être préparées par le logiciel Macromedia flash MX. On emploie aussi le Macromedia Dreamweaver 8.

Donc un cours en ligne est préparé par plusieurs logiciels.

II. UTILISATION DU LOGICIEL :

Les logiciels présentés auparavant sont utilisés dans trois types de traitements :

- le traitement des textes,
- le traitement des images,
- et le traitement de flash.

Les Microsoft Office Word et le Macromedia Dreamweaver sont utilisés pour le traitement de texte. Le Paint, Microsoft Photodraw, Adobe Photoshop et Macromedia Flash sont utilisés pour le traitement des images.

III. TRAITEMENT DANS LE MACROMEDIA DREAMWEAVER :

Le Macromedia Dreamweaver est un logiciel d'exploitation pour élaborer ou donner un cours en ligne.

III.1. Organisation des fichiers

Un site peut posséder une multitude de données toutes liées entre elles par des liens. Afin d'éviter les erreurs, il faut donc organiser ces éléments. Tous les fichiers du site doivent être rangés dans un même dossier.

En général, la page d'accueil se trouve à la racine du dossier et se nomme index.htm (ou index.html). On peut ensuite soit créer des différents sous-dossiers correspondant

aux rubriques, ainsi qu'un dossier image qui pourra aussi se subdiviser suivant les rubriques, soit mettre tous les fichiers html à la racine et toutes les images dans le dossier image. Cette étape peut paraître fastidieuse dans un premier temps, mais permet d'éviter de nombreuses confusions quand le site possèdera plusieurs pages.

III.2 .Importance du site :

Le site renferme des dossiers et des fichiers. Tous les travaux extérieurs et intérieurs de Macromedia Dreamweaver doivent être enregistrés dans ce site. Par conséquent, nous allons mentionner ici la définition d'un site local.

1. Pour définir un site > Nouveau site, choisissez nouveau site dans le menu site.
2. cliquer sur élémentaire.
3. Nommer le site.
4. Cliquer sur suivant.
5. Cliquer l'option non.
6. Cliquer sur suivant.
7. Sélectionner l'option « Modifier les copies locales sur ma machine, puis télécharger vers les serveurs lorsque je suis prêt ».
8. Cliquer sur l'icône représentant un dossier situé près de la zone de texte (choisissez le dossier racine locale pour le site globale car Rental apparaît).
9. Ne cliquez pas encore sur OK.
10. Nommez le nouveau dossier. Cliquez sur OK (Modifier les copies locales sur ma recommandé).
11. 12. Cliquer sur suivant.
13. Cliquer sur terminé.
14. Cliquer sur OK.

Le site déjà défini est représenté comme suit (*Figure 65*) :

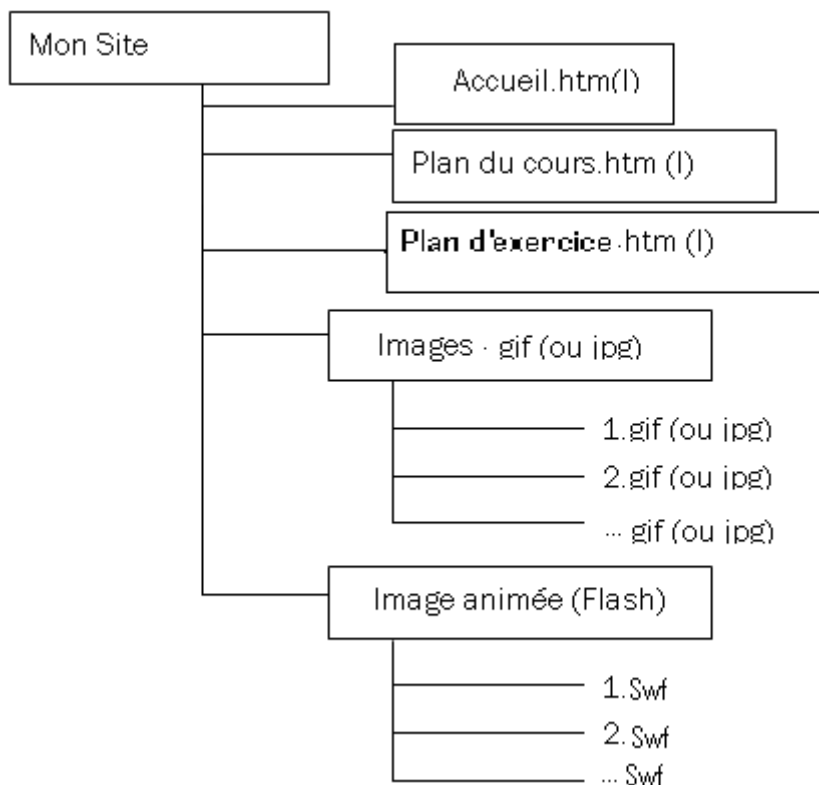


Figure 65 : Représentation du site

III.3. Le plan du site

La page d'accueil est la porte d'entrée d'un site, c'est elle qui donne accès aux différentes rubriques (1, 2,3 et 4...) (Figure 66). Elle est donc très importante. Les traits noirs sont des **liens**, c'est-à-dire que depuis la page d'accueil, le visiteur de site peut, en cliquant sur des liens, aller consulter les rubriques...Les rubriques sont aussi **liées entre elles**. Voici l'arborescence de site comportant 2 rubriques, chaque rubrique comprenant elle même des sous parties.

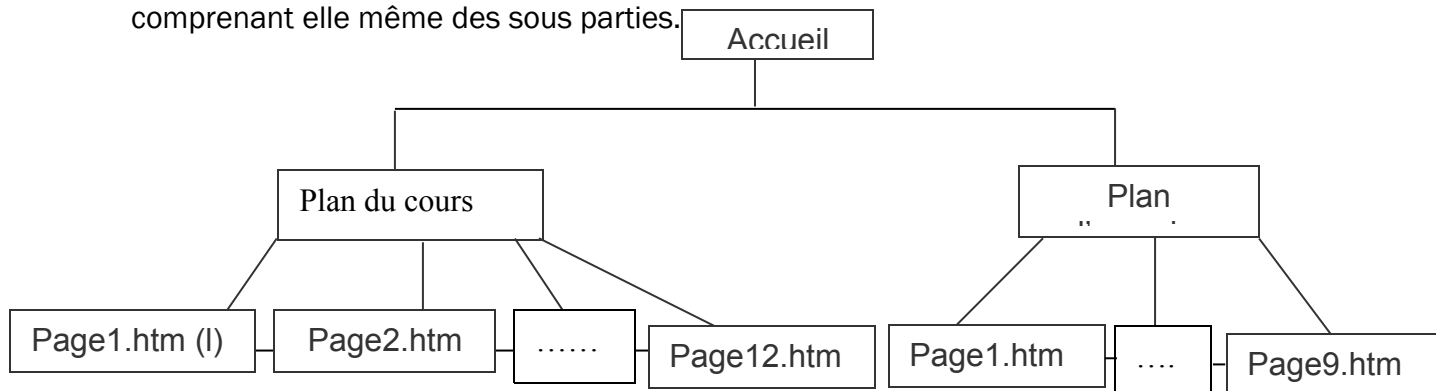


Figure 66 : L'arborescence de site comportant 2 rubriques.

III.4. Ouverture du logiciel, enregistrement, ouverture et fermeture des fichiers

III.4.1 Ouverture du logiciel :

Ouvrir le logiciel en double cliquant sur l'icône  située en bas de l'écran, ou allez dans le menu **Démarrer/Programmes/Macromedia/ Macromedia Dreamweaver MX** (Figure 67)

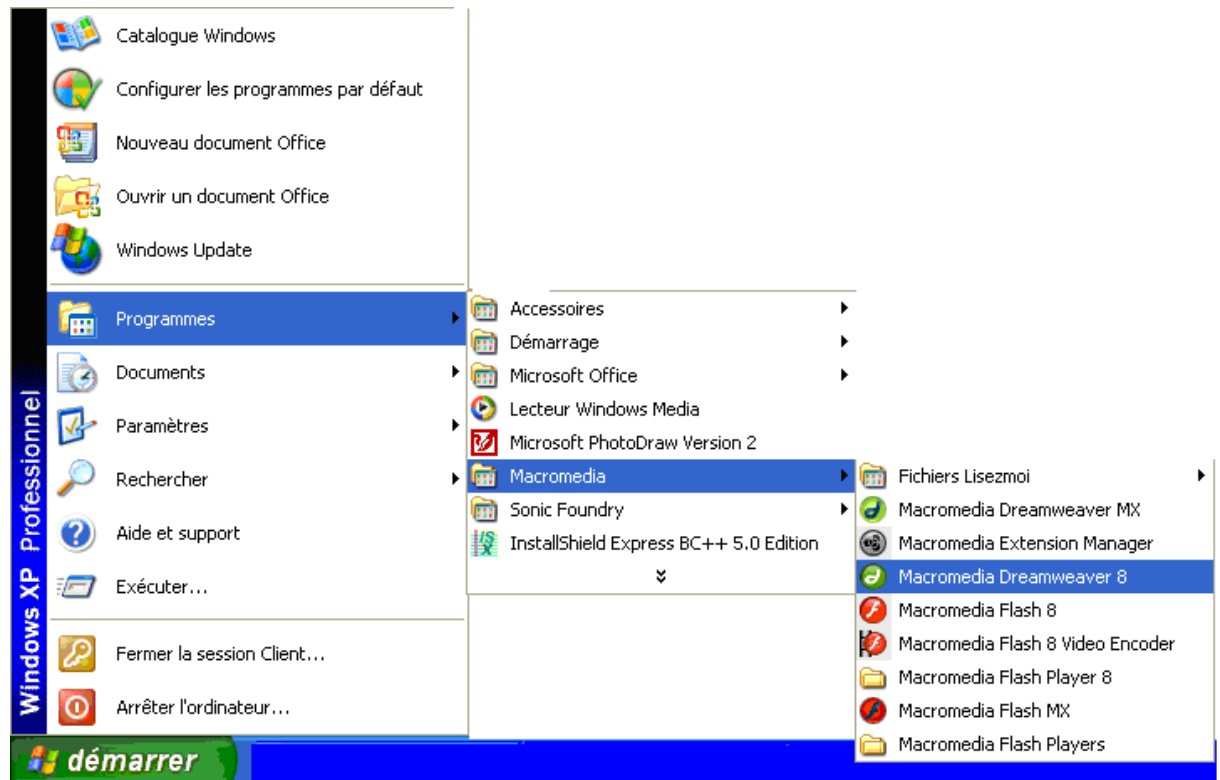


Figure 67 : Ouverture du logiciel Macromedia Dreamweaver.

III.4.2. Enregistrer un fichier

Une fois le logiciel ouvert, on commence par enregistrer cette page blanche comme page d'accueil (première page qui sera visitée) en sélectionnant l'option «**Enregistrer**» du menu «**Fichier**». (Figure 68)

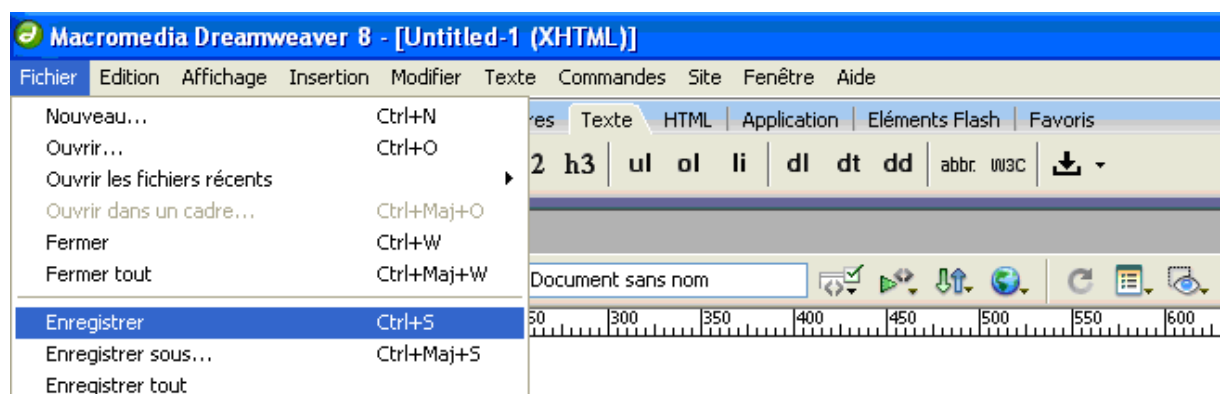


Figure 68 : Enregistrement d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver.

On choisit le lieu de destination du fichier, sur le bureau où on a créé le dossier site :

Une fois dans le dossier « mon site », on donne le nom «**index**» à mon fichier. On nomme toujours la première page d'un site «**index**» (Figure 69), c'est la **page d'accueil**.

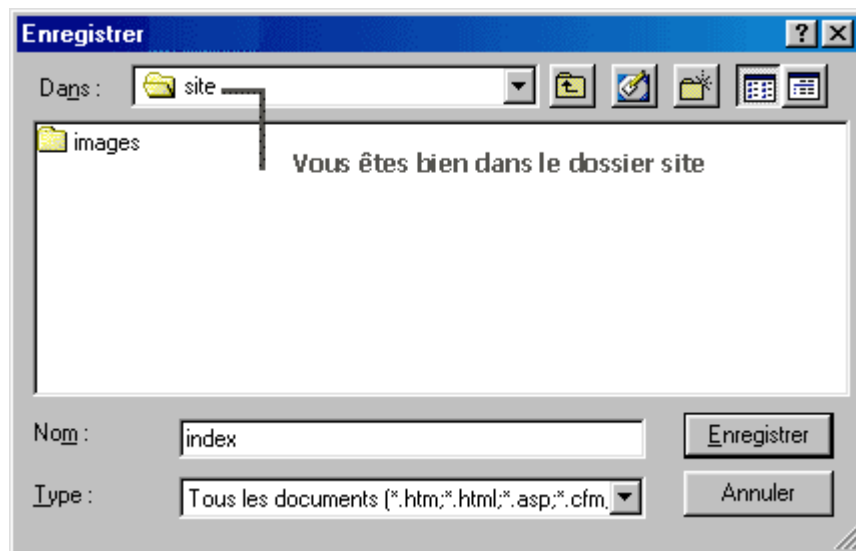


Figure 69 : Lieu d'enregistrement d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver

III.4.3 « Enregistrer sous » un fichier

Une autre fonction sera très utile, la commande «**Enregistrer sous**» du menu «**Fichier**» (Figure 70). Elle servira à garder pour toutes pages, les mêmes paramètres (couleur de texte, de liens, etc...). Si on veut faire une copie d'une page pour en garder des éléments, faites «**Enregistrer sous**» et donnez un nouveau nom à la page copiée (Figure 71).

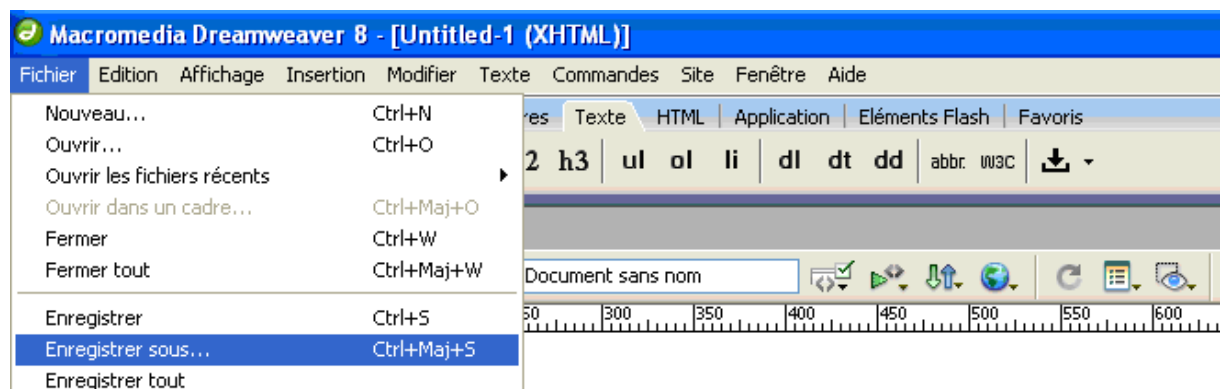


Figure 70 : Enregistrement sous d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver

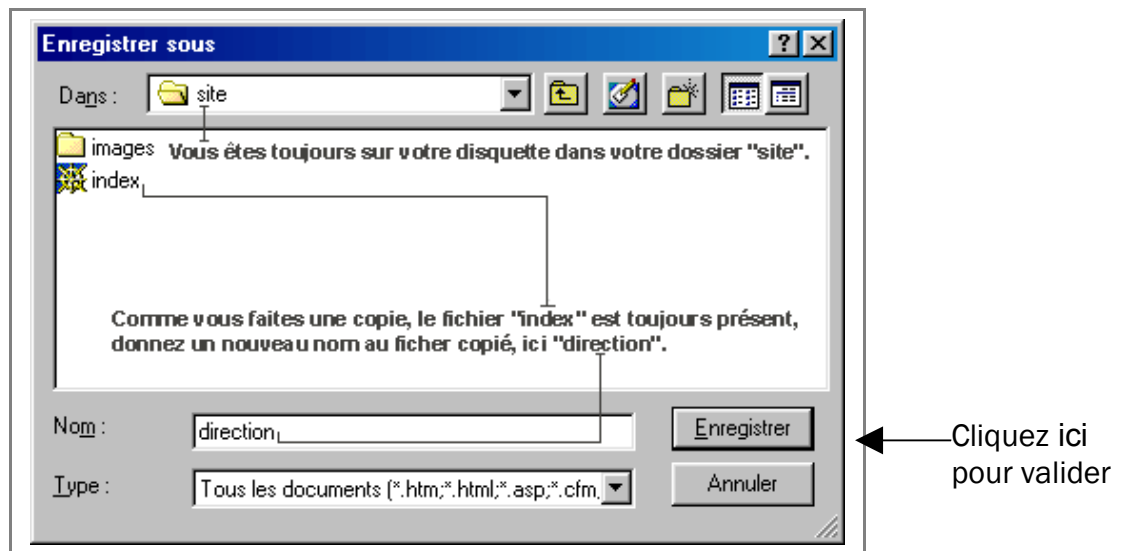


Figure 71 : Lieu d'enregistrement sous d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver

III.4.4. Ouvrir un fichier

Pour ouvrir un fichier, choisissez l'option « **Ouvrir** » dans le menu « **Fichier** ». (Figure 72)

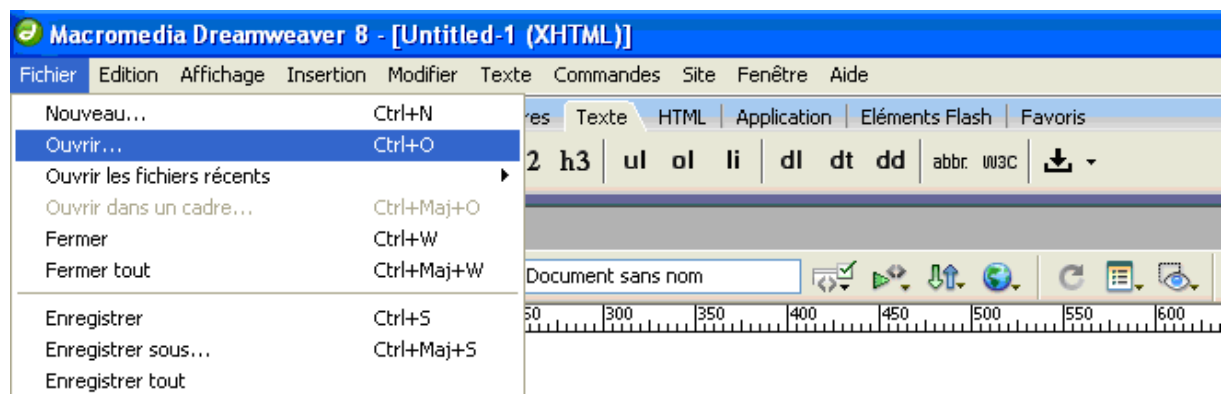


Figure 72 : Ouverture d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver.

III.4.5. Ouvrir un nouveau fichier et fermer un fichier

Si on souhaite créer un nouveau fichier, choisissez « **Nouveau** » dans le menu « **Fichier** ». (Figure 73)

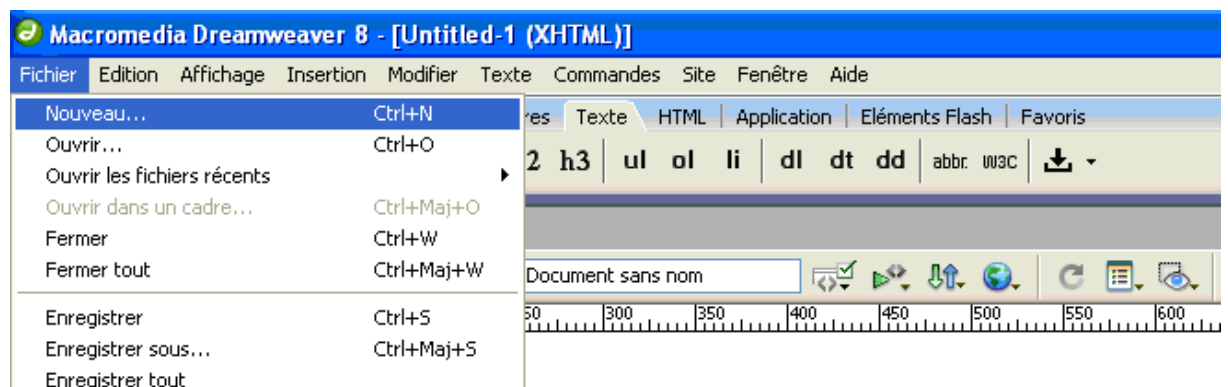


Figure 73 : Ouverture d'un nouveau fichier sur Macromedia Dreamweaver.

Quand on veut fermer le fichier en cours, choisissez « **Fermer** » dans le menu « **Fichier** » (Figure 74)

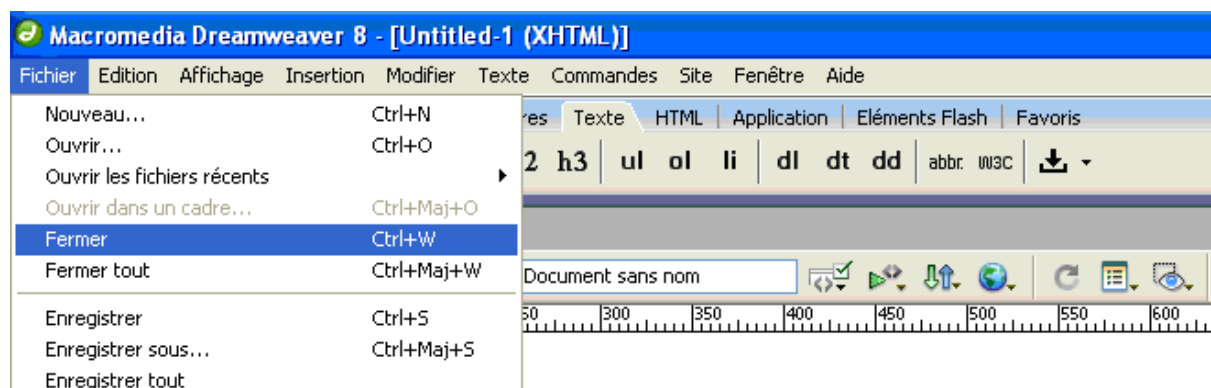


Figure 74 : Fermeture d'un fichier sur Macromedia Dreamweaver.

III.5. Propriété de la page

Cette boîte de dialogue met à la disposition de nombreuses options qui vont permettre de définir un ensemble de styles applicables aux pages. Pour ouvrir cette fonction, choisissez « **Propriétés de la page** » dans le menu « **Modifier** ». (Figure 75)

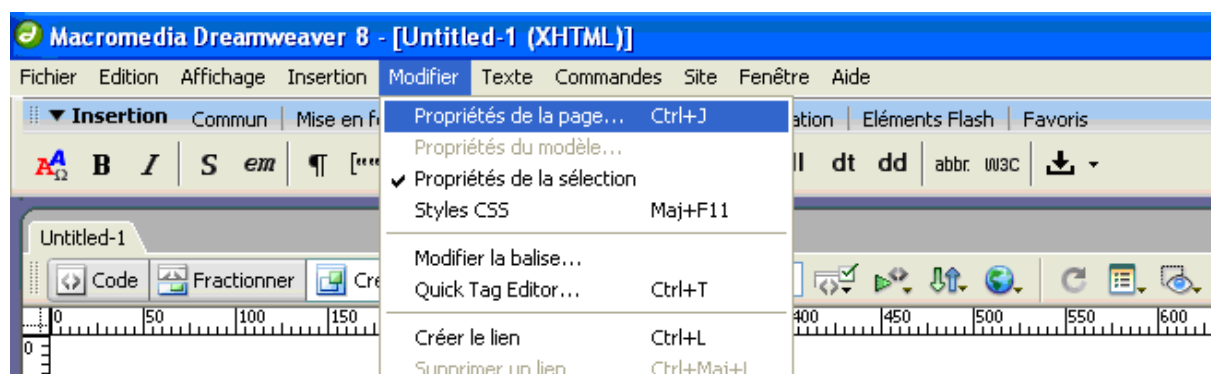


Figure 75 : Ouverture d'un ensemble de styles applicables aux pages de Macromedia Dreamweaver

On peut ensuite choisir les couleurs (pour cela, cliquez sur l'image ) pour le **texte**, pour la **couleur de lien** (la couleur qui s'affiche quand un lien est crée), pour la **couleur du lien visité** (une fois que le lien a été cliqué). (Figure 76)

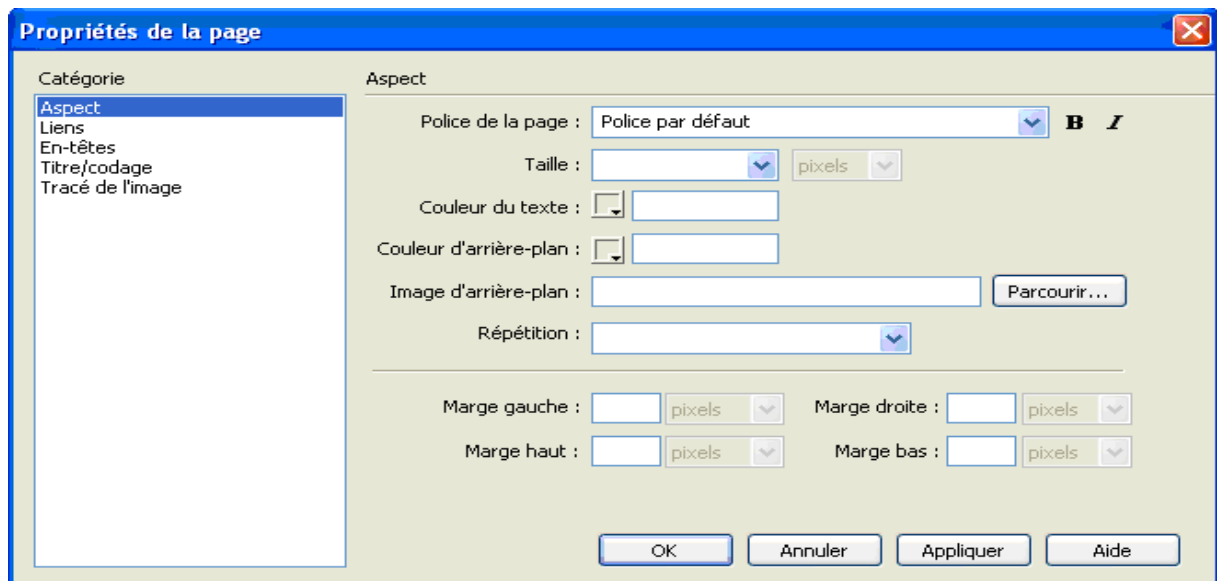


Figure 76 : Propriétés de la page de Macromedia Dreamweaver

Remarque : Pensez à choisir des couleurs qui se ressemblent un peu ou qui seront agréables à regarder.

- ▶ **Image d'arrière plan :** permet de disposer une image dans le fond de la page. Il est primordial d'éviter les surcharges visuelles.
- ▶ **Couleur d'arrière plan :** offre la possibilité de mettre une couleur dans le fond de la page « Couleur » applicable sur toute la page et non sur une seule partie.
- ▶ **Couleur du texte :** définit la couleur de texte.
- ▶ **Couleur de lien :** définit la couleur des liens. Les liens sont en effet présentés de manière spécifique sur une page afin que le visiteur puisse les identifier (bleu).

III.6. La palette d'objet

Pour afficher la palette, on choisit « **Afficher les panneaux** » dans le menu « **Fenêtre** » (Figure 77)

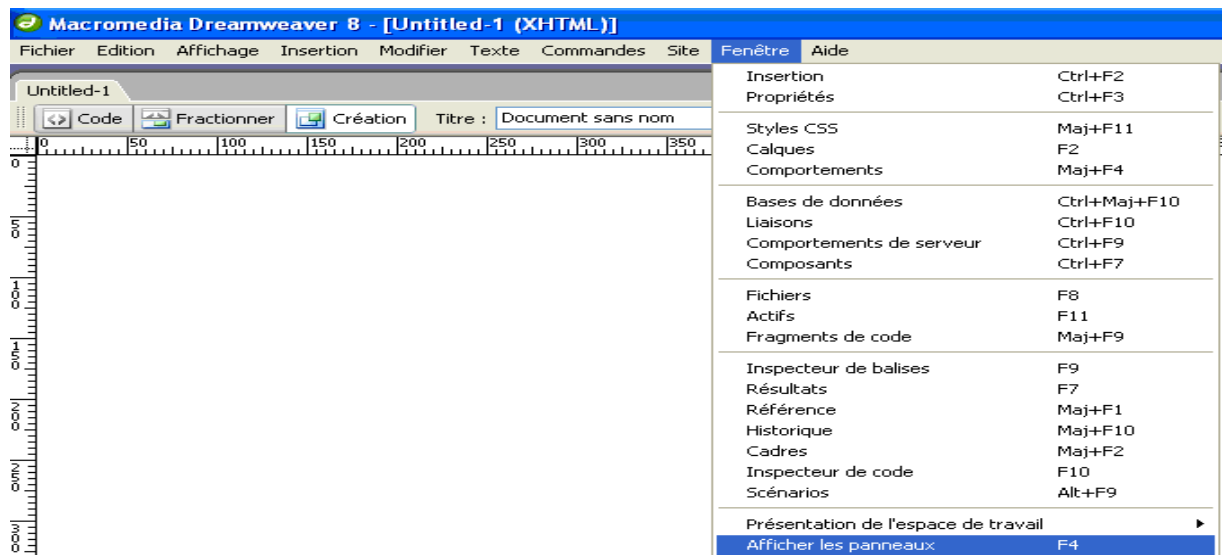


Figure 77 : Ouverture des palettes d'objet sur l'écran de Macromedia Dreamweaver

Cette palette apparaît alors sur l'écran. Avec elle, on peut **insérer** des **objets** dans les pages (Figure 78). Pour commencer, nous n'utiliserons que 5 objets.

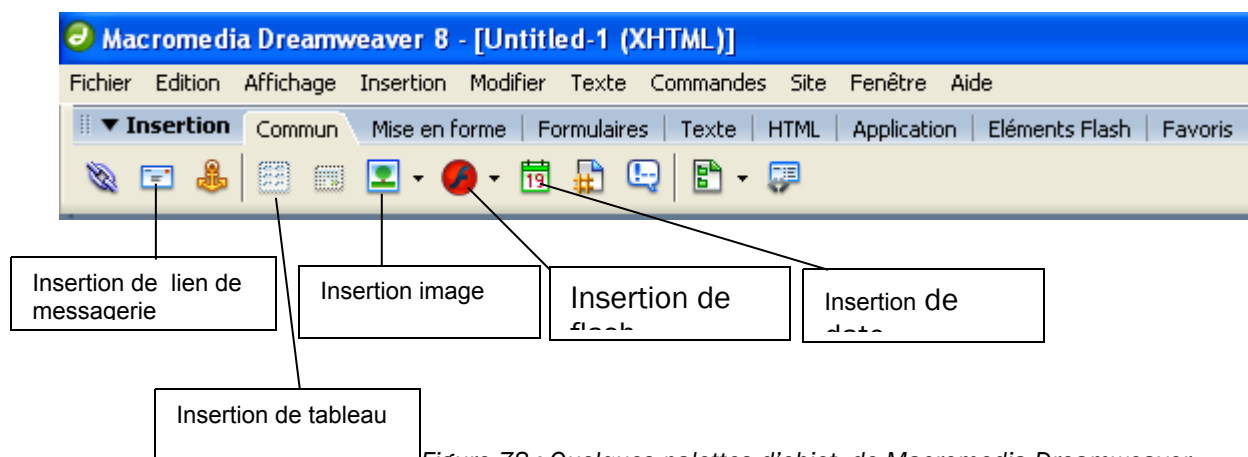


Figure 78 : Quelques palettes d'objet de Macromedia Dreamweaver

Apprenons maintenant à insérer un flash.

III.6.1. Insérer une image

En cliquant sur le dessin  on peut mettre une Flash dans la page html du Macromedia Dreamweaver de la manière suivante (Figure 79) :

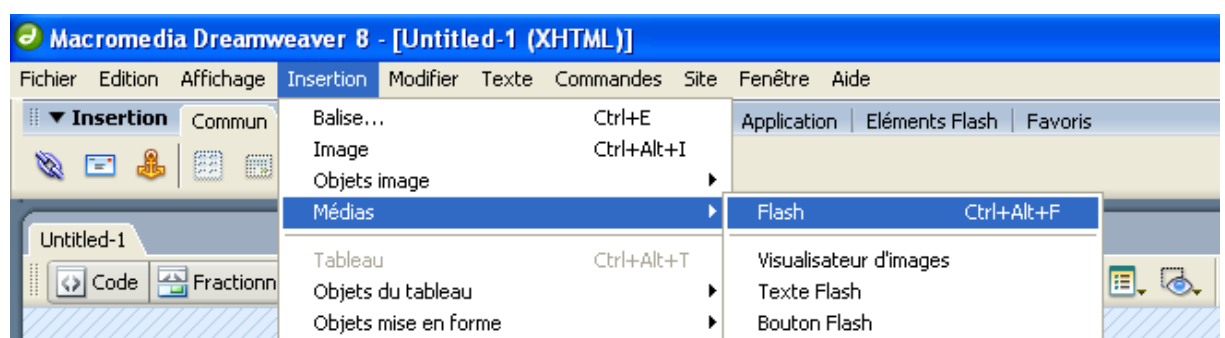


Figure 79 : Insertion Flash dans le dossier image animée

- ♣ Cliquer le menu Insertion,
- ♣ Cliquer Flash dans le Media,
- ♣ Choisir et cliquer le nom du Flash à insérer dans le site (Texte secondaire facultatif).

Remarque : Une fois le Flash choisi, il apparaîtra dans la page, la palette de propriétés se présente ainsi. Cliquez sur le Flash, et on regarde ce qui se passe au niveau de cette même palette « propriétés ». Elle change et devient la palette de **propriétés de Flash** (Figure 80).

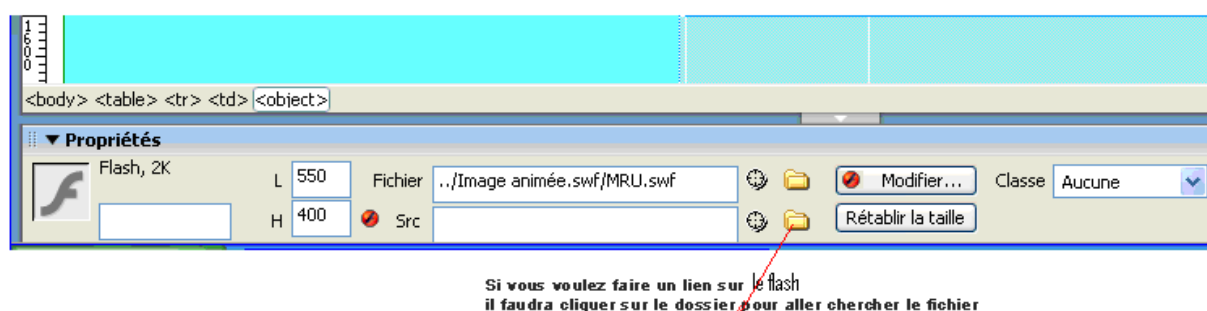


Figure 80 : Palettes de propriétés de Flash sur l'écran de Macromedia Dreamweaver

III.6.2. Insérer une image survolée



Avec cet objet « **image survolée** » on va faire un effet d'**animation** dans la page.

Cliquez sur  et une fenêtre apparaît (Figure 81).

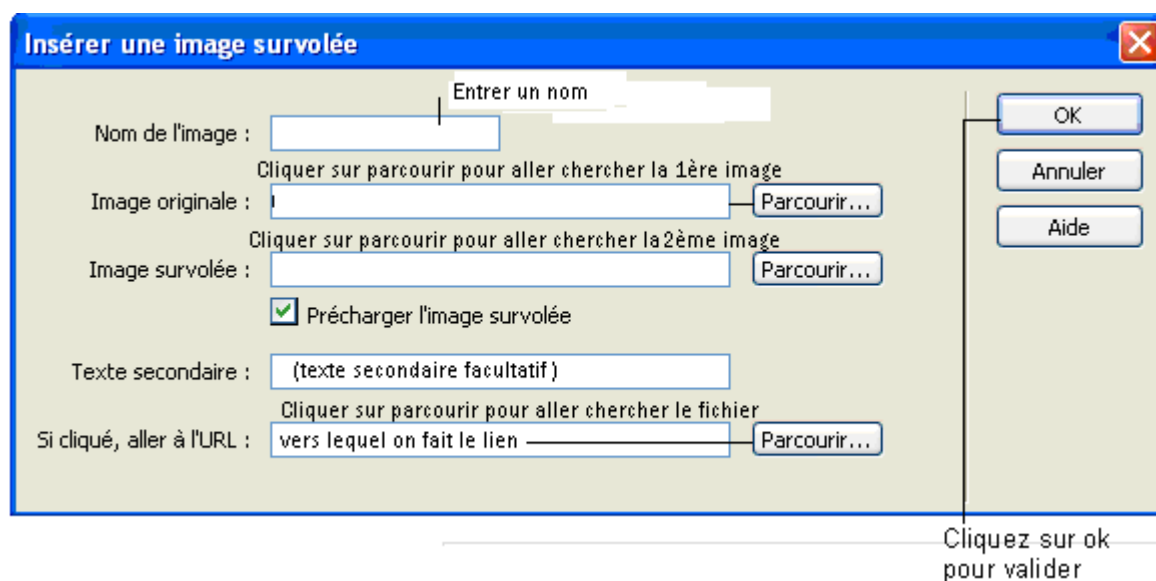


Figure 81 : Caractéristiques d'une insertion d'image survolée sur la page de Macromedia Dreamweaver.

III.6.3. Insérer un tableau

Pour insérer un tableau, cliquez sur  . (Ou cliquer sur insertion >tableau pour le mode Mise en forme standard) (Figure 82)

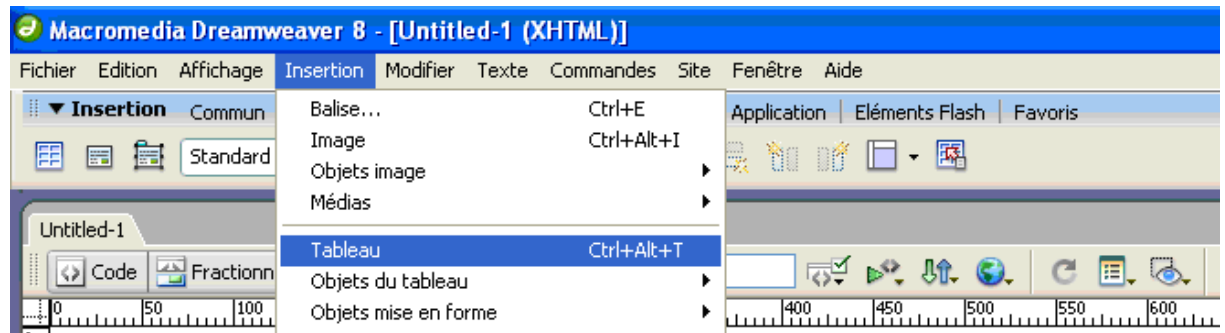
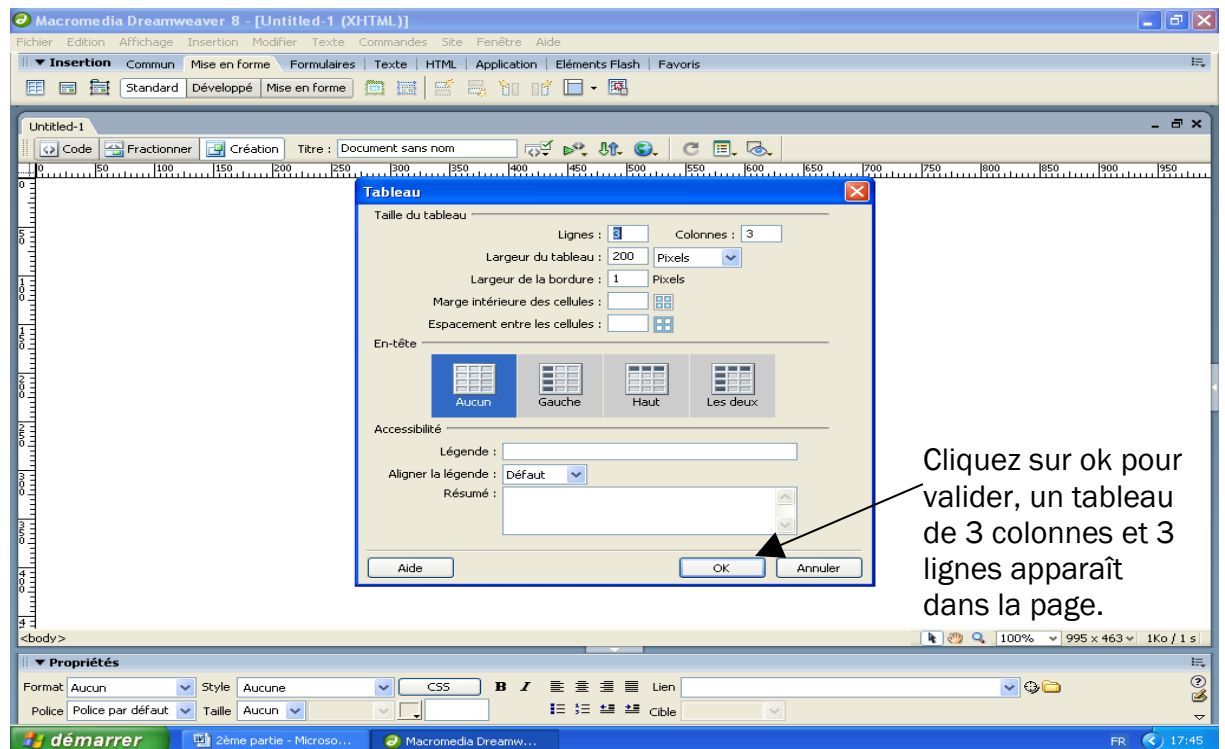


Figure 82 : Insertion Tableau sur la page de Macromedia Dreamweaver

Les tableaux vont permettre de placer des éléments sur les pages (Figure 83) , si on met **Bordure =0**, personne ne verra qu'on a fait un tableau.

Remarque : on met toujours les images et les textes dans des tableaux pour être certains qu'ils ne bougeront pas de place quand on regarde avec le Navigateur. Si on ne le fait pas, les éléments (texte ou images) ne seront peut être pas à l'emplacement que l'on souhaite. Pour insérer du texte ou une image, on met dans la cellule tous les éléments (texte ou images)



Cliquez sur ok pour valider, un tableau de 3 colonnes et 3 lignes apparaît dans la page.

Figure 83 : Caractéristiques d'un Tableau sur la page de Macromedia Dreamweaver.

III.6.4. Les calques



Les calques vont également vous permettre de placer les éléments dans les pages, comme les tableaux...ils vous permettent d'être plus libres dans le choix et de faire des animations avec des textes et images, c'est donc plus pratique.

Quand on fait un calque, ce signe s'affiche sur la page  il est la preuve qu'on a bien fait un calque.

Insertion du texte dans un calque

Le calque peut être placé à n'importe quel endroit dans la page.

Si on veut insérer du texte, cliquez dans le calque et taper un texte. Pour changer les caractéristiques du texte, il faut le sélectionner et la palette de propriété apparaît. Il faut choisir la taille, police, couleur, du texte (Figure 84 et 85).

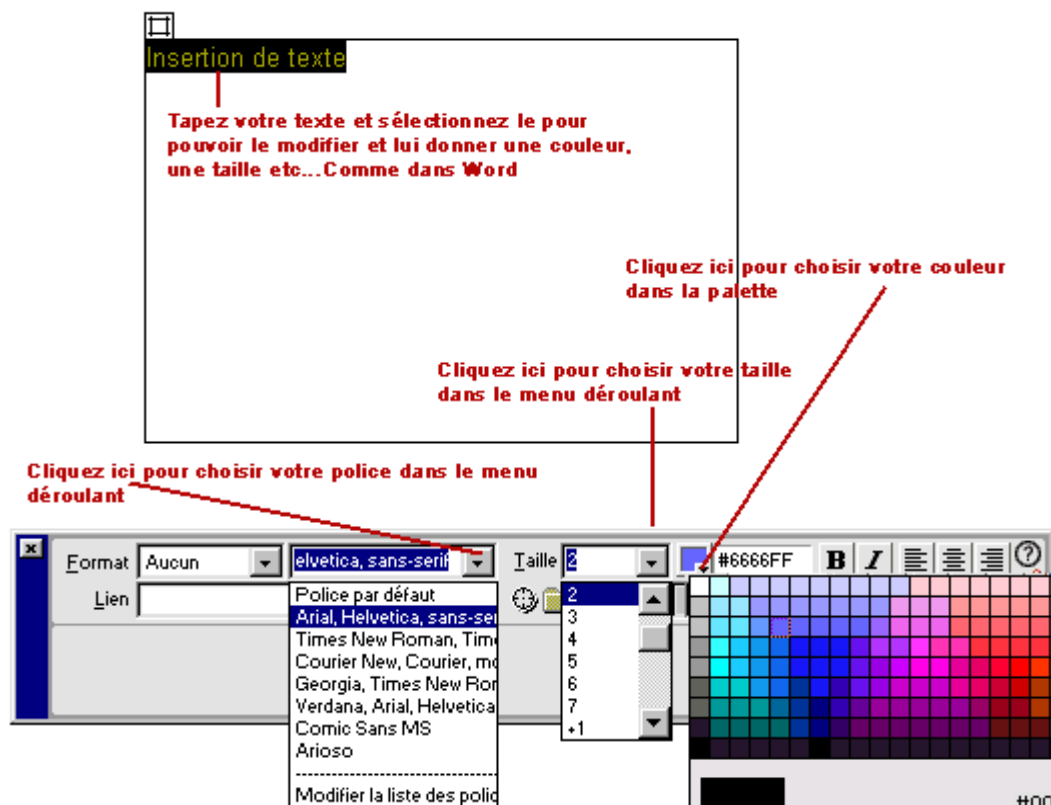


Figure 84 : Caractéristiques du texte dans la page de Macromedia Dreamweaver.

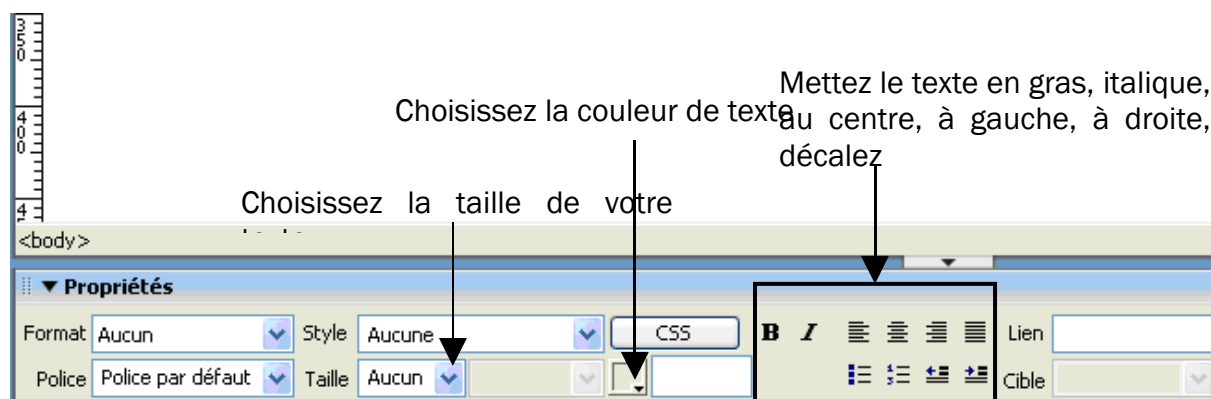


Figure 85 : Palettes de propriétés de Texte sur l'écran de Macromedia Dreamweaver

III.6. Les liens

La raison d'être d'un site Internet réside dans la possibilité de créer des liens entre les documents. Ces liens pouvant être appliqués sur des images ou du texte.

Avant d'aborder de manière pratique la création de liens, on devra se familiariser avec la notion de liens relatifs et liens absolus afin d'éviter les erreurs. Les chemins hypertextes spécifiés dans les pages HTML des sites WEB peuvent, en effet, s'écrire de deux façons possibles. Ces deux notions permettront de comprendre la manière d'accéder à des fichiers par des liens hypertextes, quand on déplace un site WEB, d'une plate-forme à une autre.

Les liens absolus, sont ceux qui sont définis à partir de la racine de l'ordinateur sur lequel on travaille, tandis que les liens relatifs sont définis à partir du répertoire racine du site WEB en construction.

Intéressons-nous à la création de liens proprement dits. Il existe différents types de liens.

- Les liens internes qui relient les documents de site entre eux
- Les liens externes, qui vous permettent de « pointer » vers d'autres documents ou vers d'autres sites web déjà disponibles sur le net
- Les liens vers ce que l'on nomme des « ancrs » et qui sont en fait des raccourcis pour accéder à des points spécifiques à l'intérieur du même page.
- Les liens de messagerie électronique qui ouvrent un formulaire de message dans un programme de messagerie

Les liens internes - Entre les pages du site

Pour créer des liens entre des pages, il suffit de sélectionner l'élément sur lequel on souhaite de faire le lien (image, texte etc....) et de suivre les étapes :

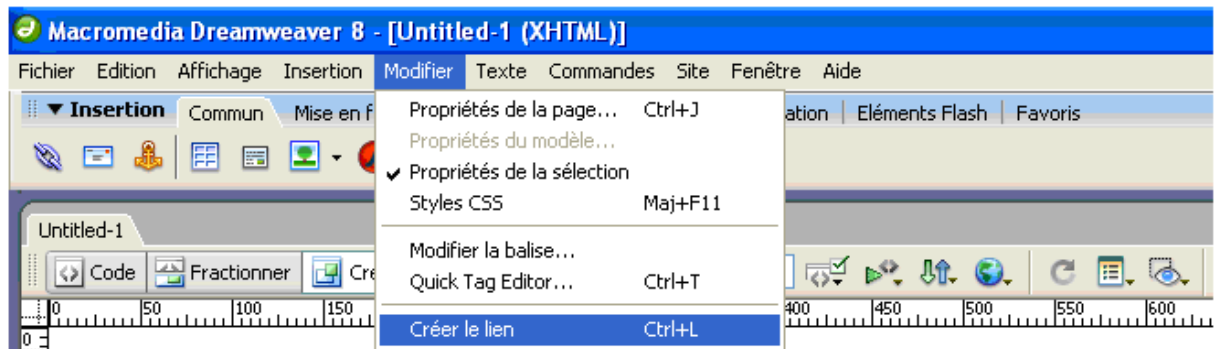


Figure 86 : Création d'un Lien sur d'autre page de Macromedia Dreamweaver

- ♣ Sélectionner le mot, expression ou image,
- ♣ Cliquer le menu modifier > créer le lien (Figure 86) ,
- ♣ Choisir la page à relier.

IV. ENREGISTREMENT D'IMAGE TRAITEE EN MICROSOFT PHOTODRAW DANS LE SITE :

Après avoir dessiner une image dans le Microsoft PhotoDraw, l'enregistrement se fait comme suit (Figure 87) :

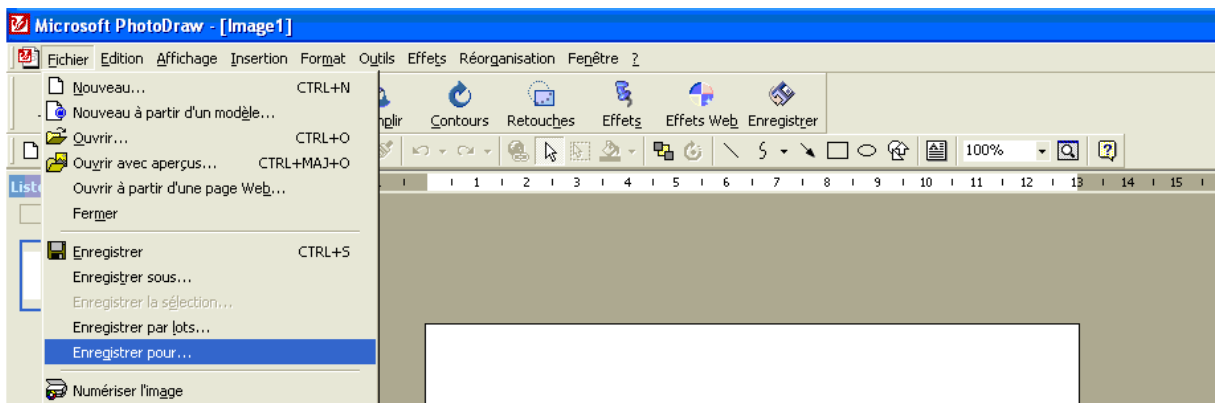


Figure 87 : Enregistrement d'une image PhotoDraw dans le dossier Image du site.

Cliquez sur le menu fichier > enregistrer pour ..., et une fenêtre apparaît (Figure 88)

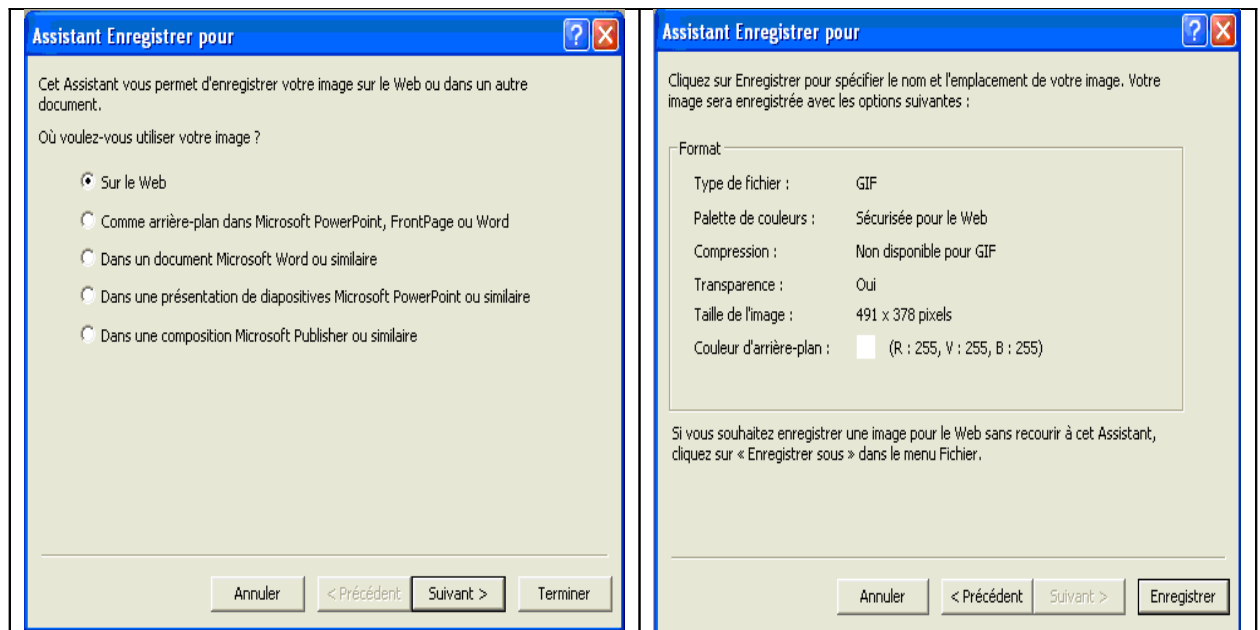


Figure 88 : Fenêtre d'enregistrement d'une image PhotoDraw dans le dossier Image du site.

- ♣ Cocher sur le Web et cliquer sur Terminer,
- ♣ Cliquer sur enregistrer,
- ♣ Stocker l'image dans le site dossier « images gif ». (donner le nom de l'image)

V. ENREGISTREMENT D'IMAGE TRAITEE EN PAINT DANS LE SITE :

Après avoir dessiner une image dans le Paint, l'enregistrement se fait comme suit :

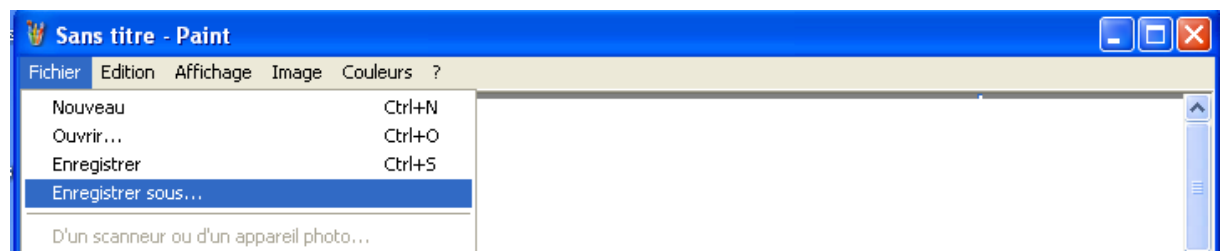


Figure 89 : Enregistrement sous d'une image Paint dans le dossier Image du site.

- ♣ Cliquer sur le menu fichier > enregistrer sous (Figure 89),
- ♣ Stocker l'image dans le site dossier « images gif » (donner le nom de l'image)

Remarque :

Il faut noter que les équations traitées en Math type 5.0 Equation ou Microsoft équation 3.0 sont considérées comme des images.

VI. TRAITEMENT DE MACROMEDIA FLASH MX :

Le Macromedia Flash MX est un logiciel qui permet d'animer une image ou une photo. Le didacticiel nous donne la leçon sur ce logiciel. Nous voyons cette leçon en cliquant le menu « aide > leçon »

VI.1. Ouverture du logiciel Macromedia Flash MX

Pour ouvrir la fenêtre du logiciel Macromedia Flash, il faut suivre la démarche suivante :

- ♣ Cliquer sur démarrer,
- ♣ Pointer Programme > Macromedia,
- ♣ Cliquer sur Macromedia Flash MX (*Figure 90*).

(Ou double clique sur l'icône du Macromedia Flash MX au bureau)

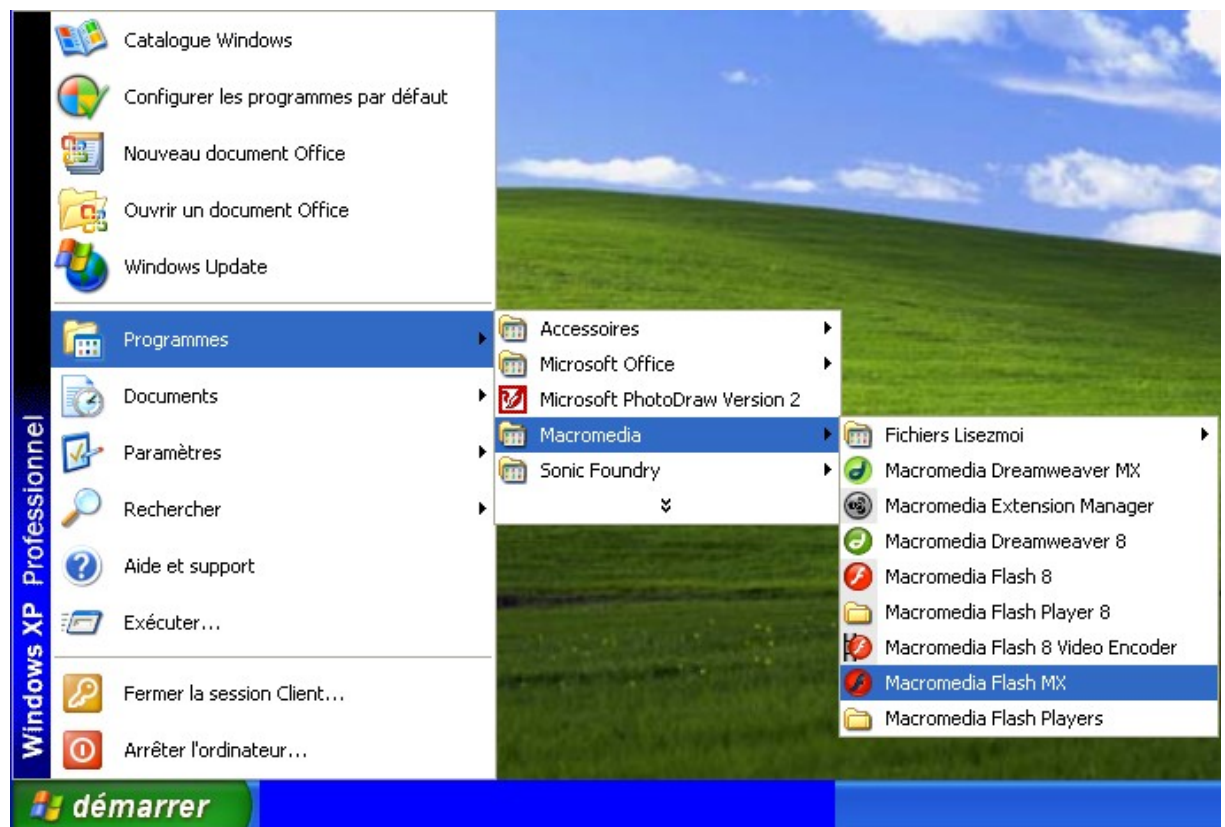


Figure 90 : Ouverture du logiciel Macromedia Flash MX

La fenêtre du Macromedia Flash MX obtenue sera (*Figure 91*) :

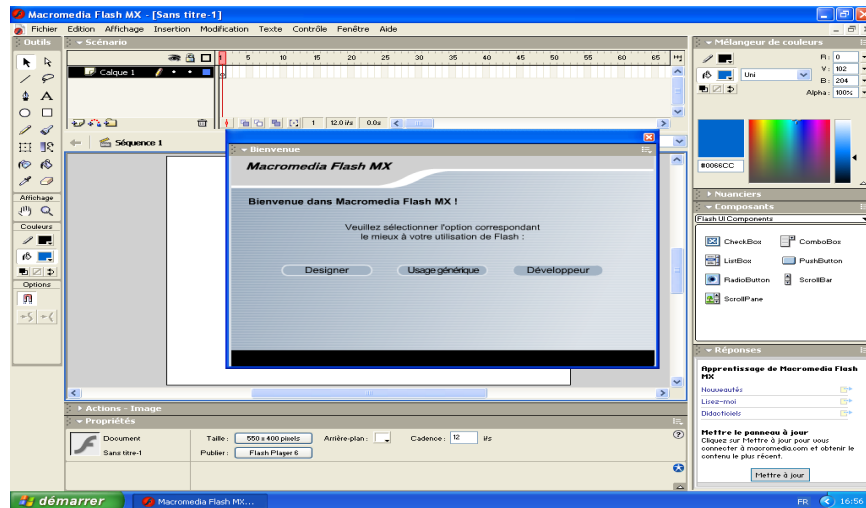


Figure 91 : Première fenêtre du logiciel Macromedia Flash Mx

Pour faire une animation, il faut cliquer sur Designer et on a la fenêtre suivante (Figure 92):

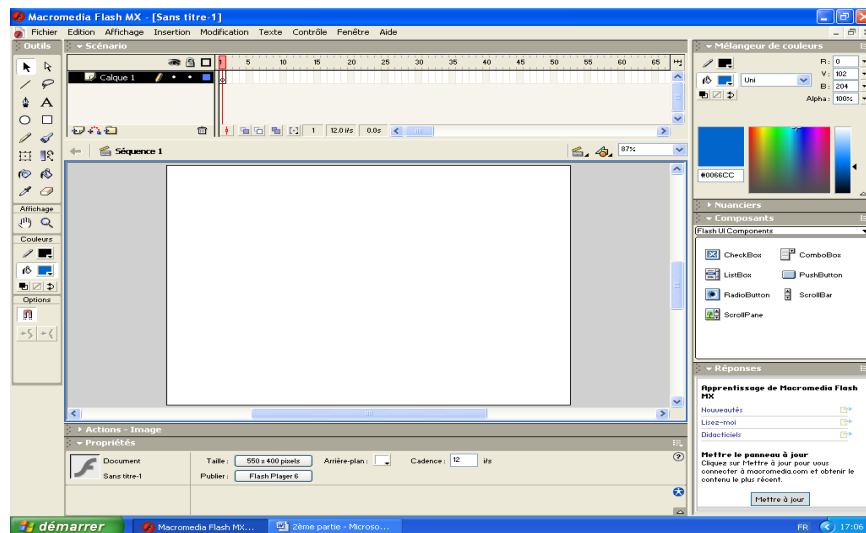


Figure 92 : Deuxième fenêtre du logiciel Macromedia Flash Mx

VI.2. Enregistrement de flash dans le site :

A partir de la fenêtre de Macromedia Flash MX et après avoir défini une animation, on enregistre le Flash (image animée) comme suit (Figure 93):

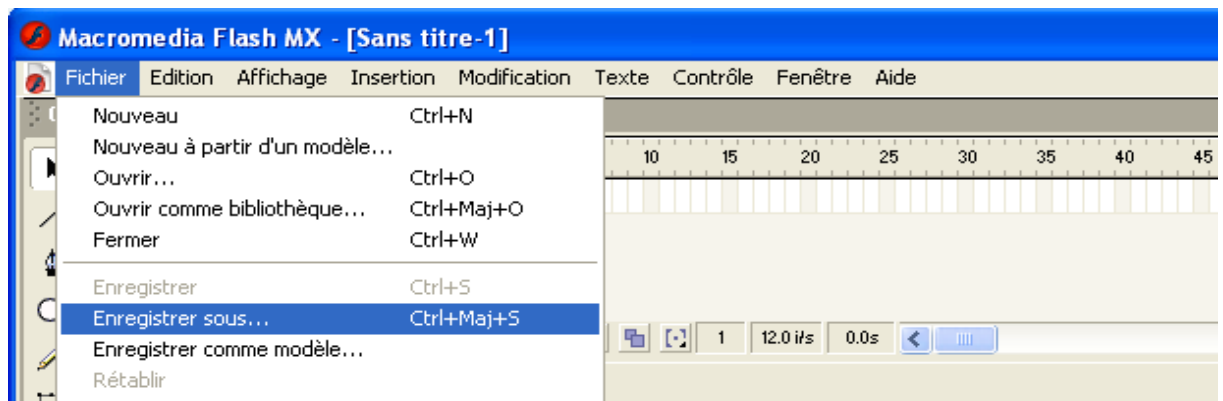


Figure 93 : Enregistrement sous d'une image animée.

- ♣ Cliquer le menu fichier >Enregistrer sous,
 - ♣ Stocker l'image animée dans le site.
- (Écrire le nom du fichier et cliquer sur enregistrer)

Remarque :

Pour que les images animées soient accessibles à la page html du Macromedia Dreamweaver, il faut enregistrer l'image selon le type « swf ».

VI.3 Présentation de la page dans l'Internet :

Les pages dans l'Internet IEXplore sont aux nombres de vingt-quatre (24). Tous les travaux figurent dans ces pages (Leçons, Applications, Flash, Images, ...). Ces dernières sont liées entre elles.

Les vingt-quatre (24) pages se repartissent comme suit :

- Douze (12) pages des Leçons,
- Neuf (09) pages d'Applications et réponses,
- Une (01) page du plan du cours,
- Une (01) page du plan d'application,
- Et une (01) page d'accueil.

La page d'accueil est la porte d'entrée d'un site, c'est elle qui donne l'accès au plan du cours et au plan d'exercice. Le plan du cours et le plan d'exercice donnent respectivement les différentes pages de la leçon et les pages des exercices (énoncé et réponses). La figure 66 donne l'arborescence du plan du site.

Troisième partie : APPLICATIONS :

Dans cette partie nous avons :

- ♣ Étudié le mouvement de centre d'inertie d'un solide,
- ♣ Proposé des activités aux élèves,
- ♣ Suggéré des méthodes pour résoudre un problème de dynamique.

I. OBJECTIFS DES ACTIVITES :

- ♣ Amener l'élève à définir le système à étudier,
- ♣ Résoudre correctement un problème de dynamique en utilisant les théorèmes.

II. METHODE DE RESOLUTION D'UN PROBLEME DE MECANIQUE AYANT POUR OBJET LA DETERMINATION DU MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SYSTEME

Pour résoudre un problème de dynamique, il est préférable de suivre la méthode suivante :

- ♣ Bien lire l'énoncé jusqu'à la fin,
- ♣ Définir le système à étudier,
- ♣ Faire un schéma clair,
- ♣ Faire l'inventaire de toutes les forces appliquées du système,
- ♣ Choisir un référentiel galiléen et appliquer la relation $\sum \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}_G$ (Théorème de Centre d'Inertie) ou le théorème de l'énergie théorique,
- ♣ Choisir un repère orthonormé de projection où sera projetée la relation $\sum \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}_G$ (Ce repère peut appartenir au référentiel galiléen choisi ou être un repère de Frenet pour les mouvements circulaires),
- ♣ La (les) relation(s) projetée(s) donne(nt) une ou des relation(s) algébrique(s) qu'il faut résoudre.

Remarques :

- Une méthode de résolution géométrique est parfois plus simple
- Le théorème de l'énergie cinétique permet d'accéder directement à la vitesse du centre d'inertie G.

Des applications sur la relation fondamentale de la dynamique en translation et de rotation, sur le théorème de l'énergie cinétique, sur le théorème de HUYGENS et la conservation de l'énergie mécanique sont développées dans ce qui suit.

III. APPLICATIONS DE LA RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE EN TRANSLATION :

III.1. Objectifs :

L'élève doit être capable de :

- ♣ Déterminer l'accélération du Centre d'Inertie du solide en diverses positions,
- ♣ Savoir appliquer les lois de Newton pour un solide,
- ♣ Étudier le mouvement du Centre d'Inertie d'un solide soumis à une somme de forces extérieures calculables,
- ♣ Appliquer le principe d'inertie

III.2. Applications :

III.2.1. Fil d'attache d'une la petite poupée suspendue au rétroviseur intérieur d'un mobile :

Le fil d'attache de la petite poupée suspendue au rétroviseur intérieur d'un mobile s'incline vers l'arrière lorsque celle-ci accélère. Pour une accélération constante $\vec{a}$, l'angle α que fait le fil de suspension avec la verticale garde une valeur constante. (Figure 94)

1. Faire l'inventaire de toutes les forces appliquées au système « petite poupée ».
2. Appliquer le théorème de centre d'inertie à la poupée dans le référentiel terrestre R
3. Cette relation peut-elle s'appliquer dans un repère R' lié à l'automobile ? Conclure.
4. Déterminer l'inclinaison θ que fait le fil de suspension avec la verticale.

On donne : $g=10\text{m.s}^{-1}$, accélération $a=2\text{m.s}^{-2}$

Réponses :

1. Inventaire de toutes les forces appliquées au système »petit poupée «.

La petite poupée est soumise à son poids $\vec{P}$ et la tension du fil $\vec{T}$ (Figure 95).

2. Choisissons le référentiel terrestre $\mathcal{R}(0, \vec{i}, \vec{j})$.

La poupée et l'automobile ont même accélération $\vec{a} = \vec{a}_G$ où $\vec{a}_G$ est l'accélération du centre d'inertie de la poupée.

Le théorème du centre d'inertie appliqué à ce système s'écrit : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$.

3. Pour un repère $\mathcal{R}'$ lié à l'automobile (solide de référence), la poupée est immobile. $\vec{v}'_G = \vec{0}$ et $m\vec{a}'_G = \vec{0}$ alors que $\vec{P} + \vec{T} \neq \vec{0}$ (le fil est incliné) On a donc $\vec{P} + \vec{T} \neq m\vec{a}'_G$

Conclusion : La relation $\sum \vec{f} = m\vec{a}_G$ n'est pas applicable dans un référentiel $\mathcal{R}'$ animé d'un mouvement accéléré par rapport à un repère galiléen $\mathcal{R}$.

Le référentiel $\mathcal{R}'$ n'est pas un référentiel galiléen.

4. Calcul de θ :

Système : {petite poupée}

Un repère $\mathcal{R}'$ lié à l'automobile n'est pas galiléen, donc il faut choisir un repère cartésien $\mathcal{R}(0, \vec{i}, \vec{j})$ lié au sol.



Figure 94 : Fil inextensible qui soutient une masse ponctuelle de masse m au repos.

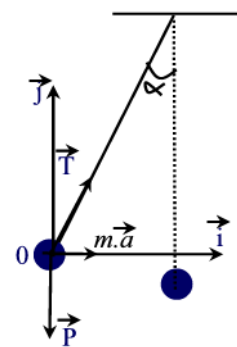


Figure 95 : Fil inextensible qui soutient une masse ponctuelle de masse m à l'instant t quelconque.

En appliquant le théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$

Par projection suivant $(0, \vec{i})$: Le poids $\vec{P}$ est perpendiculaire au repère de projection donc sa projection est nulle

- La tension $\vec{T}$ fait un angle avec $(0, \vec{i})$, donc sa projection suivant $(0, \vec{i})$ donc sa projection donne a_G .

Alors on a : $T \sin \theta = m a_G$. (1)

Par projection suivant $(0, \vec{j})$:

- Le poids $\vec{P}$ et $(0, \vec{j})$ ont de sens contraire, donc sa projection donne $-P$

- La projection de $\vec{T}$ suivant $(0, \vec{j})$ donne $T \cos \theta$
- L'accélération $\vec{a}_G$ fait un angle droit avec $(0, \vec{j})$, donc sa projection est nulle.

Alors on a : $-P + T \cos \theta = 0$ (2).

La division membre à membre de la relation (1) et (2) donne $\tan \theta = \frac{a_G}{g}$

A.N : $\theta = 11,3^\circ$

III.2.2. Tondeuse à gazon sur coussin d'air

Une tondeuse à gazon sur coussin d'air, de masse $m=20\text{Kg}$, est initialement immobile sur un plan horizontal. A l'instant $t = 0$, on lui applique un ensemble de forces de somme F , constant horizontal et de norme $F = 10\text{N}$

1. Calculer l'accélération du centre d'inertie de la tondeuse.
2. Exprimer le vecteur quantité de mouvement à l'instant t en fonction de F et de t .

Application numérique : calculer le travail lorsque $t = 10\text{s}$.

Le référentiel d'étude est galiléen.

Réponse :

1. Accélération du centre d'inertie de la tondeuse :

Système : {tondeuse}

Inventaire de toutes les forces appliquées : ensemble de forces de somme $\vec{F}$.

En appliquant le théorème de centre d'inertie : $\vec{F} = m \vec{a}_G$

Choisissons un repère $(0, \vec{i})$ lié à la tondeuse. La projection de cette relation suivant

$$(0, \vec{i}) \text{ donne } F = m a_G \quad \text{D'où} \quad a_G = \frac{F}{m} \quad \text{A.N :} \quad a_G = 0,5 \text{m.s}^{-2}$$

2. Vecteur quantité de mouvement à l'instant t :

A l'instant t , on note par $\vec{v}_G$ le vecteur vitesse de la tondeuse.

Par définition, le vecteur quantité de mouvement à l'instant t s'écrit $\vec{p} = m \vec{v}_G$

En divisant par t membre à membre : $\frac{\vec{p}}{t} = m \frac{\vec{v}_G}{t} = m \vec{a}_G$, Or : $\vec{F} = m \vec{a}_G$

Donc : $\frac{\vec{p}}{t} = \vec{F}$, d'où : $\vec{p} = \vec{F} . t$

III.2.3. Une poulie homogène qui deux soutient solides.

Une poulie homogène de masse négligeable, de rayon $r = 5\text{cm}$, est mobile autour de son axe maintenu fixe et horizontale. On s'enroule sur ce poulie un fil dont les deux extrémités soutiennent deux corps de masses $m=100\text{g}$ et $M=200\text{g}$ (Figure 96).

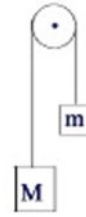


Figure 96 : Une poulie homogène qui soutient deux solides.

Le système étant abandonné sans vitesse initiale, l'action de l'air ainsi que tous les frottements sont négligeables ; on suppose que le fil est inextensible et de masse négligeable.

1. Calculer l'accélération prise par la masse m et M .
2. Déterminer la nature du mouvement de ces masses.

Réponse :

1. L'accélération prise par les masses m et M :

Considérons le système {masse m },
les forces appliquées à ce système sont :

- Le poids de la masse m : $\vec{P}_1$
- La tension du fil $\vec{T}_1$

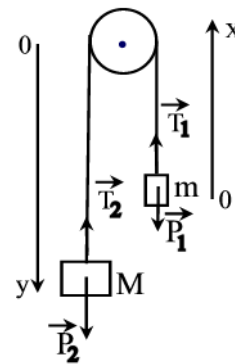


Figure 97 : Représentation des forces appliquées sur les deux solides

En appliquant le théorème de centre d'inertie : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m\vec{a}_1$

Par projection suivant l'axe $(0,x)$ (Figure 97), on a : $-P_1 + T_1 = ma_1$

D'où $T_1 = mg + ma_1$ (1)

Considérons le système : {masse M }

Les forces appliquées à ce système sont :

- le poids de la masse M : $\vec{P}_2$
- la tension du fil $\vec{T}_2$

En appliquant la Relation Fondamentale de la Dynamique en translation :

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = M\vec{a}_2$$

Par projection suivant $(0,y)$ (Figure 97), on a : $P_2 - T_2 = Ma_2$

D'où $T_2 = Mg - Ma_2$ (2)

D'après le principe de l'action et de la réaction : $T_1 = T_2$

$$mg + ma_1 = Mg - Ma_2, \text{ c'est à dire } ma_1 + Ma_2 = Mg + mg$$

Le fil est inextensible donc $a_1 = a_2 = a$ C'est-à-dire $a(m+M) = g(M-m)$

$$\text{D'où } a = \frac{g(M-m)}{m+M} \quad \text{A.N : } a = 3,33 \text{ m.s}^{-2}$$

La nature du mouvement de ces masses :

$a = \text{constante}$, donc le mouvement est rectiligne uniformément varié.

III.2.4. Solide glissant sur un plan incliné

Un solide de masse m , abandonné sans vitesse initiale, glisse sur une ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle θ avec l'horizontale (Figure 98).

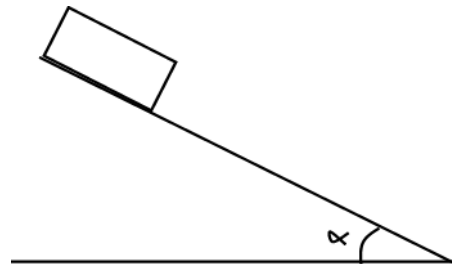


Figure 98 : Solide rectangulaire glissant sur un plan incliné

Les forces des frottements, parallèle au plan incliné, et de sens contraire au mouvement a une intensité $f=4\text{N}$.

Calculer :

- 1) L'accélération du centre d'inertie du solide
- 2) L'intensité de la composante normale de la réaction du plan incliné
- 3) La vitesse du solide après un parcours de 10m.

On donne : $\theta = 30^\circ$, $m=2\text{kg}$, $g=10\text{m.s}^{-1}$.

Réponse :

1) L'accélération du centre d'inertie du solide :

Considérons le système (S) : {solide de masse m }, les forces appliquées à ce système sont : (Figure 99)

- Le poids du solide (S) : $\vec{P}$
- La réaction du plan incliné $\vec{R}$,
- Les forces de frottement $\vec{f}$.

En appliquant le théorème de centre d'inertie : $\vec{P}$

$$+ \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}$$

Par projection suivant l'axe $(0, \vec{i})$,

$$\text{on a : } P \sin \alpha - f = ma$$

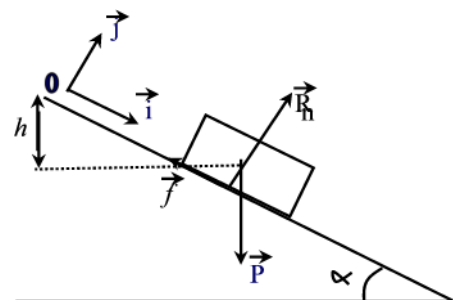


Figure 99: Solide glissant sur un plan incliné

Donc $a = \frac{mg \sin \alpha - f}{m}$

Finalement $a = g \sin \alpha - \frac{f}{m}$ A.N. $a = 3 \text{ m.s}^{-2}$

2.) L'intensité de la composante normale de la réaction du plan incliné

Considérons le système (S) : {solide de masse m},

Les forces appliquées à ce système sont :

- Le poids du solide (S) : $\vec{P}$
- La réaction du plan incliné $\vec{R}$,
- Les forces de frottement $\vec{f}$

En appliquant le Théorème du Centre d'Inertie, on a : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

Par projection suivant $(O, \vec{j})$, on a : $-P \cos \alpha + R - 0 = 0$, donc $-mg \cos \alpha + R = 0$

Finalement $R = mg \cos \alpha$ A.N : $R = 17,32\text{N}$

1) Vitesse du solide après un parcours de 10m :

D'après la relation indépendante du temps, on a : $v_B^2 - v_A^2 = 2ad$

Finalement : $v_B = \sqrt{2ad}$ car $v_A = 0$ A.N : $v_B = 7,7\text{m.s}^{-1}$

III.2.5. Une poulie qui soutient deux solides dont l'un glisse sur un plan incliné :

Une poulie homogène de masse négligeable, de rayon $r = 5\text{cm}$, est mobile autour de son axe maintenu fixe et horizontale.

On s'enroule sur ce poulie un fil dont les deux extrémités soutiennent deux corps de masses $m = 100\text{g}$ et $M = 200\text{g}$.

Le corps de masse m glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan

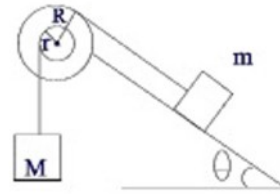


Figure 100 : Une poulie qui soutient deux solides dont l'un glisse sur un plan incliné.

incliné faisant avec le plan horizontal l'angle $\theta = 30^\circ$ (Figure 100).

Le fil attaché au corps de masse m reste parallèle à la ligne de plus grande pente.

Le système, initialement au repos, est abandonné à lui-même.

1. Calculer de nouveau l'accélération de la masse m et M .
2. Etudier la nature du mouvement des corps des masses m et M .

Réponse :

1. Nouvelle accélération prise par les masses m et M :

Considérons le système {corps de masse m } : les forces appliquées à ce système

- sont
- Le poids de la masse m : $\vec{P}_1$
 - La tension du fil $\vec{T}_1$
 - La réaction du plan : $\vec{N}$

En appliquant le théorème de centre d'inertie : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{N} = m\vec{a}_1$

Par projection suivant l'axe (O,x), on a : $-P_1 \sin\theta + T_1 = ma_1$

C'est-à-dire $-mg \sin\theta + T_1 = ma_1$ d'où $T_1 = mg \sin\theta + ma_1$ (1)

Considérons le système : {corps de masse M}

Les forces appliquées à ce système sont :

- le poids de la masse M : $\vec{P}_2$
- la tension du fil $\vec{T}_2$

En appliquant la Relation Fondamentale de la Dynamique en translation : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = M\vec{a}_2$

Par projection suivant (O,y), on a : $P_2 - T_2 = Ma_2$

C'est-à-dire $Mg - T_2 = Ma_2$ d'où $T_2 = Mg - Ma_2$ (2)

D'après le principe de l'action et de la réaction on a : $T_1 = T_2$

$mg \sin\theta + ma_1 = Mg - Ma_2$, c'est-à-dire $ma_1 + Ma_2 = Mg - mg \sin\theta$

Le fil est inextensible donc $a_1 = a_2 = a$

Donc $a(m+M) = g(M - m \sin\theta)$ d'où $a = \frac{g(M - m \sin\theta)}{m + M}$ A.N : $a = 5 \text{ m.s}^{-2}$

2. La nature du mouvement du corps de masse m et M

L'accélération du mouvement est constante, donc le mouvement est rectiligne uniformément varié.

III.2.6. Glissement de deux solides sur un double plan incliné :

Une poulie homogène de masse négligeable, de rayon $r = 5 \text{ cm}$, est mobile autour de son axe maintenu fixe et horizontale. On s'enroule sur cette poulie un fil dont les deux extrémités soutiennent deux corps de masses

$m_1 = 100 \text{ g}$ et $m_2 = 200 \text{ g}$. Les deux corps de masse m_1 et m_2 glissent le long de la ligne de plus grande pente du double plan incliné faisant respectivement les angles $\theta_1 = 30^\circ$ et $\theta_2 = 45^\circ$ (Figure 101).

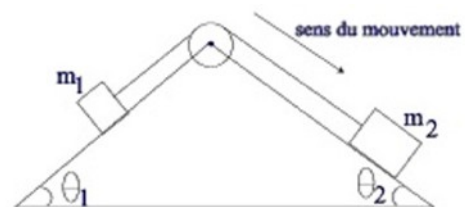


Figure 101 : Glissement de deux solides sur un double plan incliné.

Le fil attaché au deux corps reste parallèle à la ligne de plus grande pente. Le système, initialement au repos, est abandonné à lui même.

1. Calculer l'accélération prise par les deux masses m_1 et m_2 .
2. En déduire la nature du mouvement.

Réponse :

1. Accélération prise par les deux masses m_1 et m_2 :

Considérons le système {corps de masse m_1 } :

Les forces appliquées à ce système sont :

- Le poids de la masse m_1 : $\vec{P}_1$
- La tension du fil $\vec{T}_1$
- La réaction du plan : $\vec{N}_1$

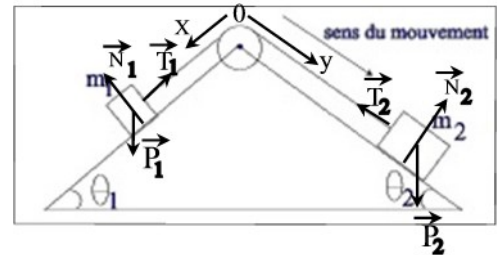


Figure 102 : Représentation des forces appliquées sur le système de deux masses.

En appliquant le théorème de centre d'inertie : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{N}_1 = m_1 \vec{a}_1$

Par projection suivant l'axe (O, x) (Figure 102), on a : $-P_1 \sin \theta_1 + T_1 = m_1 a_1$

C'est-à-dire $-m_1 g \sin \theta_1 + T_1 = m_1 a_1$ d'où $T_1 = m_1 g \sin \theta_1 + m_1 a_1$ (1)

Considérons le système : {corps de masse m_2 }

Les forces appliquées à ce système sont :

- le poids de la masse m_2 : $\vec{P}_2$
- la tension du fil $\vec{T}_2$
- la réaction du plan : $\vec{N}_2$

En appliquant la Relation Fondamentale de la Dynamique en translation : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{N}_2 = m_2 \vec{a}_2$

Par projection suivant (O, y) (Figure 102), on a : $P_2 \sin \theta_2 - T_2 = m_2 a_2$

C'est-à-dire $m_2 g \sin \theta_2 - T_2 = m_2 a_2$ d'où $T_2 = m_2 g \sin \theta_2 - m_2 a_2$ (2)

D'après le principe de l'action et de la réaction on a : $T_1 = T_2$

$m_1 g \sin \theta_1 + m_1 a_1 = m_2 g \sin \theta_2 - m_2 a_2$, C'est-à-dire $m_1 a_1 + m_2 a_2 = m_2 g \sin \theta_2 - m_1 g \sin \theta_1$

Le fil est inextensible donc $a_1 = a_2 = a$

Donc $a (m_1 + m_2) = g (m_2 \sin \theta_2 - m_1 \sin \theta_1)$

D'où
$$a = \frac{g(m_2 \sin \theta_2 - m_1 \sin \theta_1)}{m_1 + m_2}$$
 A.N : $a = 3,05 \text{ m.s}^{-2}$

2. La nature du mouvement du corps de masse m_1 et m_2

L'accélération du mouvement est constante, donc le mouvement est rectiligne uniformément varié.

IV. APPLICATION SUR LE THEOREME DE HUYGENS :

IV.1 Objectifs :

L'élève doit être capable de :

- Calculer le bras de levier d'un système.
- Calculer le moment d'inertie d'un solide dont l'axe ne passe pas par le centre de gravité du système.

IV.2. Moment d'inertie d'un système {2 sphères, tige}

Calculer le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation Δ du système ci-dessous (Figure 103) :

{S1}= Sphère de masse $m_1 = 1 \text{ kg}$

et de rayon $R_1 = 5 \text{ cm}$

{S2}= Tige de masse $m_2 = 800 \text{ g}$

et de longueur $l = 1 \text{ m}$

{S3}= Sphère de masse $m_3 = 500 \text{ g}$

et de rayon $R_3 = 2,5 \text{ cm}$

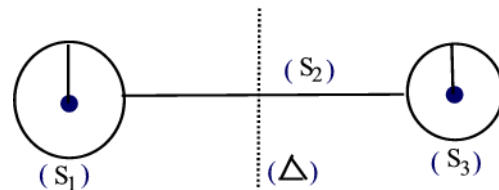


Figure 103 : Système de deux sphères et d'une tige

Réponse :

- Considérons le système : {S1}

$$J_{\Delta} = m_1 R_1^2 + m_1 d_1^2, \text{ avec } d_1 = \frac{l}{2} + R_1$$

$$J_{\Delta} = m_1 R_1^2 + m_1 \left(\frac{l}{2} + R_1 \right)^2 = 2m_1 R_1^2 + m_1 l R_1 + m_1 \left(\frac{l}{2} \right)^2$$

Finalement : $J_{\Delta} = m_1 \left(2R_1^2 + l R_1 + \frac{l^2}{4} \right)$ A.N : $J_{\Delta} = 0,305 \text{ kg.m}^2$

- Considérons le système {S2}. L'axe passe par le milieu de la tige :

Finalement : $J_{\Delta} = \frac{1}{12} m_2 l^2$ A.N : $J_{\Delta} = 0,06 \text{ kg.m}^2$

- Considérons le système {S3}

$$J_{3/\Delta} = m_3 R_3^2 + m_3 d_3^2 \quad \text{avec} \quad d_3 = \frac{l}{2} + R_3$$

Finalement : $J_{3/\Delta} = m_3 (2R_3^2 + lR_3 + \frac{l^2}{4})$ A.N : $J_{3/\Delta} = 0,31 \text{kg.m}^2$

- Pour le système {S1} + {S2} + {S3}, le moment d'inertie est :

$$J_{\Delta} = J_{1/\Delta} + J_{2/\Delta} + J_{3/\Delta} \quad \text{A.N :} \quad J_{\Delta} = 0,675 \text{kg.m}^2$$

V. APPLICATIONS DE LA RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE EN ROTATION :

V.1. Objectifs :

L'élève doit être capable de :

- Appliquer le Théorème des Accélérations Angulaires
- Etablir l'équation différentielle du mouvement d'un oscillateur harmonique.

V.2. Un cylindre homogène qui soutient un solide (S).

Un cylindre homogène de rayon $R=10\text{cm}$, de masse $M=3\text{kg}$, peut tourner autour de son axe de révolution (Δ) . Il soutient un solide (S) de masse $m=1\text{kg}$, par l'intermédiaire d'une poulie de masse négligeable enroulé sur le cylindre (Figure 104). On abandonne le système sans vitesse initiale.

1. Calculer l'accélération prise par la masse m .
2. Déterminer la nature du mouvement prise par (S).
3. Calculer la tension du fil au cours du mouvement de la masse m .
4. Calculer l'accélération angulaire du cylindre.

On donne le moment d'inertie du cylindre par rapport à l'axe de révolution est (Δ) :

$$J_{C/\Delta} = \frac{1}{2} MR^2 ; g=10\text{m.s}^{-2}$$

Réponse

1. : l'accélération prise par la masse m :

Considérons le système S_1 : {masse m } les forces appliquées à ce système sont :

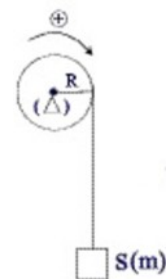


Figure 104 : Un cylindre homogène qui soutient un solide (S).

- Le poids de la masse m_1 : $\vec{P}_1$
- La tension du fil $\vec{T}_1$

En appliquant le théorème du centre

d'inertie : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m \vec{a}_G$.

Par projection suivant $(x'x)$ (Figure 105),
on a : $P_1 - T_1 = ma$, d'où $T_1 = mg - ma$
(1)

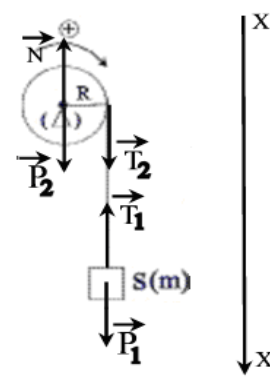


Figure 105 : Forces appliquées sur
un cylindre homogène qui soutient un
solide (S).

Considérons le système S_2 : {cylindre}, les forces appliquées à ce système sont :

- le poids du cylindre : $\vec{P}_2$
- la réaction de l'axe Δ : $\vec{N}$
- la tension du fil $\vec{T}_2$

D'après la Relation Fondamentale de la Dynamique de rotation : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{app}) = J_\Delta \ddot{\theta}$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_2) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{N}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

La direction de $\vec{P}_2$ et $\vec{N}$ passe par l'axe Δ , donc leurs moments sont nuls :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_2) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{N}) = 0, \text{ c'est-à-dire } \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2) = RT_2$$

$$\text{Alors } RT_2 = J_\Delta \ddot{\theta} \text{ et } \ddot{\theta} = \frac{a_G}{R}, \text{ donc } RT_2 = J_\Delta \frac{a_G}{R}, \text{ d'où } T_2 = J_\Delta \frac{a_G}{R^2}$$

D'après le principe de l'action et de la réaction : $T_1 = T_2$

$$\text{Donc } mg - ma = J_\Delta \frac{a_G}{R^2} \text{ avec } J_\Delta = \frac{1}{2} MR^2$$

$$\text{D'où } mg = a \left(m + \frac{M}{2} \right) \quad \text{Finalement } a = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}} \quad \text{A.N : } a = 4 \text{ m.s}^{-2}$$

2) L'accélération a = constante donc le mouvement est Rectiligne Uniformément Varié

3. La tension du fil au cours de mouvement

En prenant la relation (1) : On a $T_1 = m(g - a)$, Or le fil est inextensible donc

$$T_1 = T_2 = T, \quad \text{Alors } T = m(g - a) \quad \text{A.N : } T = 6 \text{ N.}$$

4. L'accélération angulaire du cylindre

On a : $\ddot{\theta} = \frac{a_G}{R}$ A.N : $\ddot{\theta} = 40 \text{ rad.s}^{-2}$.

V.3. : Un cylindre homogène qui soutient un solide (S) et traversé par une tige :

Le cylindre précédent est traversé, suivant un diamètre par une tige (T) portant à ses extrémités deux masses ponctuelles égales, de valeur $m'=0,5\text{kg}$. Leurs centres de gravités sont situés à la distance $l=50\text{cm}$ de l'axe (Δ) (Figure 106)

On abandonne toujours ce nouvel système sans vitesse initiale.

5. Calculer le moment d'inertie J_Δ de la partie tournante.

6. La corde quitte le cylindre lorsque la masse m est descendue d'une hauteur $h=5\text{m}$,

6.1. Le nombre de tours effectués par le cylindre,

6.2. La vitesse angulaire à cet instant.

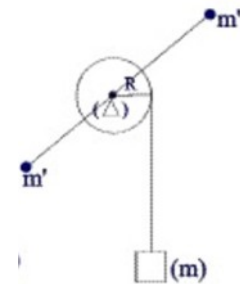


Figure 106 : Un cylindre homogène qui soutient un solide (S) et traversé par une tige (T).

Réponse :

5. Le moment d'inertie J_Δ de la partie tournant est $J_\Delta = J_{C/\Delta} + J_{T/\Delta} + 2J_{m'/\Delta}$

La tige T rencontre l'axe Δ , donc $J_{T/\Delta} = 0$ D'où $J_\Delta = \frac{1}{2} MR^2 + 2.m'.l^2$

A.N : $J_\Delta = 0,255 \text{ kg.m}^2$

6. 1) Le nombre de tours effectués par le cylindre

On a : $h = R \theta$ Or $\theta = 2\pi n$ (n = nombre de tours) donc $h = 2\pi n R$

Finalement : $n = \frac{h}{2\pi R}$ A.N : $n = 8$ tours

6. 2) La vitesse angulaire à cet instant

En appliquant la relation indépendante du temps pour un solide en rotation, On a :

$\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2 = 2\ddot{\theta}(\theta - \theta_0)$. Le système abandonne sans vitesse initiale, donc $\dot{\theta}_0 = 0$ et

en prenant nulle l'élongation θ_0 à l'instant initial ($\theta_0 = 0$)

$$\dot{\theta}^2 = 2\ddot{\theta} 2\pi n$$

Finalemment : $\boxed{\dot{\theta} = 2\sqrt{n\pi\ddot{\theta}}}$ A.N : $\dot{\theta} = 63 \text{ rad.s}^{-1}$.

V.4. Une poulie qui soutient deux solides :

Une poulie est formée de deux cylindres C et C' et d'une barre (b) (Figure 107). On appellera Δ l'axe des cylindres. Les masses de C et C' sont respectivement M et M', leur rayon R et R'. La barre (b) de masse M'' a pour longueur $L=2R$.

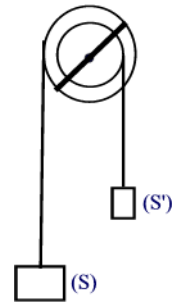


Figure 107 : Une poulie qui soutient deux solides.

- 1) Déterminer le moment d'inertie du solide par rapport à Δ .
- 2) On enroule sur C un fil à l'extrémité duquel est suspendu un objet (S) de masse m. On enroule sur le cylindre C' en sens contraire de celui de C un objet (S') de masse m. Le système est abandonné sans vitesse initiale.

Déterminer : a. La valeur de l'accélération angulaire de la poulie.

b. La nature du mouvement du système.

Réponse :

- 1) Le moment d'inertie du solide par rapport à Δ .

$$J = J_{(C)} + J_{(C')} + J_b$$

$$J = \frac{MR^2}{2} + \frac{M'R'^2}{2} + \frac{M''L^2}{12}$$

$$J = \frac{MR^2}{2} + \frac{M'R'^2}{2} + \frac{M''(2R)^2}{12}$$

$$J = \frac{MR^2}{2} + \frac{M'R'^2}{2} + \frac{M''R^2}{3}$$

$$J = R^2 \left(\frac{M}{2} + \frac{M''}{3} \right) + \frac{M'R'^2}{2}$$

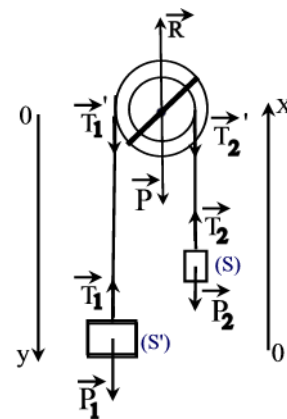


Figure 108 : forces appliquées à la poulie qui soutient deux solides

- 2) a. la valeur de l'accélération angulaire de la poulie

Les forces appliquées au système (S) sont :

- Le poids du corps (S) $\vec{P}_1$
- La tension du fil $\vec{T}_1$

Appliquons le Théorème du Centre d'Inertie : $\sum \vec{f} = m\vec{a}$ c'est-à-dire : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m\vec{a}$

Par projection suivant (0, y), on a : $P_1 - T_1 = ma$ (1)

Les forces appliquées au système (S') sont :

- Le poids du corps (S') $\vec{P}_2$
- La tension du fil $\vec{T}_2$

En appliquant le Théorème du Centre d'Inertie : $\sum \vec{f} = m\vec{a}_2$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m\vec{a}_2$$

Par projection suivant (0, x), on a : $-P_2 + T_2 = ma_2$ (2)

Les forces appliquées au système à la poulie sont :

- Le poids de la poulie $\vec{P}$
- La réaction $\vec{R}$
- Les tensions des deux fils $\vec{T}_1', \vec{T}_2'$

En appliquant le Théorème de l'Accélération Angulaire : $\sum \mathcal{M}(\vec{F}_{App}) = J_{\Delta} \ddot{\theta}$

$$\mathcal{M}_{\vec{P}} + \mathcal{M}_{\vec{R}} + \mathcal{M}_{\vec{T}_1'} + \mathcal{M}_{\vec{T}_2'} = J_{\Delta} \ddot{\theta}$$

$\mathcal{M}_{\vec{P}}$ et $\mathcal{M}_{\vec{R}}$ sont égales 0 car $\vec{P}$ et $\vec{R}$ rencontrent à l'axe Δ

$$T_1' R - T_2' R' = J_{\theta} \ddot{\theta}$$

Or $\vec{T}_1' = \vec{T}_1$ et $\vec{T}_2' = \vec{T}_2$

$$T_1 R - T_2 R' = J_{\theta} \ddot{\theta} \quad (3)$$

$$\begin{cases} (P_1 - T_1 = ma) R \\ (-P_2 + T_2 = ma_2) R' \\ T_1 R - T_2 R' = J_{\theta} \ddot{\theta} \end{cases}$$

Et on a la relation : $P_1 R - P_2 R' = m a R + R' m a_2 + J_{\theta} \ddot{\theta}$

Or $a = R \ddot{\theta}$ et $a_2 = R' \ddot{\theta}$ donc $P_1 R - P_2 R' = R^2 \ddot{\theta} + m R'^2 \ddot{\theta} + J_{\theta} \ddot{\theta}$

$$P_1 R - P_2 R' = (m R^2 + m R'^2 + J) \ddot{\theta}$$

$$\text{Finalement : } \ddot{\theta} = \frac{P_1 R - P_2 R'}{m R^2 + m R'^2 + J}.$$

b. la nature du mouvement :

$\ddot{\theta} = \text{constante}$, donc le mouvement du système est uniformément varié

V.5. Système de deux sphères et une tige :

Deux sphères homogènes, A et B, de rayon $r = 1\text{cm}$, de masse $m = 10\text{g}$, sont soudées aux deux extrémités d'une tige de longueur $2l = 20\text{cm}$, dont la masse est négligeable devant celle des sphères ; la tige est accrochée par son milieu M à un fil de torsion MO dont la constante de torsion est $C = 0,1 \text{ mNrad}^{-1}$ (Figure 109).

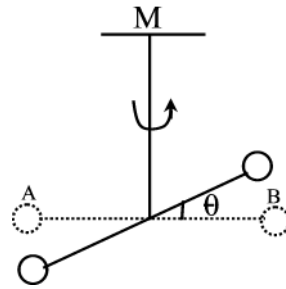


Figure 109 : Système de deux sphères et une tige

On écarte le système de sa position d'équilibre d'un angle $\alpha = -0,1 \text{ rad}$ et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

1. Calculer le moment d'inertie du système.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement.
3. En déduire la nature du mouvement.

Réponse :

- 1) Le moment d'inertie du système :

$J_{\Delta} = J_{\Delta}(\text{tige}) + 2J_{\Delta}(\text{sphères})$ avec $J_{\Delta}(\text{tige}) = 0$ car la masse du tige est négligeable.

$$J_{\Delta}(\text{sphère}) = \left(\frac{2}{5}r^2 + l^2\right)m, \text{ donc } J_{\Delta} = 2\left(\frac{2}{5}r^2 + l^2\right)m.$$

- 2) L'équation différentielle du mouvement :

Considérons le système qui a étudié : {Tige + 2 sphères}

Les forces appliquées à ce système sont :

- Le poids de 2 sphères $\vec{P}_A$ et $\vec{P}_B$
- Couple de torsion du fil de moment $\mathcal{M}_C = -C\theta$
- La tension du fil $\vec{T}$

En appliquant le Théorème des Accélérations Angulaires : $\sum \mathcal{M}(\vec{F}_{\text{App}}) = J_{\Delta} \ddot{\theta}$

On a : $\mathcal{M}_{\vec{P}_A} + \mathcal{M}_{\vec{P}_B} + \mathcal{M}_C + \mathcal{M}_{\vec{T}} = J_{\Delta} \ddot{\theta}$, avec $\mathcal{M}_{\vec{T}} = 0$ car $\vec{T}$ rencontre l'axe Δ

Donc $\mathcal{M}_C = J_{\Delta} \ddot{\theta}$ c'est-à-dire $J_{\Delta} \ddot{\theta} + C\theta = 0$ D'où $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \theta = 0$ C'est la

$$\text{forme } \ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0, \text{ avec } \omega^2 = \frac{C}{J_{\Delta}} = \frac{C}{2m\left(\frac{2}{5}r^2 + l^2\right)}$$

3. L'équation différentielle a pour solution $\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi)$, donc la nature du mouvement est rotation sinusoïdale.

VI. APPLICATION DU THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE :

VI.1. Objectifs :

L'élève doit être capable de :

- ♣ Savoir calculer le travail des forces dans le cas usuel,
- ♣ Savoir modéliser une force de frottement et calculer son travail,
- ♣ Savoir énoncer et mettre en œuvre le Théorème de l'Energie Cinétique,
- ♣ Identifier la nature du mouvement.

VI.2. chute libre sans vitesse initiale

Un objet de masse m , lâché sans vitesse initiale d'une hauteur h ; l'intensité du champ de pesanteur en ce lieu est g .

Exprimer littéralement en utilisant les paramètres h , g et m

1. Le travail du poids de l'objet ;
2. L'énergie cinétique acquise au niveau du sol,
3. La vitesse de l'objet au niveau du sol.

Application numérique pour $m = 50\text{g}$ et $h = 40\text{cm}$.

Réponse

1. Expression littéralement du travail de poids de l'objet

L'objet de masse m est soumis à son poids, le travail est moteur et vaut :

$$W = +m \cdot g \cdot h. \quad \text{A.N : } W = 400\text{J}$$

2. Expression littéralement de l'énergie cinétique acquise au niveau du sol,

La seule force appliquée à cet objet est le poids : $\vec{P}$

En appliquant le Théorème de l'Energie Cinétique relative au position initiale (1) et

la position finale (2) : $\Delta Ec = \sum W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}_{ext})$

$$\text{C'est-à-dire } \Delta Ec = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{1 \rightarrow 2}(\vec{P})$$

$$v_1 = 0, \quad W_{1 \rightarrow 2}(\vec{P}) = mgh, \quad \text{d'où } \Delta Ec = \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh \quad (\text{A}) ;$$

$$\text{donc } Ec = m \cdot g \cdot h \quad \text{A.N } Ec = 400\text{J}$$

3. Expression littéralement de la vitesse de l'objet au niveau du sol.

$$\text{D'après la relation (A), on obtient } \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh$$

$$\text{En multipliant les deux membres par } \frac{2}{m} ; \text{ on a } v^2 = 2gh$$

Finalement : $v = \sqrt{2gh}$ A.N $v = 20\text{m.s}^{-1}$

VI.3. Mouvement de projectiles

On considère, à l'aide d'éléments de glissière d'un jeu d'enfant, un tremplin ABC. Les deux portions AB et BC sont rectilignes. L'ensemble est posé sur une table horizontale. AB forme un angle α avec le plan de la table, BC est parallèle à ce plan, C arrive juste au bord de la table. Un palet de masse m , considéré comme ponctuel, est lâché en A sans vitesse initiale. Il glisse le long de ce tremplin. Le frottement est assimilable à une force $\vec{f}$ constamment parallèle au déplacement et de norme constante sur tout le trajet ABC.

Calculer la vitesse v_B du palet en B et sa vitesse v_C en C.

Application numérique : $m = 100\text{g}$, $f = 0.1\text{N}$, $\alpha = 20^\circ$, $g = 10\text{m.s}^{-2}$

Réponse

Calcul de la vitesse en B

Système : {Palet de masse m }

Les forces appliquées à ce système sont :

- le poids du palet : $\vec{P}$
- la réaction du tremplin $\vec{R}$
- la force de frottement $\vec{f}$

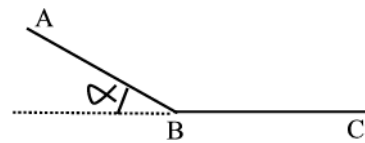


Figure 110 : Un tremplin ABC

En appliquant le Théorème de l'Energie Cinétique relative au point A et B :

$$\Delta E_c = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{ext})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f})$$

- $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m g h$ avec $h = AB \sin \alpha$
- $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0$ (car $\vec{R}$ est perpendiculaire au déplacement)
- $W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \cdot AB$ et $v_A = 0$

Donc
$$\frac{1}{2}mv_B^2 = m g AB \sin \alpha - f \cdot AB$$

$$v_B = \sqrt{2gAB \sin \alpha - \frac{2f}{m} AB} = \sqrt{2AB(g \sin \alpha - \frac{f}{m})}$$

Finalement : $v_B = \sqrt{2ABa_1}$ A.N $a_1 = 2.42\text{m.s}^{-1}$

Calcul de la vitesse en C

Système : {Palet de masse m}

Les forces appliquées à ce système sont :

- le poids du palet : $\vec{P}$
- la réaction du tremplin $\vec{R}$
- la force de frottement $\vec{f}$

En appliquant le Théorème de l'Energie Cinétique relative au point B et C :

$$\Delta E_C = \sum W_{B \rightarrow C}(\vec{F}_{ext})$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{f})$$

- $W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) = W_{B \rightarrow C}(\vec{R}) = 0$ (car $\vec{R}$ et $\vec{P}$ sont perpendiculaires au déplacement)
- $W_{B \rightarrow C}(\vec{f}) = -f \cdot BC$

Donc
$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -f \cdot BC$$

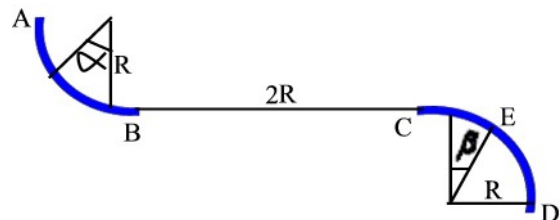
C'est-à-dire
$$v_C = \sqrt{v_B^2 - \frac{2f}{m}BC}$$

Finalement :
$$v_C = \sqrt{v_B^2 - 2a_2 BC} \quad \text{A.N } v_C = 1.19 \text{ m.s}^{-1}$$

VI.4. Glissement d'un skieur sur une piste

Un skieur de masse $m = 60 \text{ kg}$ glisse sur une portion de piste formée de quatre parties AB, BC, CD et Dx.

AB est un arc de cercle, de rayon R, de



centre O et tel que : $\alpha = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{4}$

Figure 111 : Glissement d'un skieur sur une piste ABCD

BC est une partie rectiligne horizontale de longueur $2R$;

CD est un quart de cercle de centre O' et de rayon R ;

Dx est une partie horizontale.

Toute la trajectoire est située dans un plan vertical. On prendra $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$.

Le skieur démarre sur la piste, en A, avec une vitesse nulle. Dans tout le problème, on assimilera le mouvement du skieur à celui d'un point matériel.

1. La piste est bien enneigée. Pour simplifier, on admettra que le long du trajet ABC le frottement exerce par la neige se réduit à une force unique $\vec{F}$ de même direction que la vitesse $\vec{v}_1$ mais de sens contraire, et de norme constante F.

Exprimer les vitesses v_B et v_C du skieur en B et en C en fonction de F, R, m, g et α .

2. Le skieur aborde la partie CD avec une vitesse nulle. La piste est maintenant verglacée ; les frottements sont négligeables.

Il perd le contact avec la piste en un point E tel que $(\vec{O'C}, \vec{O'E}) = \beta$.

Exprimer sa vitesse v_E en fonction de β , R et g.

Réponse :

1. Expressions des vitesses v_B du skieur en B en fonction de F, R, m, g et α

Soit le système : { skieur de masse m }

Les forces appliquées à ce système sont :

- le poids : $\vec{P}$
- la réaction $\vec{N}$
- les forces de frottement $\vec{F}$

En appliquant le Théorème de l'Energie Cinétique : $\Delta E_c = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{ext})$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{N}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$$

- $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m g h$
- $W_{A \rightarrow B}(\vec{N}) = 0$ (car $\vec{N}$ est perpendiculaire au déplacement)
- $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -F.AB$ et $v_A = 0$

Donc $\frac{1}{2}mv_B^2 = m g h - F.AB$, Or $h = R(1 - \cos \alpha)$ et $AB = R \alpha$

C'est à dire $\frac{1}{2}mv_B^2 = m.g.h - F.R \alpha$ Finalement : $v_B = \sqrt{2R(g - g \cos \alpha - \frac{F}{m} \alpha)}$

Expressions des vitesses v_C du skieur en C en fonction de F , R , m , g et α

En appliquant le Théorème de l'Energie Cinétique : $\Delta E_c = \sum W_{B \rightarrow C}(\vec{F}_{ext})$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{N}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{F})$$

- $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{N}) = 0$ (car $\vec{N}$ et $\vec{P}$ sont perpendiculaires au déplacement)
- $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -F \cdot BC$

Donc $\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -F \cdot BC$, c'est-à-dire $v_C^2 = v_B^2 - \frac{2FBC}{m}$

Finalement: $v_C = \sqrt{2R(g - g \cos \alpha - \frac{F}{m} \alpha) - \frac{4RF}{m}}$

VI.5. Pendule simple

Un pendule est constitué d'une bille métallique de masse m et des dimensions négligeables attachées à l'extrémité d'un fil de longueur l et de masse négligeable. L'autre extrémité du fil est fixé en un point O.

On écarte le pendule, fil tendu, d'un angle θ_0 et le lâche sans vitesse initiale.

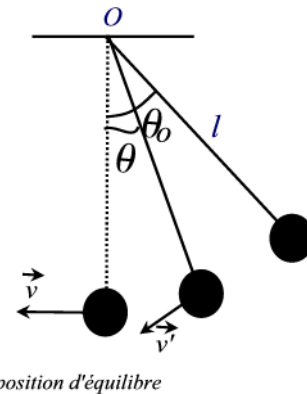


Figure 112 : Position de la bille pour l'angle θ et θ_0

1. Déterminer la valeur de la vitesse v de la bille lorsque le pendule passe par sa position d'équilibre (la verticale de O).
2. Déterminer la valeur de la vitesse v' de la bille lorsque l'abscisse angulaire du pendule, compté par rapport à la verticale, a pour valeur θ ;

On donne $l = 1\text{m}$; $g = 9,8\text{N.kg}^{-1}$; $\theta_0 = 60^\circ$; $\theta = 30^\circ$

Réponse :

1. La valeur de la vitesse v de la bille lorsque le pendule passe par sa position d'équilibre (la verticale de O).

Soit le système : {la bille du pendule}.

Les forces appliquées à ce système sont :

- le poids : $\vec{P}$
- la tension du fil $\vec{T}$

En appliquant le Théorème de l'Energie Cinétique relative à la position initiale (1) et la

position d'équilibre (2) : $\Delta Ec = \sum W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F}_{ext})$

$$\Delta Ec = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{1 \rightarrow 2}(\vec{P}) + W_{1 \rightarrow 2}(\vec{T})$$

- $W_{1 \rightarrow 2}(\vec{P}) = + P.h_0$
- $W_{1 \rightarrow 2}(\vec{T}) = 0$ (car $\vec{T}$ est constamment perpendiculaire au déplacement de son point d'application) et $v_1 = 0$

Donc $\frac{1}{2}mv_2^2 = mgh_0$ C'est-à-dire $v_2 = v = \sqrt{2gh_0}$ avec $h_0 = l - l \cos \theta_0$

Finalement : $v = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta_0)}$ A.N : $v = 3,1 \text{ m.s}^{-1}$.

2. La valeur de la vitesse v' de la bille lorsque l'abscisse angulaire du pendule, compté par rapport à la verticale, a pour valeur θ ;

Soit le système : {la bille du pendule}

Les forces appliquées à ce système sont :

- le poids : $\vec{P}$
- la tension du fil $\vec{T}$

En appliquant le Théorème de l'Energie Cinétique relative à la position initiale 1 ($v=0$) et la position d'équilibre 3 (vitesse v') :

$$\Delta Ec = \sum W_{1 \rightarrow 3}(\vec{F}_{ext})$$

$$\Delta Ec = \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{1 \rightarrow 3}(\vec{P}) + W_{1 \rightarrow 3}(\vec{T})$$

- $W_{1 \rightarrow 2}(\vec{P}) = + P.h = mgh$
- $W_{1 \rightarrow 2}(\vec{T}) = 0$ (car $\vec{T}$ est constamment perpendiculaire au déplacement de son point d'application) et $v_1 = 0$

Donc $\frac{1}{2}mv_3^2 = mgh$ C'est-à-dire $v_3 = v' = \sqrt{2gh}$ avec $h = l \cos \theta - l \cos \theta_0$

Finalement $v' = \sqrt{2gl(\cos \theta - \cos \theta_0)}$ A.N $v' = 2,7 \text{ m.s}^{-1}$.

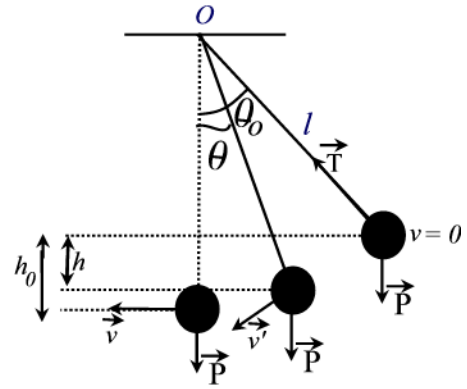


Figure 113 : Forces appliquées sur la bille.

VII. APPLICATION DE LA CONSERVATION DE L' ENERGIE MECANIQUE :

VII.1. Objectifs :

L'élève doit être capable de (d') :

- ♣ Employer la conservation de l'énergie mécanique,
- ♣ Résoudre un problème de dynamique en employant cette conservation de l'énergie mécanique.

VII.2. Un projectile lancé avec vitesse initiale :

Un projectile est lancé depuis l'origine d'un repère

$\mathcal{R} (0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec une vitesse initiale $v_0 = 200 \text{ m.s}^{-1}$.

Il atteint le point A (cote z_A) avec une vitesse v_A .

1. Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour démontrer l'équation traduisant la conservation de l'énergie mécanique

$$mgz_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

2. En déduire que $v_B^2 = v_A^2 + 2g(z_A - z_B)$.

3. Exprimer respectivement les vecteurs v_A et v_B du projectile en fonction de l'altitude z_A et z_B

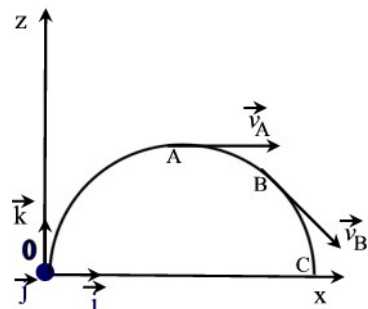


Figure 114 : Un projectile

lancé avec vitesse initiale

Réponse :

1. Démonstration :

Système : { projectile de masse m }

Il est soumis à son poids $\vec{P}$.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique relatif au points A et B :

$$\Delta Ec = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{ext}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}), \text{ donc } \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(z_A - z_B)$$

$$\text{D'où } mgz_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2.$$

2. Dédution de cette relation :

$$\text{On a } mgz_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2, \text{ C'est-à-dire } \frac{1}{2}mv_B^2 = mgz_A + \frac{1}{2}mv_A^2 - mgz_B$$

$$\text{Finalement } v_B^2 = v_A^2 + 2g(z_A - z_B).$$

3. vitesse en A et en B

$$\text{En prenant les point 0 et A ; on a } v_A^2 = v_0^2 + 2g(z_0 - z_A)$$

$$\text{Or } z_0 = 0 \text{ donc } v_A = \sqrt{v_0^2 - 2gz_A}.$$

$$\text{Pour la vitesse en B } v_B = \sqrt{v_0^2 - 2gz_B}.$$

VII.3. Pendule simple avec un ressort

Une tige OB de masse négligeable porte un solide ponctuel à son extrémité B. Elle peut osciller dans un plan vertical autour de l'axe horizontal O, perpendiculaire au plan de la figure. Elle est soumise à l'action du champ de pesanteur et celle d'un ressort spiral dont la constante de torsion est C. Initialement la tige est immobile et le ressort spiral est détendu.

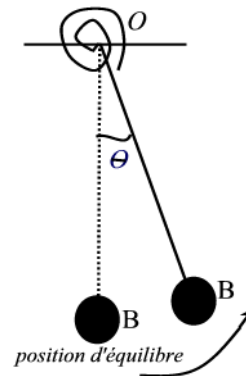


Figure 115 : Oscillation d'une tige OB.

1. Calculer l'énergie mécanique reçue par le système quand la tige est écartée de l'angle α de sa position d'équilibre et maintenue immobile.
2. Soit θ l'élongation angulaire de la tige à l'instant t.

Exprimer en fonction de θ l'énergie mécanique du système à cet instant.

3. On suppose que l'angle θ est petit ($\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$).

Déduire des résultats précédents l'équation différentielle du mouvement et la période des oscillations. On donne $OB = b = 20\text{cm}$.

Réponse :

1. Energie mécanique :

Par définition $E_o = E_{c_o} + E_{p_o}$,

A l'instant α le système est en équilibre et maintenu immobile, donc $E_{c_o} = 0$,

D'où $E_o = E_{p_o}$. Or l'énergie potentielle E_{p_o} est la somme de l'énergie potentielle élastique E_{p_e} et l'énergie potentielle de pesanteur E_{p_p} :

Donc $E = E_p = E_{p_e} + E_{p_p}$ avec $E_{p_e} = \frac{1}{2} C \alpha^2$ et $E_{p_p} = m g b (1 - \cos \alpha)$

Finalement $E = \frac{1}{2} C \alpha^2 + m g b (1 - \cos \alpha)$.

2. Energie mécanique en fonction de θ :

Par définition $E = E_c + E_p$, avec $E_c = \frac{1}{2} J_o \dot{\theta}^2$ et $E_p = \frac{1}{2} C \theta^2 + m g b (1 - \cos \theta)$.

Finalement $E = \frac{1}{2} J_o \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + m g b (1 - \cos \theta)$.

3. Equation différentielle du mouvement :

On a $E = \frac{1}{2} J_o \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + m g b (1 - \cos \theta)$, l'angle θ est petit : ($\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$),

Donc $E = \frac{1}{2} J_o \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + \frac{1}{2} m g b \theta^2$.

Le système est un système conservatif donc $E = \text{constante}$; par conséquent la dérivée de E par rapport au temps est nulle :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} J_o \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + \frac{1}{2} m g b \theta^2 \right] = 0$$

$$\frac{1}{2} (2 J_o \ddot{\theta} \dot{\theta} + 2 C \dot{\theta} \theta + 2 m g b \dot{\theta} \theta) = 0$$

$$\dot{\theta} \neq 0 \text{ donc } J_o \ddot{\theta} + C \theta + m g b \theta = 0$$

Finalement $\ddot{\theta} + \frac{C + m g b}{J_o} \theta = 0$: (c'est l'équation différentielle du mouvement de

période $T = 2\pi \sqrt{\frac{J_o}{C + m g b}}$.

VII.4. Solide (S) soumis à l'action d'un ressort :

Un solide de masse $m = 0,1 \text{ kg}$ se déplace sur une surface plane et horizontale.

Il est relié à un ressort de constante de raideur $k = 0,2 \text{ N.m}^{-1}$ comme le montre la figure (*Figure 19*). Le point O correspond à la position du centre d'inertie du solide lorsque le ressort n'est pas tendu. On écarte le solide d'une longueur $\alpha = 2,0 \text{ cm}$ vers la droite et on le lâche sans vitesse. Tous les frottements sont négligeables.

1. Calculer la valeur v de la vitesse du centre d'inertie du solide lorsqu'il repasse par sa position d'équilibre (point O).

2. S'il existe des frottements, ceux-ci sont assimilables à une force unique horizontale, en sens inverse du mouvement.

Peut-on appliquer la conservation de l'énergie mécanique pour calculer la valeur v' de la vitesse du centre d'inertie du solide lorsqu'il repasse, pour la première fois, par sa position d'équilibre (point O).

Réponse :

1. Calcul de la valeur v de la vitesse du centre d'inertie du solide lorsqu'il repasse par sa position d'équilibre (point O).

Soit le système : {ressort ; masse m }

Les forces appliquées à ce système sont :

- le poids du solide : $\vec{P}$
- la tension du fil $\vec{T}$ du ressort
- la réaction de la surface plane $\vec{R}$

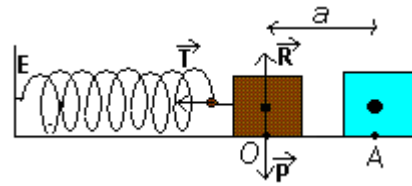


Figure 116 : Allongement du ressort à l'instant t

Écrivons les formes d'énergie aux positions correspondant aux points A et O ; il n'y a pas à considérer l'énergie potentielle de pesanteur qui reste constante :

Tableau 1 : Formes d'énergies aux positions correspondant aux points A et O

Etats	Energie cinétique E_c	Energie potentielle élastique E_{pe}	Energie mécanique E_m
(A)	$E_c(A) = 0$	$E_{pe} = \frac{1}{2} kx^2$	$E_m(A) = \frac{1}{2} kx^2$
(O)	$E_c(O) = \frac{1}{2} mv^2$	$E_{pe}(O) = 0$	$E_m(O) = \frac{1}{2} mv^2$

La conservation de l'énergie mécanique entre A et O s'écrit : $E_m(A) = E_m(O)$

Donc $\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2$; Finalement : $v = a\sqrt{\frac{k}{m}}$ A.N : $v = 2,8 \text{ cm.s}^{-1}$

2. Les frottements qui s'exercent sur le solide ne sont pas négligeables, donc le système n'est pas conservatif. Par conséquent la méthode de la conservation mécanique n'est pas applicable pour la recherche de la vitesse v' de la vitesse du centre d'inertie du solide lorsqu'il repasse, pour la première fois, par sa position d'équilibre (point O). Il faut appliquer le théorème de l'énergie cinétique.

VII.5. Pendule pesant

Un solide ponctuelle A de masse m est attaché à l'extrémité d'un fil fin, inextensible, sans masse, de longueur l dont l'autre extrémité est fixé à un point O.

On écarte A d'un angle α_m à partir de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale.

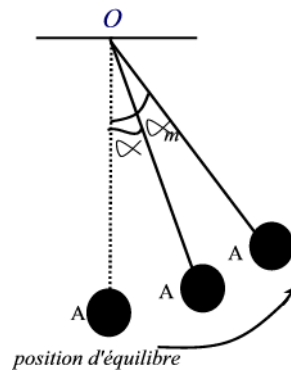


Figure 117 Position du solide A suivant l'angle α et α_m .

1. A une date quelconque t , l'écart du fil avec la verticale est α et le module de la vitesse de A est v (Figure 117).

Ecrire à cet instant, l'expression de l'énergie mécanique totale du système dans le champ de pesanteur en fonction des données littérales. On adoptera comme niveau d'énergie potentielle nulle, le plan horizontal passant par O', position d'équilibre de A.

2. On envisage seulement le cas où α est de petite valeur, tel que l'on puisse

écrire $1 - \cos \alpha = \frac{\alpha^2}{2}$ avec une faible erreur.

Après avoir montrer que la conservation de l'énergie mécanique totale du système

entraîne $\frac{dE}{dt} = 0$, établir l'équation différentielle du mouvement de A. quelle est la nature de ce mouvement. Calculer la période T des oscillations de faible amplitude.

A.N : $l = 60\text{cm}$; $g = 9,8\text{m.s}^{-2}$

Réponse :

1. L'expression de l'énergie mécanique totale du système dans le champ de pesanteur

$$E(t) = E_c(t) + E_{pp}(t)$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + m g z \quad \text{avec} \quad z = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha)$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + m g l (1 - \cos \alpha) \quad \text{Finalement : } E(t) = m \left(\frac{1}{2}v^2 + g l (1 - \cos \alpha) \right)$$

2. Montrons que la conservation de l'énergie mécanique totale du système

$$\text{entraîne } \frac{dE}{dt} = 0$$

$$E(t) = E_c(t) + E_{pp}(t)$$

Par hypothèse l'énergie potentielle E_{pp} est nulle à la position d'équilibre de A

$$E(t) = E_c(t) = \text{constante}$$

$$\text{D'où } \boxed{\frac{dE}{dt} = 0}$$

Equation différentielle du mouvement

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + m g l (1 - \cos \alpha), \quad \alpha \text{ petit, alors } 1 - \cos \alpha = \frac{\alpha^2}{2}, \quad \text{Or } v = l \dot{\alpha}$$

$$\text{Donc } E_m = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\alpha}^2 + m g l \frac{\alpha^2}{2} \quad \text{C'est à dire } E_m = \frac{1}{2} m l (\dot{\alpha}^2 + g \frac{\alpha^2}{2})$$

La variation de l'énergie cinétique est nulle $\Delta E = W_T = 0$ donc $E = \text{constante}$

$$\text{Par conséquent : } \frac{dE}{dt} = 0$$

$$\text{D'où } \frac{dE}{dt} = l \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + g \dot{\alpha} \alpha = 0 \quad \text{or } \dot{\alpha} \neq 0$$

$$\text{Finalement } \ddot{\alpha} + \frac{g}{l} \alpha = 0$$

La nature du mouvement est rotation sinusoïdale.

Calcul du période

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\text{A.N : } T = 1,55 \text{s}$$

CONCLUSION

A l'heure actuelle, les nouvelles technologies d'information et de communication, connaissent une vitesse vertigineuse. Toutes ces innovations technologiques contribuent à l'amélioration des compétences (savoir ; savoir-faire) aux bénéfices des consommateurs sur plusieurs domaines tels que la télécommunication, les mass-media, la médecine, l'enseignement,...

Concernant plus particulièrement l'enseignement, la maîtrise de ces technologies de pointe sur l'information et la communication s'observe dans les pays déjà développés. La prolifération de l'utilisation de CD – ROM, des logiciels de simulation, l' EXAO, les cours en lignes,...en font des preuves palpables. Pour préparer un cours en ligne il nous faut maîtriser dans le domaine des TIC, au moins un logiciel de bureautique (Ms Word), un logiciel d'édition HTML (Macromédia Dreamweaver), un logiciel multimédia (Macromédia Flash, Adobe Photoshop).

Des travaux sur la conception et élaboration de l'expérimentation assisté par ordinateur (EXAO) dans l'enseignement- apprentissage des sciences physiques dans les lycées et les collèges, ainsi que des simulations sur micro-ordinateur de phénomènes et chimiques ont été déjà menés depuis quelques années au sein de l'Ecole Normale Supérieure d'Antananarivo dans le centre d'Etudes et de Recherches en physique chimie (CER- PC).ceci en amenant les élèves et les enseignant à faire de manipulation avec des matériels de la chaîne de l'EXAO ou avec des logiciels adéquats.

Aussi, un programme de recherche se doivent t-il d'adopter des solutions idoines à ces problèmes tout en tenant compte des innovations dans l'enseignement – apprentissage des sciences physiques. L'utilisation des ressources numériques en est une.

Dans ce travail, nous avons préparé un cours de mécanique sur la dynamique du programme officiel des classes terminales C et D :

- Théorème de centre d'inertie, pour un solide ou un point matériel, en mouvement de translation,
- Théorème de l'accélération angulaire pour un solide, en rotation autour d'un axe fixe Δ
- Les énergies cinétiques de translation et de rotation,
- Les énergies potentielles : de pesanteur, de torsion, élastique.
- L'énergie mécanique.

L'exploitation de ce cours nécessite des ordinateurs et une connexion Internet, donc c'est aux publics cibles (élèves, enseignants des lycées, responsables pédagogiques,...) d'envoyer leurs suggestions et leur souhait au Ministère tutelle, pour récolter des produits des nouvelles technologies.

Ce cours est illustré par des modèles, des figures, et des schémas animés. Des animations reflètent la nature d'un mouvement, et permettent de comprendre facilement les phénomènes physiques qui seront ensuite posés sous forme d'exercices et de problèmes. Des liens permettent de passer d'un sous chapitre à un autre, d'une page à la suivante, ou d'une page à la précédente.

Ce travail n'est pas parfait, ainsi ce dernier peut être amélioré par l'utilisation des logiciels plus récents (Macromédia Dreamweaver 8.0., Macromedia flash 8.0.).

Si modeste qu'il soit, ce travail de mémoire, nous espérons qu'il contribuerait à l'introduction effective des nouvelles technologies d'information et de communication dans les activités pédagogiques. Les futurs enseignants normaliens seront vivement invités à développer davantage l'application concrète de ce cours en ligne afin d'assurer l'amélioration de l'enseignement de sciences physiques.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] : LANTOARIMANANA, H.(2001-2002) *Simulation sur micro-ordinateur : Etude d'un système glissant sur un double plan incliné*, Mémoire CAPEN ENS Antananarivo N° d'ordre 193 PC.
- [2] : RANDRIAMBOLOLONA, J. (2001-2002) *Etude sur micro-ordinateur du mouvement d'un solide : Glissement sur un plan incliné et chute dans l'air avec vitesse horizontale*, Mémoire CAPEN ENS Antananarivo N° d'ordre 195 PC.
- [3] : RAKOTOMANDIMBY T. (2002-2003) *Mouvement Oscillatoire amorti : Etude basée sur l'Expérimentation Assistée par l'ordinateur (EXAO)*, Mémoire de CAPEN, ENS Antananarivo N° d'ordre 212 PC.
- [4] : ANDRIAMALALA, T. (2003 /2004) *Glissement d'un corps sur un plan incliné : étude basée sur l'Expérimentation par Ordinateur (EXAO)*, Mémoire CAPEN ENS Antananarivo N° d'ordre 211 PC.
- [5] : SAISON, A. Allain, G. BLUMEAU, M. DUBOC, J. Herchen, C. MERA, R. NIARD, J. (1980). *Physique Terminale D*, Fernand Nathan Paris.
- [6] : BRAMAND, P. FAYE, P. THOMASSIER, G. (1983) *Physique Terminales C et E*. Eurin-Gié, Hachette Paris.
- [7] : ANDRIAMBELO, R. *Conception, Elaboration, et Exploitation d'une table à coussin d'air*, (Juillet1989) Mémoire de CAPEN, ENS Antananarivo N° d'ordre 80 PC.
- [8] : Anne-Marie, D. Francine, G. Rosenfeld, G. Louis, S. (1983) *Physique 2^{nde}* .Hatier, Paris.
- [9] BRAMAND, P. DURANDEAU, J. FAYE, P. THOMASSIER, G. (1989) *Physique Terminales C et E*, Eurin-gié Hachette Paris.
- [10] DURANDEAU, J. BRAMAND, P. FAYE, P. MARTE-GOUTES, R. THOMASSIER, G. (1994) *Physique 1^{ère}* S. Hachette Paris.
- [11] Document réalisé par la commission pédagogique du Lycée Gallieni (1974). *Physique Terminales C et D* (Bureau d'études et des programmes (BEP-OTEP).
- [12] : BRAMAND, P. (1983) *Physiques 1^{ère}* S et E, Eurin-gié, Hachette Paris.
- [13] : Anne-Marie, D. Rosenfeld, G. Louis, S. Thomas, Z. (1989). *Physique Terminale C.E*, Hatier Paris
- [14] : ADOLPHE, T. FAURIS, M. CHRISTIANE, P. PAPTIGEON, F. CHRISTIANE, S. (1998) *Physique Terminale S* Nathan Paris.

Nom et prénom : **RANAIVOSON Joseph.**

Titre :

**ELABORATION D'UN COURS EN LIGNE SUR LA DYNAMIQUE DU
PROGRAMME DES CLASSES TERMINALES C ET D.**

Nombre de pages : **89.**

Nombre des figures : **117.**

Nombre de tableau : **1.**

Résumé : Dans ce mémoire nous avons préparé un cours sur la dynamique concernant le mouvement de translation, le mouvement de rotation, l'énergie cinétique, l'énergie potentielle, et l'énergie mécanique du programme des terminales C et D. Ce cours est ensuite transformé en langage html pour la mise en ligne par le logiciel Macromedia Dreamweaver. Des applications sont introduites dans ce cours pour aider les élèves. Les animations conçues et élaborées par le logiciel Macromedia flash illustrent les mouvements relatifs aux sous chapitres. Un rappel sur la cinématique est introduit en premier lieu.

Mots clés : Science Physique, Enseignement / Apprentissage, Mécanique, Dynamique, Equation horaire, Energie, Insertion, Image clé, Cours en ligne.

Directeur de Mémoire : **ANDRIANARIMANANA Jean Claude Omer.**

Adresse de l'auteur : **Manarintsoa – Ambohimbo – BETAFO – 113 -.**

Téléphone : **033 14 245 95.**

E-mail : **ranjosephwahn@yahoo.fr**

